

专题 01 期末解答压轴题

考点归纳

考点 01 平移问题

考点 02 旋转问题

考点 03 翻折问题

考点 04 对称问题

考点 05 分式及分式方程

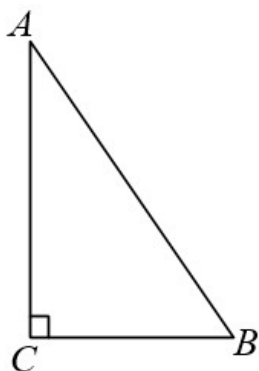
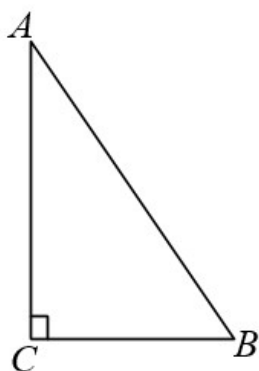
考点 06 因式分解

考点 07 整式综合

考点专练

考点 01 平移问题

1. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $BC = a$ ， $AC = b$ ，($b > a > 0$)，将 $\triangle ABC$ 绕点 B 顺时针旋转 90° 得 $\triangle A_1BC_1$ 。



备用图

(1) 画出 $\triangle A_1BC_1$ 。

(2) 将 $\triangle ABC$ 沿射线 CB 方向平移，平移后得 $\triangle A_2B_2C_2$ 。

① 当平移距离等于 a (点 C_2 和点 B 重合) 时，求四边形 $A_1A_2C_2B_2$ 的面积。(用 a, b 的代数式表示)

②若 $a=1$, $b=2$, 当 $\triangle A_1A_2C_2$ 的面积和 $\triangle A_1C_2B_2$ 的面积相等时, 平移距离多少? (直接写出答案)

2. 图 (1) 是一块智慧黑板的平面示意图, 由①、②、③、④四块长方形小黑板组成, 四块小黑板的长和宽如图所示 (其中 $a < b$), ②和③号黑板分别可以向左、向右水平移动, 移动后就可以看到黑板后的电子屏幕.

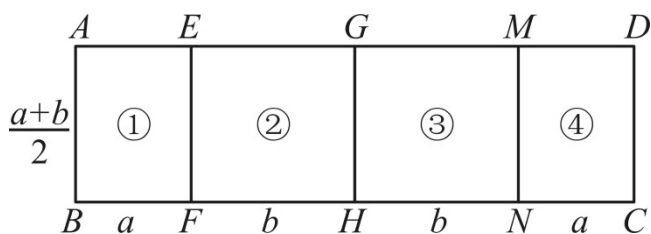


图 1

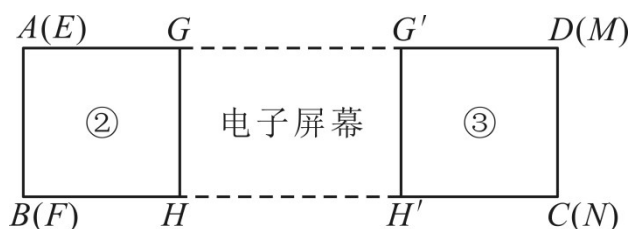


图 2

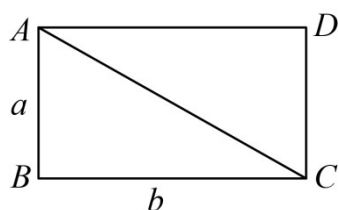
(1) 将②号黑板向左水平移动到 EF 与 AB 重合, ③号黑板向右水平移动到 MN 与 DC 重合, 此时电子屏幕全部呈现, 没有黑板遮挡, 如图 (2) 所示. 求电子屏幕的总面积; (用含 a 、 b 的代数式表示)

(2) 将②号黑板向左水平移动长度 $\frac{1}{4}a$, ③号黑板水平向右水平移动一定的长度, 此时被黑板遮挡住的电子

屏幕的面积为 $\frac{a^2 + 2ab + b^2}{4}$, 求③号黑板向右水平移动的长度. (用含 a 、 b 的代数式表示)

考点 02 旋转问题

3. 如图, 在长方形 $ABCD$ 中, 连接 AC , 已知边 $AB=a$, $BC=b$ ($a < b$)

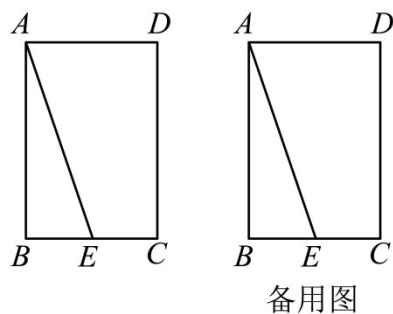


(1) 画出三角形 ABC 绕点 C 顺时针旋转 90° 后的三角形 CEF (点 A 、 B 的对应点分别为点 E 、 F), 不写画法, 写出结论;

(2) 用含 a 、 b 的代数式表示三角形 ACE 的面积 S_1 ;

(3)在(1)和(2)的条件下,连接 AE 交 CF 于点 G ,如果长方形 $ABCD$ 的面积 $S_2=8$, $S_1=10$,求 DG 的长.

