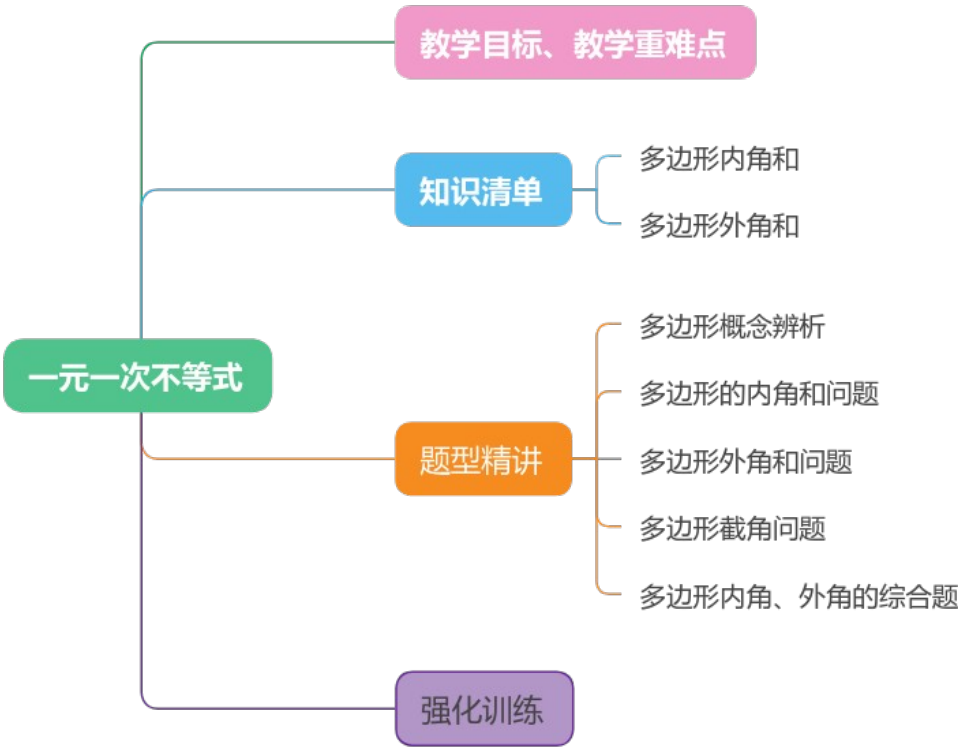


专题 23.1 多边形

内容概览



教学目标、教学重难点

教学目标	1.理解多边形、凸多边形、及多边形的对角线、内角、外角等概念，能准确识别和表述。 2.掌握 n 边形内角和公式 $(n-2) \times 180^\circ$ ($n \geq 3$)，会用公式计算求多边形的内角和、边数。 3.理解多边形外角和为 360° ，能结合内角和解决简单计算、推理问题。
教学重难点	1.重点 (1) 多边形、凸多边形、对角线等核心概念的理解与辨析。 (2) 多边形内角和公式的推导过程与应用 (已知边数求内角和、已知内角和求边数)。 (3) 多边形外角和定理的理解与初步应用。

	2.难点 如何引导学生将多边形合理分割为三角形，从而理解推导出内角和的逻辑，突破从特殊到一般的归纳难点。
--	---

知识清单

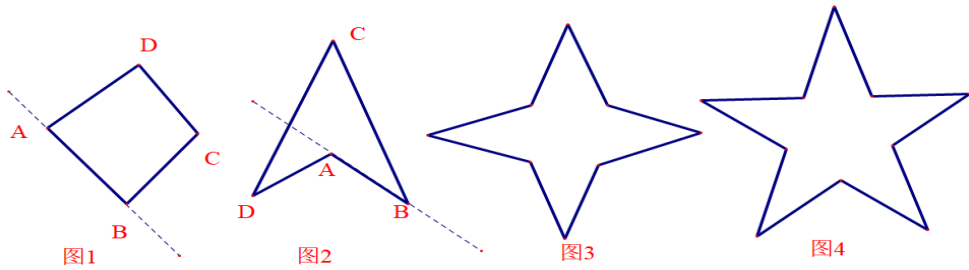
知识点 01 多边形的内角和

1. 多边形的概念

在平面内，由不在同一直线上的三条或三条以上的线段首尾顺次连接组成的封闭图形叫作多边形。多边形按组成它的线段的条数分成三角形、四边形、五边形等；_____是最简单的多边形；如果一个多边形由 n 条线段组成，这个多边形叫作“ n 边形” (n 为正整数， $n \geq 3$)

