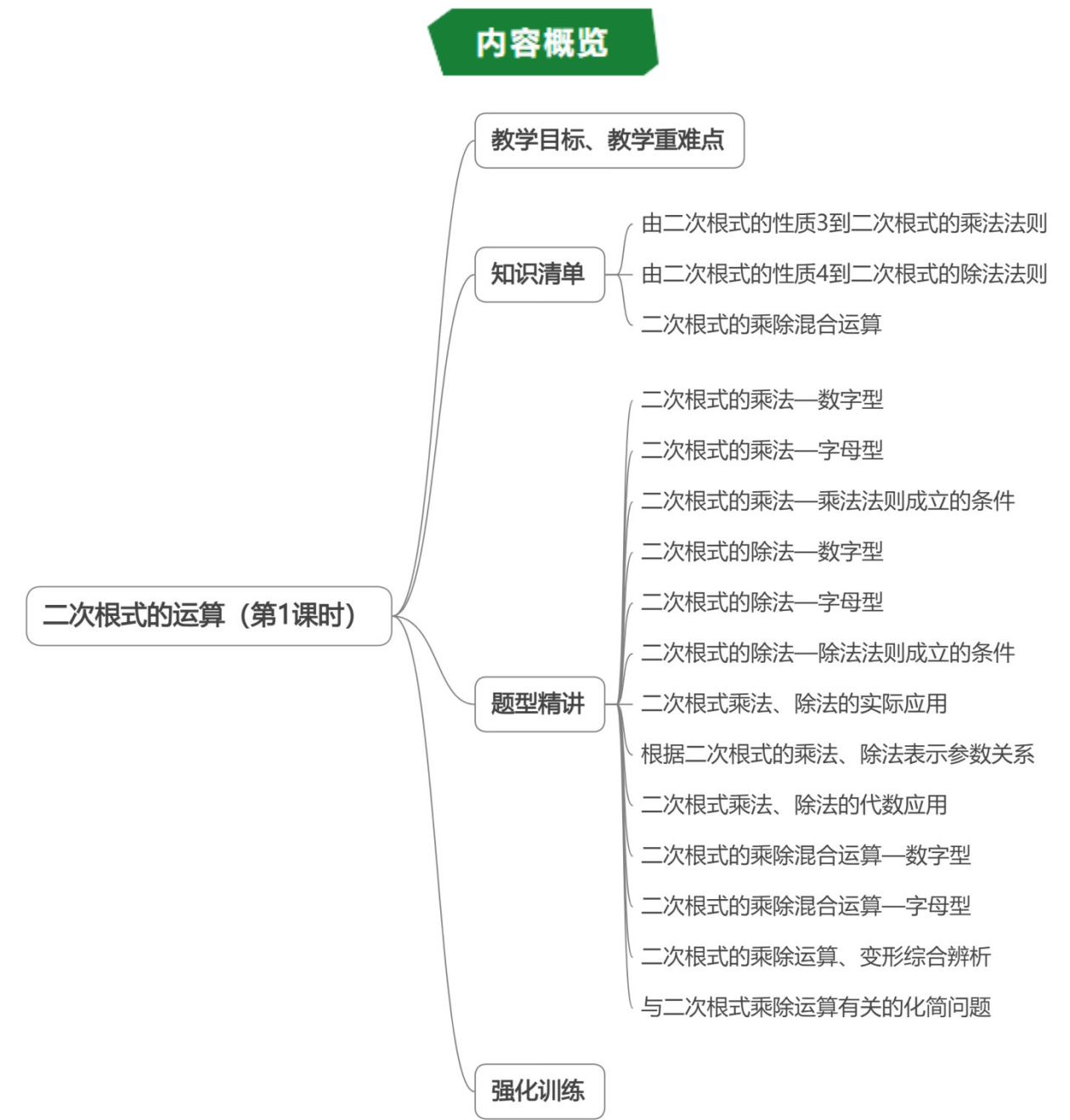


专题 20.3 二次根式的运算（第 1 课时）



教学目标、教学重难点

教学目标	1. 由二次根式的性质 3 到二次根式的乘法法则，学会二次根式的乘法运算； 2. 由二次根式的性质 4 到二次根式的除法法则，学会二次根式的除法运算； 3. 学会二次根式的乘除混合运算。
教学重难点	1.重点

	(1) 了解二次根式的乘法、除法法则及其成立的条件； (2) 二次根式的乘法、除法及其混合运算；并会化简二次根式运算的结果。 (3) 掌握二次根式乘除的应用。 2. 难点 (1) 二次根式的性质，乘法公式、完全平方公式等在二次根式乘除中的应用； (2) 学会二次根式化简、变形、运算同时进行； (3) 化、分、拆、解等数学思想。
--	---

知识清单

知识点 1 由二次根式的性质 3 到二次根式的乘法法则

1. 复习

二次根式的性质 3： $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ ($a \geq 0, b \geq 0$).