4.如图,已知长方形 $ABCD$, $AB=6$, $BC=4$, E 是 BC 的中点,连接 AE ;将 $\triangle ABE$ 绕点 B 旋转(其中 A 、 E 分别与 A_1E_1 对应)使得 A_1 落在直线 BC 上,得 $\triangle A_1BE_1$.

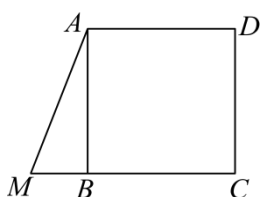


(1)画出满足条件的 $\triangle A_1BE_1$;

(2) $AE_1 =$ _____

(3)连接 AA_1 ,求 $\triangle AA_1E_1$ 的面积

5.如图,正方形 $ABCD$,点 M 是线段 CB 延长线一点,连结 AM , $AB=a$, $AM=b$

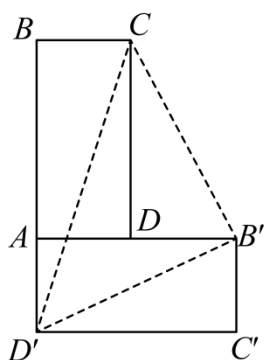


(1)将线段 AM 沿着射线 AD 运动,使得点 A 与点 D 重合,用代数式表示线段 AM 扫过的平面部分的面积.

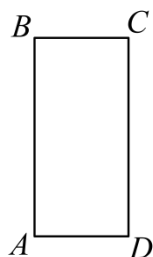
(2)将三角形 ABM 绕着点 A 旋转,使得 AB 与 AD 重合,点 M 落在点 N ,用代数式表示线段 AM 扫过的平面部分的面积.

(3)将三角形 ABM 顺时针旋转,使旋转后的三角形有一边与正方形的一边完全重合(第(2)小题的情况除外),请在如图中画出符合条件的3种情况,并写出相应的旋转中心和旋转角

6.已知长方形 $ABCD$ 中,边 AB 的长度为 a ,边 AD 的长度为 b , $a>2b$.将长方形 $ABCD$ 绕着点 A 旋转,点 B 、 C 、 D 的对应点分别记为点 B' 、 C' 、 D' ,旋转角记为 $\angle\alpha$.



(图1)



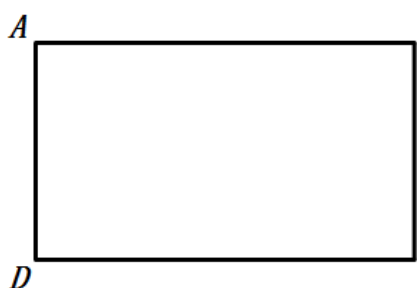
(备用图2)

- (1) 当旋转方向为顺时针方向且 $\angle \alpha = 90^\circ$ 时 (如图1), 连接 CB' 、 $B'D'$ 、 $D'C$, 用 a 、 b 的代数式表示三角形 $CB'D'$ 的面积; (结果需化简)
- (2) 当 $0^\circ < \angle \alpha < 90^\circ$ 时, 如果 $\angle BAB'$ 与 $\angle BAD'$ 的度数之比为 $2:7$, 请直接写出旋转方向和 $\angle \alpha$ 的度数;
- (3) 当 $0^\circ < \angle \alpha < 90^\circ$ 时, 旋转过程中, 当长方形 $AB'C'D'$ 与原长方形 $ABCD$ 重叠部分的图形是轴对称图形时, 请直接写出旋转方向和 $\angle \alpha$ 的度数.

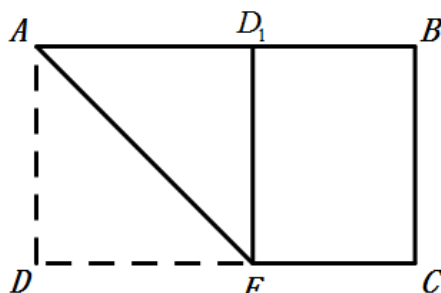
考点 03 翻折问题

7. 在长方形纸片 $ABCD$ 中, $AB = 10\text{cm}$, $AD < AB$.

- (1) 当 $AD = 6.5\text{cm}$ 时, 如图 (a) 所示, 将长方形纸片 $ABCD$ 折叠, 使点 D 落在 AB 边上, 记作点 D_1 , 折痕为 AE , 如图 (b) 所示. 此时, 图 (b) 中线段 D_1B 长是_厘米.