组成多边形的各条线段叫作多边形的边，相邻两条线段的公共端点叫作多边形的顶点。相邻两边所成的角叫作多边形的内角。连接多边形不相邻两个顶点的线段叫作多边形的对角线。

多边形用表示它的各个顶点的字母表示，例如图 1 中的四边形，可以按照顶点的顺序，记作“四边形 ABCD”。

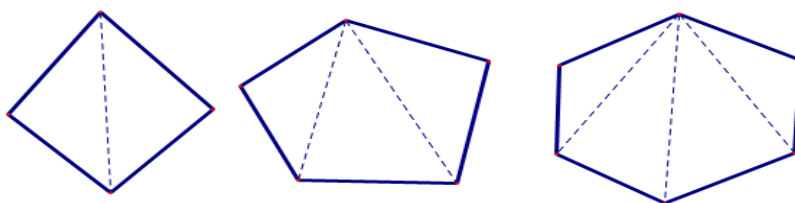


2. 凸多边形

如果画出多边形的任意一条边所在直线，其余各边 (如图 1) 都在这条直线的同一侧。这样的多边形叫作凸多边形。如图 1 是凸多边形，图 2-4 不是凸多边形。

3. 多边形的对角线

- ① 从一个顶点出发， n 边形可以引出_____条对角线，将 n 边形分成_____个三角形；
- ② n 边形每个顶点均可以引出_____条对角线，所以 n 边形的对角线总条数为_____；



4. 多边形的内角和

n 边形从一个顶点出发可以引出 $(n-3)$ 条对角线，将 n 边形分成 $(n-2)$ 个三角形，所以 n 边形的内角和为_____

5. 四边形的内角和为_____

【即学即练】

1. 下列说法：①由许多条线段连接而成的图形叫做多边形；②多边形的边数是不小于 4 的自然数；③从一个多边形（边数为 n ）的同一个顶点出发，分别连接这个顶点与其余与之不相邻的各顶点，可以把这个多边形分割成 $(n-2)$ 个三角形。其中正确的有（ ）

- A . 0 个 B . 1 个 C . 2 个 D . 3 个

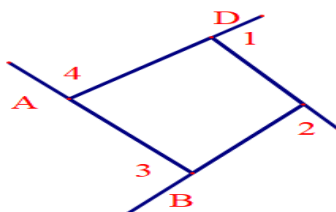
2. 如果一个 n 边形的内角和为 1260° ，那么 n 的值是（ ）

- A . 7 B . 8 C . 9 D . 10

知识点 02 多边形的外角和

1. 多边形的外角

多边形的内角的一边的延长线与另一边所组成的角叫作多边形的外角，如下图中的 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 都是四边形 ABCD 的外角。



2. 多边形的外角和

多边形在每一个顶点处有 **两个** 外角，但在各个顶点处只各取 **一个外角**，这样得到所有外角的和叫作这个多边形的外角和。

多边形的每一个内角与和它相邻的外角都互补，因此 n 边形的内角和加外角和等于 $n \times 180^\circ$ ，外角和等

于 $n \times 180^\circ - (n-2) \times 180^\circ =$ _____.

3. 多边形的外角和定理：_____.

4. 四边形的外角和：

多边形的外角和不随着边数的变化而变化，是个常数。所以四边形的外角和也是_____.

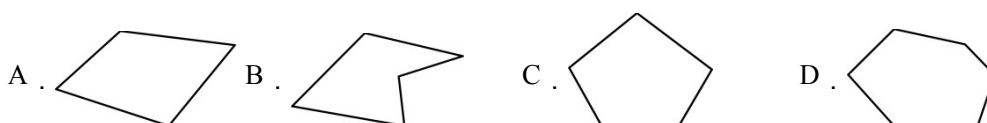
【即学即练】

1. 一个多边形的每一个内角是 135° ，则这个多边形的对角线的总数是多少？

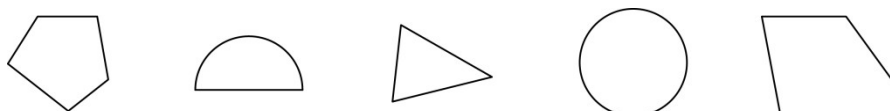
题型精讲

题型 01 多边形的相关概念

【典例 1】下列多边形中，不是凸多边形的是 ()