2. 二次根式的乘法法则： $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ ($a \geq 0, b \geq 0$),

即两个二次根式相乘，根指数不变，只把被开方数相乘。

要点：

(1) 在运用二次根式的乘法法则进行运算时，一定要注意：公式中 a 、 b 都必须是非负数；

(2) 该法则可以推广到多个二次根式相乘的运算：

$$\sqrt{a_1} \cdot \sqrt{a_2} \cdot \sqrt{a_3} \cdots \sqrt{a_n} = \sqrt{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdots a_n} \quad (a_1 \geq 0, a_2 \geq 0, a_3 \geq 0, \dots, a_n \geq 0);$$

(3) 在二次根式的乘法运算中，一般要把结果化成最简二次根式。

【即学即练】

1. 计算：

(1) $\sqrt{12} \times \sqrt{3}$.

(2) $\sqrt{1000} \times \sqrt{0.1}$

(3) $\sqrt{\frac{3}{2}} \times \sqrt{\frac{2}{3}}$.

(4) $\sqrt{24} \times \sqrt{3}$.

2. 计算：

$$(1) \sqrt{6} \times \sqrt{54} ;$$

$$(2) \frac{1}{3} \sqrt{3x} \cdot \sqrt{27x} (x \geq 0) ;$$

$$(3) \sqrt{\frac{3}{4}} a \cdot \sqrt{12a} (a \geq 0) .$$

3. 式子 $\sqrt{x+3} \cdot \sqrt{x-1} = \sqrt{(x+3)(x-1)}$ 成立的条件是 ()

A. $x \geq -3$

B. $x \geq 1$

C. $x \geq -3$ 或 $x \geq 1$

D. $-3 \leq x \leq 1$

知识点 2 由二次根式的性质 4 到二次根式的除法法则

1. 复习

二次根式的性质 4: $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (a \geq 0, b > 0).$

2. 二次根式的除法法则:

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \quad (a \geq 0, b > 0),$$

即两个二次根式相除，根指数不变，把被开方数相除.

要点:

(1) 在进行二次根式的除法运算时，对于公式中被开方数 a 、 b 的取值范围应特别注意， $a \geq 0$ ， $b > 0$ ，因为 b 在分母上，故 b 不能为 0.

(2) 运用二次根式的除法法则，可将分母中的根号去掉，二次根式的运算结果要尽量化成最简二次根式，最后结果中分母不能带根号.

【即学即练】

1. 化去下列各式分母中的根号:

$$(1) \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{3}}$$

$$(2) \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{6}}$$

$$(3) \frac{3}{\sqrt{x^2 y}} (x > 0, y > 0)$$

2. 计算:

$$(1) \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} ;$$

$$(2) \frac{\sqrt{72}}{\sqrt{6}} ;$$

$$(3) \sqrt{1\frac{1}{2}} \div \sqrt{\frac{1}{6}} ;$$

$$(4) \sqrt{5b} + \sqrt{20a^2b} (a > 0, b > 0) .$$

$$3. \text{ 计算 } \sqrt{8xy} + \sqrt{2y} (x \geq 0, y > 0) \text{ 的结果是 } \underline{\hspace{2cm}} .$$

$$4. \text{ 计算 : } 4\sqrt{6x^3} \div 2\sqrt{\frac{x}{3}} = \underline{\hspace{2cm}} .$$

$$5. \text{ 设长方形的面积为 } S, \text{ 相邻两边长分别为 } a, b, \text{ 若 } S = 2\sqrt{3}, b = \sqrt{10}, \text{ 则 } a = \underline{\hspace{2cm}} .$$

知识点3 二次根式的乘除混合运算

二次根式的乘除混合运算

①进行二次根式的乘除混合运算时，有括号的先算括号内的，没有括号的按照从左到右的顺序进行；

②两个二次根式相乘除，根号前的系数对应相乘除，根号内的被开方数对应相乘除．

要点：

(1) 带分数要化成假分数；

(2) 要注意确定最后结果的符号；

(3) 最后结果一般要化为最简二次根式或整式；

(4) 在二次根式的乘除混合运算中，有理数的运算法则同样适用．

【即学即练】

$$1. \text{ 计算 } \sqrt{3} \div \sqrt{2} \times 2\sqrt{5} \div \sqrt{\frac{1}{10}} \text{ 的结果为 } \underline{\hspace{2cm}} .$$

$$2. \text{ 计算 : } 3 \div \sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ 的值为 } (\quad)$$

A . 1

B . 3

C . $\sqrt{3}$

D . 9

3 . 计算：

$$(1) 3\sqrt{3\frac{1}{2}} \times \left(\frac{1}{8}\sqrt{1\frac{4}{7}}\right) \div \left(\frac{1}{4}\sqrt{5\frac{1}{2}}\right) ;$$

$$(2) \frac{2}{y}\sqrt{xy^5} \cdot \left(\frac{3}{2}\sqrt{x^2y}\right) \div \left(\frac{1}{3}\sqrt{\frac{y}{x}}\right) (x > 0, y > 0) .$$

4 . 如果 $ab > 0$, $a + b < 0$, 那么下面各式：

$$\textcircled{1} \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} , \textcircled{2} \sqrt{\frac{a}{b}} \cdot \sqrt{\frac{b}{a}} = 1 , \textcircled{3} \sqrt{ab} \div \sqrt{\frac{a}{b}} = -b \text{ 其中正确的是 } \underline{\hspace{2cm}} \text{ (填序号)}$$

5 . 若 $x > 0, y > 0$, 则化简 $x\sqrt{xy} \div y\sqrt{\frac{x}{y}} \times \sqrt{\frac{y}{x}}$ 所得结果为 ()

A . $\frac{y}{x}\sqrt{xy}$

B . $\frac{x}{y}\sqrt{xy}$

C . $\sqrt{xy}$

D . $xy\sqrt{xy}$

题型精讲

题型 01 二次根式的乘法—数字型

【典例 1】 . 计算：

$$(1) \sqrt{12} \times \sqrt{3} .$$

$$(2) \sqrt{1000} \times \sqrt{0.1}$$

$$(3) \sqrt{\frac{3}{2}} \times \sqrt{\frac{2}{3}} .$$

$$(4) \sqrt{24} \times \sqrt{3} .$$

【变式 1】 . 计算：

$$(1) \sqrt{24} \times \sqrt{27} ;$$

$$(2) \sqrt{6} \times (-\sqrt{15}) ;$$

【变式 2】 . 计算：

$$(1) 3\sqrt{5} \times 2\sqrt{10} ;$$

$$(2) -4\sqrt{15} \times \left(-\frac{1}{2}\sqrt{5}\right) ;$$

$$(3) 2\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{12} ;$$

$$(4) \sqrt{\frac{3}{4}} \times \left(-\sqrt{2\frac{2}{3}}\right) \times \sqrt{56} ;$$

$$(5) (-8\sqrt{35}) \times \left(-\frac{1}{4}\sqrt{1\frac{3}{7}}\right) .$$

题型 02 二次根式的乘法—字母型

【典例 1】 . 计算：

$$(1) \sqrt{6} \times \sqrt{54} ;$$

$$(2) \frac{1}{3}\sqrt{3x} \cdot \sqrt{27x} (x \geq 0) ;$$

$$(3) \sqrt{\frac{3}{4}}a \cdot \sqrt{12a} (a \geq 0) .$$

【变式 1】 . 计算：

$$(1) \sqrt{\frac{3}{4}} \times \sqrt{2\frac{2}{3}} ;$$

$$(2) \frac{2}{3}\sqrt{12} \times \sqrt{3} \times \frac{1}{2}\sqrt{20} ;$$

$$(3) \sqrt{\frac{m}{6}} \cdot \sqrt{96m} (m \geq 0) ;$$

$$(4) \sqrt{5ab} \cdot \sqrt{45a^3b} (a \geq 0, b \geq 0) .$$

【变式 2】 . 计算：

$$(1) 2\sqrt{15} \times 4\sqrt{6} ;$$

$$(2) \sqrt{a^3} \cdot \sqrt{ab} (a \geq 0, b \geq 0) ;$$

$$(3) 2\sqrt{5a} \cdot \sqrt{10a} (a \geq 0) ;$$

$$(4) 3\sqrt{5a} \times 2\sqrt{8b} (a \geq 0, b \geq 0)$$

题型 03 二次根式的乘法—乘法法则成立的条件

【典例 1】. 如果 $\sqrt{x} \cdot \sqrt{x-6} = \sqrt{x(x-6)}$ ，那么 ()