【变式 1】如图所示的图形中，属于多边形的有 ()



A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

【变式 2】若一个多边形共有 20 条对角线，则这个多边形的内角和是 ()

A. 720° B. 900° C. 1080° D. 1260°

【变式 3】从多边形的一个顶点出发，可以作出 5 条对角线，则这个多边形的边数是 ()

A. 八 B. 七 C. 六 D. 五

【变式 4】从一个九边形的一个顶点出发的对角线把这个九边形分割成的三角形个数是 ()

A. 10 B. 12 C. 7 D. 6

题型 02 多边形的内角和

【典例 1】如果一个 n 边形的内角和为 1260° ，那么 n 的值是 ()

- A . 7 B . 8 C . 9 D . 10

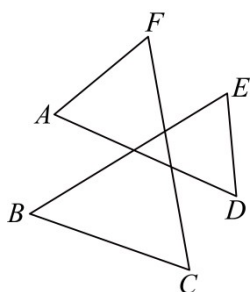
【变式 1】一个四边形有一组对角互补，另外一组对角的关系是_____

【变式 2】如果一个多边形的边数增加 1，那么它的内角和将增加 () .

- A . 60° B . 90° C . 180° D . 360°

【变式 3】已知四边形 $ABCD$ 中， $\angle A$ 与 $\angle B$ 互补， $\angle D = 70^\circ$ ，则 $\angle C$ 的度数是_____ .

【变式 4】如图， $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F$ 的度数为 ()

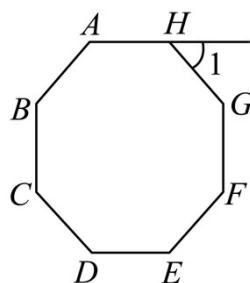


- A . 180° B . 240° C . 300° D . 360°

题型 03 多边形的外角和

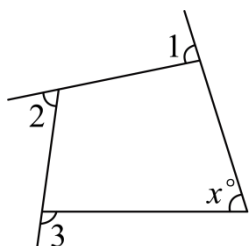
【典例 1】一个 n 边形的每个外角都相等且等于 72° ，那么 $n =$ _____ .

【变式 1】一般地，各边相等、各角也相等的多边形叫做正多边形。比如：等边三角形是正三角形，正方形是正四边形。如图，八边形 $ABCDEFGH$ 是正八边形，那么它的一个外角 $\angle 1$ 的度数为 ()



- A . 30° B . 36° C . 40° D . 45°

【变式 2】如图， $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 250^\circ$ ，则 x 的值是_____ .



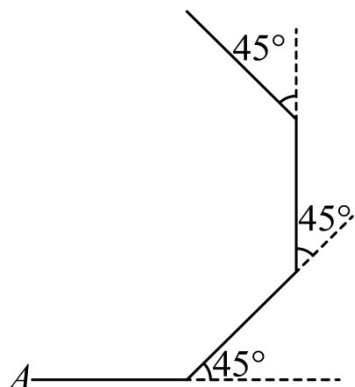
【变式3】 已知一个多边形纸片的内角和比外角和多 540°

(1)求这个多边形的边数.

(2)将此多边形裁去一个角，直接写出它的边数与外角和.

(3)若这个多边形是正多边形，通过计算说明：每个内角比相邻的外角大还是小？大或小多少度？

【变式 4】 如图所示，小明从 A 点出发，沿直线前进 8m 后向左转 45° ，再沿直线前进 8m ，又向左转 $45^\circ \cdots$ ，照这样走下去，他第一次回到出发点 A 时，共走路程是多少？



题型 04 多边形的截角问题

【典例1】 一个多边形截去一个角后，形成的另一个多边形的内角和是 1260° ，则原多边形的边数为_____.