- A. $x \geq 0$ B. $x \geq 6$ C. $0 \leq x \leq 6$ D. x 为一切实数

【变式 1】. 若 $\sqrt{x+3} \cdot \sqrt{x-3} = \sqrt{x^2-9}$ ，则 x 的取值范围是 ()

- A. $x \geq -3$ B. $x \geq 3$ C. $-3 \leq x \leq 3$ D. $x \geq 3$ 或 $x \leq -3$

题型 04 二次根式的除法—数字型

【典例 1】. 直接写出计算结果：

(1) $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{12}} = \underline{\hspace{2cm}}$

(3) $\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{7}} = \underline{\hspace{2cm}}$

【变式 1】. 计算：

(1) $\frac{\sqrt{40}}{\sqrt{10}}$ ；

(2) $\sqrt{4\frac{1}{2}} \div \sqrt{2\frac{1}{4}}$ ；

(3) $6\sqrt{72} \div (-3\sqrt{6})$.

【变式 2】. 计算：

(1) $\sqrt{75} \div \sqrt{15}$

(2) $\sqrt{80} \div \sqrt{2}$

(3) $\sqrt{108} \div 3\sqrt{6}$

(4) $\sqrt{3\frac{1}{3}} \div \sqrt{1\frac{1}{2}}$

(5) $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{12}} \div \sqrt{\frac{54}{12}} \div \sqrt{6}$

$$(6) 4\sqrt{5} \div \left(-5\sqrt{1\frac{4}{5}}\right)$$

题型 05 二次根式的除法—字母型

【典例 1】 . 计算：

$$(1) \sqrt{48} \div \sqrt{6};$$

$$(2) -\sqrt{27} \div \left(\frac{3}{10}\sqrt{\frac{3}{8}}\right);$$

$$(3) \sqrt{4a^3b} \div \left(-\sqrt{\frac{a}{4b}}\right);$$

$$(4) \frac{\sqrt{72a^2b}}{\sqrt{6b}} (a > 0).$$

【变式 1】 . 计算： $\sqrt{54ab} \div \sqrt{\frac{9b}{2a^2}} =$ _____ .

【变式 2】 . 计算： $\sqrt{12x} \div \sqrt{\frac{1}{3x}} =$ _____ .

【变式 3】 . 计算：

$$(1) \sqrt{\frac{2}{45}} \div \frac{3}{2}\sqrt{1\frac{3}{5}}$$

$$(2) \sqrt{12x} \div \frac{2}{5}\sqrt{y}$$

$$(3) \frac{2\sqrt{x^2y}}{3\sqrt{xy}}$$

$$(4) \frac{a+2}{2\sqrt{a+2}} .$$

题型 06 二次根式的除法—除法法则成立的条件

【典例 1】 . 等式 $\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{2-x}} = \sqrt{\frac{x-1}{2-x}}$ 成立的条件是 ()

A . $x < 2$

B . $1 < x \leq 2$

C . $1 \leq x < 2$

D . $x \geq 1$

【变式 1】 . 式子 $\sqrt{\frac{x-4}{x-5}} = \frac{\sqrt{x-4}}{\sqrt{x-5}}$ 成立的条件是_____ .

【变式 2】 . 王聪学习了二次根式的除法公式 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ 后，他认为该公式反过来 $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ 也应该成立，于是这样化简了下面这道题： $\sqrt{\frac{-27}{-3}} = \frac{\sqrt{-27}}{\sqrt{-3}} = \frac{\sqrt{(-3) \times 9}}{\sqrt{-3}} = \frac{\sqrt{-3} \times \sqrt{9}}{\sqrt{-3}} = \sqrt{9} = 3$. 你认为他的化简过程对吗？若不对，请说明理由，并改正 .

题型 07 二次根式乘法、除法的实际应用

【典例 1】 . 长方形的宽是 $\sqrt{3}$ ，面积为 $2\sqrt{6}$ ，则长方形的长为

【变式 1】 . 已知长方形的两邻边的长分别是 $\sqrt{48}\text{cm}$ 、 $\sqrt{27}\text{cm}$ ，求这个长方形的面积 .

【变式 2】 . 已知三角形的面积为 $\sqrt{60}\text{cm}^2$ ，一条边长为 $2\sqrt{5}\text{cm}$ ，求这条边上的高 .

题型 08 根据二次根式乘法、除法表示参数关系

【典例 1】 . 已知 $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ， $b = \sqrt{2}$ ，则 a 与 b 的关系是_____ .

【变式 1】 . 设 $\sqrt{2} = a$ ， $\sqrt{3} = b$ ，请用含有 a ， b 的式子表示 $\sqrt{54} =$ _____ .

【变式 2】 . 如果 $\sqrt{2} = a$ ， $\sqrt{5} = b$ ，则 $\sqrt{1000}$ 用含 a, b 的代数式表示为_____ .

题型 09 二次根式乘法、除法的代数应用

【典例 1】 . 方程 $\sqrt{6}x = \sqrt{3}$ 的解为 ()

A . $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

B . $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

C . $x = \sqrt{2}$

D . $x = \sqrt{3}$

【变式 1】 . 估计 $\sqrt{30} + \sqrt{5} + 1$ 的值应在 ()

A . 1 和 2 之间

B . 2 和 3 之间

C . 3 和 4 之间

D . 4 和 5 之间

【变式 2】 . 如果 $\sqrt{48} \times \sqrt{2x}$ 是一个整数，那么 x 可取的最小正整数为_____ .

【变式 3】 . 如方格，各行、各列及两条对角线上的三个数字之积均相等，则 $pq =$ ()

$\sqrt{3}$	2	
------------	---	--

6	p	
$\sqrt{2}$	3	q

A. $6\sqrt{2}$

B. $2\sqrt{3}$

C. $2\sqrt{6}$

D. $3\sqrt{2}$

题型 10 二次根式的乘除混合运算——数字型

【典例 1】. 计算 $-\sqrt{18} \times \sqrt{30} \div \sqrt{12}$ 结果是_____.

【变式 1】. 计算： $3\sqrt{1\frac{1}{7}} \div \frac{\sqrt{2}}{2} \times \sqrt{\frac{3}{14}}$.

【变式 2】. $5 \div \sqrt{5} \times \frac{1}{\sqrt{5}} =$

【变式 3】. 计算： $\sqrt{27} \cdot \sqrt{\frac{8}{3}} \div \sqrt{\frac{1}{2}} =$ _____.

题型 11 二次根式的乘除混合运算——字母型

【典例 1】. 计算： $\frac{2}{b}\sqrt{ab} \cdot \left(-\frac{3}{2}\sqrt{a^3b}\right) \div 3\sqrt{\frac{a}{b}} (a > 0)$.

【变式 1】. 计算：

(1) $\frac{1}{3}\sqrt{xyz^2} \cdot 3\sqrt{xyz}$;

(2) $\frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{3}} \div \sqrt{\frac{3}{2}} \div 3\sqrt{\frac{1}{6}}$;

(3) $5a\sqrt{\frac{3a}{x}} \cdot 3ax\sqrt{\frac{4x^3}{5a^2}}$;

(4) $\sqrt{\frac{6}{x+y}} \div \sqrt{\frac{12}{x-y}}$.

题型 12 二次根式的乘除运算、变形综合辨析

【典例 1】. 如果 $ab > 0$, $a + b < 0$, 那么下面各式：

① $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$, ② $\sqrt{\frac{a}{b}} \cdot \sqrt{\frac{b}{a}} = 1$, ③ $\sqrt{ab} \div \sqrt{\frac{a}{b}} = -b$ 其中正确的是_____ (填序号)

【变式1】 . 如果 $a < 0, b < 0$, 那么下列各式, ① $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$; ② $\sqrt{\frac{a}{b}} \times \sqrt{\frac{b}{a}} = 1$; ③ $\sqrt{ab} \div \sqrt{\frac{a}{b}} = -b$, ④

$(\sqrt{ab})^2 = -ab$, 正确的有_____ .