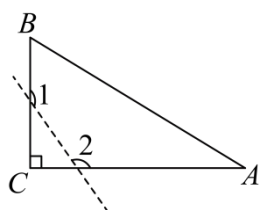
【变式1】把一张形状是四边形的纸片剪去其中某一个角，剩下的部分的形状不可能是（ ）

A. 三角形 B. 四边形 C. 五边形 D. 六边形

【变式2】 一个多边形截去一个角后，形成一个六边形，那么原多边形边数为_____.

【变式3】 如图，已知 $\triangle ABC$ 为直角三角形， $\angle C = 90^\circ$ ，若沿图中虚线剪去 $\angle C$ ，则 $\angle 1 + \angle 2$ 等于

()


 A . 90°

 B . 135°

 C . 270°

 D . 315°

【变式 4】 一个多边形的外角和是内角和的 $\frac{2}{5}$ ，若这个多边形截去一个角后，则所形成的多边形是_____边形 .

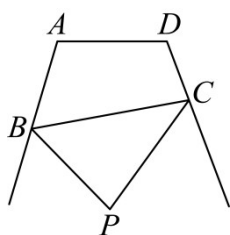
题型 05 多边形内角、外角的综合应用

【典例 1】 已知一个凸多边形的内角和等于五边形外角和的 2 倍，则这个凸多边形的边数是_____ .

【变式 1】 已知一个多边形每个内角都相等，且一个内角与一个外角的差为 100° ，则该正多边形的边数是_____ .

【变式 2】 一个多边形的内角和比它的外角和的 3 倍少 180° . 求这个多边形的边数和总对线条数 .

【变式 3】 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $\angle A + \angle D = \alpha$ ， $\angle ABC$ 与 $\angle BCD$ 的外角平分线交于点 P ，则 $\angle P =$ ()

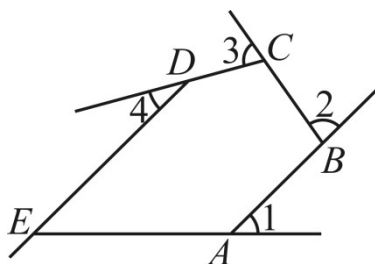

 A . $180^\circ - \frac{1}{2}\alpha$

 B . $180^\circ + \frac{1}{2}\alpha$

 C . $\frac{1}{2}\alpha$

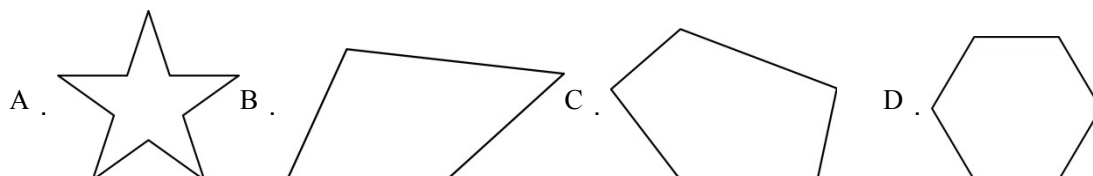
 D . $360^\circ - \alpha$

【变式 4】 如图是由射线 AB ， BC ， CD ， DE ， EA 组成的平面图形，若 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 225^\circ$ ， $ED \parallel AB$ ，求 $\angle 1$ 的度数 .



强化训练

1. 下列图形中，不是凸多边形的是 ()



2. 历来中国茶杯的各种造型从杯口形状，到杯身的样子，既是心思，也是美丽的几何。如图所示，南宋哥窑青釉八方杯最具代表性，杯口呈八边形。则八边形的内角和为 ()



- A . 1080° B . 900° C . 720° D . 540°

3. 一个多边形的内角和是 720° ，则这个多边形的边数是 ()

- A . 4 B . 5 C . 6 D . 7

4. 将一个多边形纸片沿一条直线剪下一个三角形后，变成一个五边形，则原多边形纸片的边数不可能是 ()

- A . 4 B . 5 C . 6 D . 7

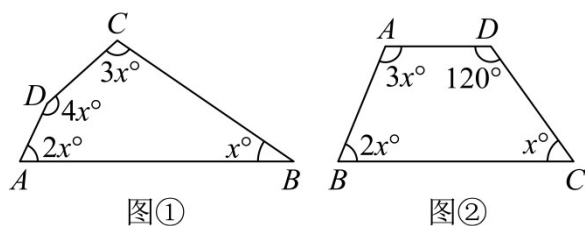
5. 若一个多边形的内角和为 1800° ，则这个多边形的对角线条数是_____。