题型13 与二次根式乘除运算有关的化简问题

【典例1】 . $-6\sqrt{\frac{3m^2-3n^2}{2a^2}} \div \frac{3}{2}\sqrt{\frac{m+n}{a^2}} \cdot \sqrt{\frac{a^2}{m-n}} \cdot \sqrt{-a}$

【变式1】 . 化简：

$$(1) 4\sqrt{xy^2} \times \sqrt{\frac{x}{y^3}} \div 10\sqrt{\frac{y}{x^2}}$$

$$(2) \frac{xy - \sqrt{xy}}{\sqrt{xy} - 1} \div \frac{\sqrt{y} - 2\sqrt{x}}{4x - 4\sqrt{xy} + y}$$

【变式2】 . 化简：

$$(1) \sqrt{\frac{x^2 - 4xy + 4y^2}{x^2}} (x > 2y, y > 0) ;$$

$$(2) \frac{1}{2b-a} \sqrt{\frac{a^2 - 4ab + 4b^2}{a^2b^2}} (a > 2b > 0) .$$

强化训练

一、单选题

1 . 计算： $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = (\quad)$

A . $\sqrt{5}$

B . $\sqrt{6}$

C . $3\sqrt{2}$

D . $2\sqrt{3}$

2 . 下列计算中，正确的是 ($\quad$)

A . $\sqrt{3} \times \sqrt{6} = 2\sqrt{3}$

B . $\sqrt{6} \times \sqrt{8} = 4\sqrt{3}$

C . $2\sqrt{7} \times \sqrt{7} = 3\sqrt{7}$

D . $2\sqrt{3} \times 3\sqrt{2} = 6$

3 . 下列计算正确的是 ($\quad$)

A . $3\sqrt{2} \times 4\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$

B . $\sqrt{(-9) \times (-25)} = \sqrt{-9} \times \sqrt{-25} = -3 \times (-5) = 15$

C . $-3\sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{(-3)^2 \times \frac{2}{3}} = 6$

D . $\sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{(13+12)(13-12)} = 5$

4. 计算： $6\sqrt{7} \times \frac{1}{3}\sqrt{21} \div 2\sqrt{3}$ 的结果是 ()

- A. -4 B. $-2\sqrt{3}$ C. 40 D. 7

5. 计算 $4\sqrt{6x^3} \div 2\sqrt{\frac{x}{3}}$ 的结果是 ()

- A. $2\sqrt{2}x$ B. x C. $6\sqrt{2}x$ D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}x$

6. 小明的作业本上有以下四题:

① $\sqrt{16a^4} = 4a^2$; ② $\sqrt{5a} \cdot \sqrt{10a} = 5\sqrt{2a}$; ③ $a\sqrt{\frac{1}{a}} = \sqrt{a^2 \cdot \frac{1}{a}} = \sqrt{a}$; ④ $\sqrt{8a} \div \sqrt{2a} = 4$.

其中做错的题是()

- A. ① B. ② C. ③ D. ④

7. 若 $mn > 0, m+n < 0$, 则化简 $\sqrt{mn} \div \sqrt{\frac{n}{m}}$ = ()

- A. m B. $-m$ C. n D. $-n$

8. 已知 $\sqrt{7} = a$, $\sqrt{70} = b$, 则 $\sqrt{4.9}$ 用 a, b 表示为 ()

- A. $\frac{a+b}{10}$ B. $\frac{a-b}{10}$ C. $\frac{b}{a}$ D. $\frac{ab}{10}$

二、填空题

9. 化简 $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{2}}$ 的结果是_____.

10. $\sqrt{\frac{2}{3}} \div \sqrt{6} =$ _____.

11. 计算： $\sqrt{\frac{b}{5}} \div \sqrt{\frac{b}{20a^2}} =$ _____.

12. 当 $x > 0$ 时, 化简 $\frac{3}{5}\sqrt{x^2y^5} \div \frac{4y}{15}\sqrt{\frac{y}{x}} =$ _____.

13. 化简： $-9\sqrt{\frac{3m^2-3n^2}{2a^2}} \div \frac{3}{2}\sqrt{\frac{m+n}{a^2}} \cdot \sqrt{\frac{a^2}{m-n}} =$ _____.

14. 如图所示的幻方中, 各行、各列及各条对角线上的三个实数之积均相等, 则图中 a, b, c 三个实数的

积为_____。

$2\sqrt{3}$	1	b
3	a	2
$\sqrt{2}$	6	c

三、解答题

15. 计算：

(1) $\sqrt{8} \times \sqrt{18}$ ；

(2) $\sqrt{1.2 \times 10^2} \times \sqrt{3 \times 10^5}$ ；

(3) $\sqrt{2} \times \sqrt{5} \times \sqrt{10}$ ；

(4) $\frac{1}{4}\sqrt{12a} \times 3\sqrt{3a}$ 。

16. 计算：

(1) $\frac{1}{4}\sqrt{18} \times (-3\sqrt{8})$ ；

(2) $\sqrt{8} \times \sqrt{15} \times \sqrt{20}$ ；

(3) $-5\sqrt{\frac{8}{27}} \times \sqrt{1\frac{1}{4}} \times (-3\sqrt{54})$ ；

(4) $4\sqrt{x^2y} \times \frac{1}{3}\sqrt{xy^2}$ 。

17. 计算：

(1) $3\sqrt{3\frac{1}{2}} \times \left(\frac{1}{8}\sqrt{1\frac{4}{7}}\right) \div \left(\frac{1}{4}\sqrt{5\frac{1}{2}}\right)$ ；

(2) $\frac{2}{y}\sqrt{xy^5} \cdot \left(\frac{3}{2}\sqrt{x^2y}\right) \div \left(\frac{1}{3}\sqrt{\frac{y}{x}}\right) (x > 0, y > 0)$ 。

18. 计算： $3\sqrt{\frac{12}{x}} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{xy}} \div \left(-\frac{3}{4}\sqrt{\frac{18}{xy^3}}\right)$

19. 化简：

$$(1) \sqrt{12xy} + \frac{2}{3}\sqrt{y} \quad (2) 9\sqrt{45} + 3\sqrt{2\frac{1}{2}} \times \frac{3}{2}\sqrt{2\frac{1}{2}}$$

$$(3) \frac{a+b}{\sqrt{a+b}}; \quad (4) \sqrt{\frac{b}{a}} \div \sqrt{ab} \times \sqrt{\frac{a^3}{b}} (a > 0);$$

$$(5) \sqrt{xy^3} \div \left(-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{y}{x}}\right) \cdot (-2\sqrt{2x}) (x > 0).$$

$$20. \frac{4x-9y}{2\sqrt{x}-3\sqrt{y}} - \frac{5\sqrt{xy}-y}{5\sqrt{x}-\sqrt{y}}$$

21. 【阅读·领会】

材料一：一般地，形如 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 的式子叫做二次根式，其中 a 叫做被开方数．其中，被开方数相同的二次根式叫做同类二次根式．像同类项一样，同类二次根式也可以合并，合并方法类似合并同类项，是把几个同类二次根式前的系数相加，作为结果的系数，即 $m\sqrt{x} + n\sqrt{x} = (m+n)\sqrt{x}$ ($x \geq 0$)．利用这个式子可以化简一些含根式的代数式．

材料二：二次根式可以进行乘法运算，公式是 $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ ($a \geq 0, b \geq 0$)

我们可以利用以下方法证明这个公式：一般地，当 $a \geq 0, b \geq 0$ 时，

根据积的乘方运算法则，可得 $(\sqrt{a} \times \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 \times (\sqrt{b})^2 = ab$ ，

$\therefore (\sqrt{a})^2 = a$ ($a \geq 0$)， $\therefore (\sqrt{ab})^2 = ab$ ．于是 $\sqrt{a} \times \sqrt{b}$ 、 $\sqrt{ab}$ 都是 ab 的算术平方根，

$\therefore \sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ ($a \geq 0, b \geq 0$) 利用这个式子，可以进行一些二次根式的乘法运算．

将其反过来，得 $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ ($a \geq 0, b \geq 0$) 它可以用来化简一些二次根式．

材料三：一般地，化简二次根式就是使二次根式：

(I) 被开方数中不含能开得尽方的因数或因式；

(II) 被开方数中不含分母；

(III) 分母中不含有根号．这样化简完后的二次根式叫做最简二次根式．

【积累·运用】

(1) 仿照材料二中证明二次根式乘法公式那样，试推导二次根式的除法公式．

(2) 化简： $\sqrt{(-2)^2 a^3 b^2 c^5}$ ($a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$) = _____．

(3) 当 $0 < a < b$ 时，化简 $\frac{a+b}{a-b} \sqrt{\frac{b^2-2ab+a^2}{a^3b^2+a^2b^3}}$ ，并求当 $\begin{cases} a=7, \\ b=9 \end{cases}$ 时它的值。