6. 四边形 $ABCD$ 中， $\angle A:\angle B:\angle C:\angle D=1:2:3:4$ ，则 $\angle A=$ _____。

7. 一个四边形的一个外角为 x° ，与它不相邻的三个内角的和是_____ (用含 x 的式子表示)。

8. 如果一个多边形的各个外角都是 40° ，那么这个多边形的内角和是_____度。

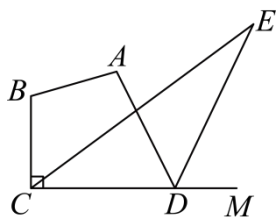
9. 求出下列图形中 x 的值。



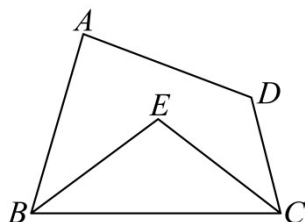
图①

图②

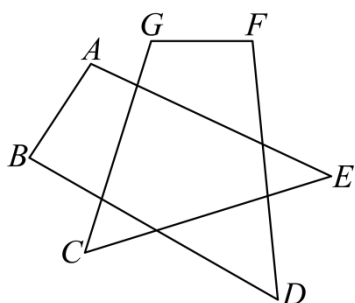
10. 如下图，四边形 $ABCD$ 中，若 $\angle A + \angle B = 200^\circ$ ， $\angle BCD = 90^\circ$ ， CE 平分 $\angle BCD$ ， DE 是 $\angle ADC$ 外角的平分线，求 $\angle E$ 的度数。



11. 如图，四边形 $ABCD$ 中， BE ， CE 分别平分 $\angle ABC$ ， $\angle BCD$ 。已知 $\angle A + \angle D = 210^\circ$ ，求 $\angle E$ 的度数。



12. 如图，求 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F + \angle G$ 的度数。

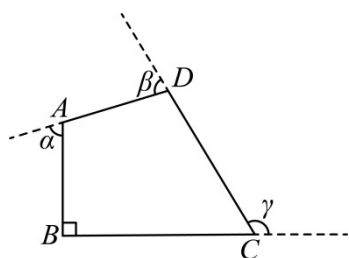


13. 小明和小红在一起探讨有关“多边形内角和”的问题，两人各出一道题考对方，小明给小红出了这样一道题：一个四边形各内角的度数比为 $2:3:4:9$ ，求各内角的度数。小红想了想，说：“这道题目有问题。”

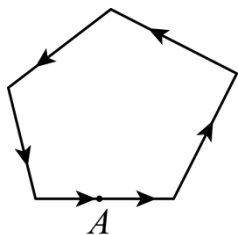
(1) 请你指出问题在哪里；

(2) 他们经过研究后，改变了题目中的一个数字，使这道题没有问题，请你也尝试一下，换一个合适的数字，使这道题没有问题，并进行解答。

14. 如下图，四边形 $ABCD$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ， $\angle A$ ， $\angle C$ ， $\angle D$ 的外角分别为 α ， β ， γ 。求 $\alpha + \beta + \gamma$ 的值。



15. 如图是花样滑冰运动员从点 A 出发滑行一周后回到点 A 处所经过的路线. 从开始到结束, 他转过的角度为多少?



16 一个多边形的内角和比它的外角和的 5 倍多 180° , 求这个多边形的边数.

17. 已知一个 n 边形的每一个内角都等于 150° .

(1) 求 n 的值;

(2) 求这个 n 边形的内角和;

(3) 这个 n 边形共有多少条对角线?

18. 小梦同学想到了方法, 如下图所示:

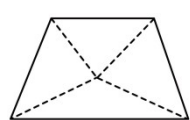


图1

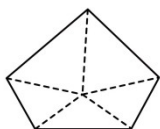


图2

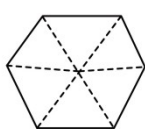


图3

(1) 按照图中所示的方法将多边形分割成三角形, 图 1 中四边形可分割出 4 个三角形; 图 2 中五边形可分割出_____个三角形; 图 3 中六边形可分割出_____个三角形;

(2) 你能由 (1) 的结论归纳出多边形的内角和与多边形边数 n 之间的关系吗?