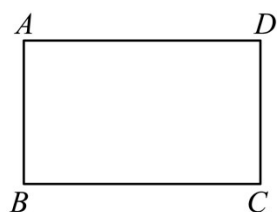
(a)



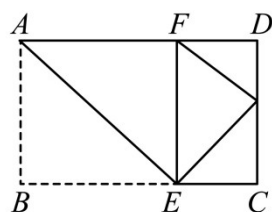
(b)

- (2) 若 $AD = x$ 厘米, 先将长方形纸片 $ABCD$ 按问题 (1) 的方法折叠, 再将 $\triangle AED_1$ 沿 D_1E 向右翻折, 使点 A 落在射线 D_1B 上, 记作点 A_1 . 若翻折后的图形中, 线段 $BD_1 = 2BA_1$, 请根据题意画出图形 (草图), 并求出 x 的值.

8. 已知: 如图①长方形纸片 $ABCD$ 中, $AB < AD$. 将长方形纸片 $ABCD$ 沿直线 AE 翻折, 使点 B 落在 AD 边上, 记作点 F , 如图②.



图①



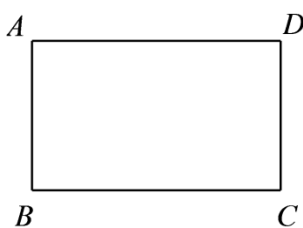
图②

(1) 当 $AD = 10$, $AB = 6$ 时, 求线段 FD 的长度;

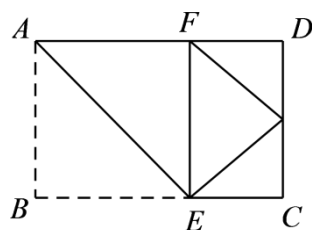
(2) 设 $AD = 10$ 、 $AB = x$, 如果再将 $\triangle AEF$ 沿直线 EF 向右起折, 使点 A 落在射线 FD 上, 记作点 G , 若设线段 $FD = \frac{4}{3}DG$, 请根据题意画出图形, 并求出 x 的值;

(3) 设 $AD = a$, $AB = b$, $\triangle AEF$ 沿直线 EF 向右翻折后交 CD 边于点 H , 连接 FH , 当 $\frac{S_{\triangle HFE}}{S_{\text{四边形}ABCD}} = \frac{1}{5}$ 时, 求 $\frac{a}{b}$ 的值.

9. 已知: 如图①长方形纸片 $ABCD$ 中, $AB < AD$. 将长方形纸片 $ABCD$ 沿直线 AE 翻折, 使点 B 落在 AD 边上, 记作点 F , 如图② .



图①



图②

(1) 当 $AD = 10$, $AB = 6$ 时, 求线段 FD 的长度;

(2) 设 $AD = 10$ 、 $AB = x$, 如果再将 $\triangle AEF$ 沿直线 EF 向右起折, 使点 A 落在射线 FD 上, 记作点 G , 若线段 $FD = \frac{3}{2}DG$, 请根据题意画出图形, 并求出 x 的值;

(3) 设 $AD = a$, $AB = b$, $\triangle AEF$ 沿直线 EF 向右翻折后交 CD 边于点 H , 连接 FH , 当 $\frac{S_{\triangle HFE}}{S_{\text{四边形}ABCD}} = \frac{1}{8}$ 时, 求 $\frac{a}{b}$ 的值.

10. 若 $\angle\alpha$ 和 $\angle\beta$ 均为大于 0° 小于 180° 的角, 且 $|\angle\alpha - \angle\beta| = 60^\circ$, 则称 $\angle\alpha$ 和 $\angle\beta$ 互为“伙伴角”. 根据这个约定, 解答下列问题:

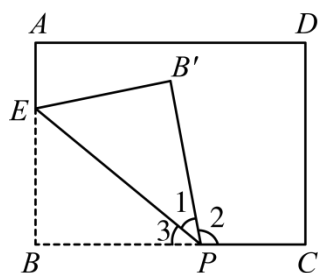


图1

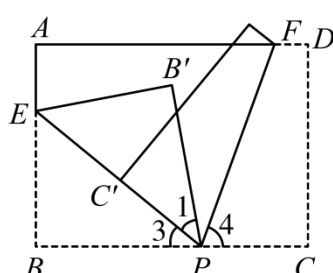
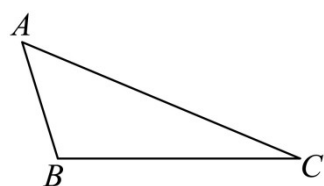


图2

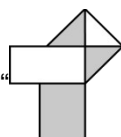
- (1) 若 $\angle \alpha$ 和 $\angle \beta$ 互为“伙伴角”，当 $\angle \alpha = 130^\circ$ 时，求 $\angle \beta$ 的度数；
- (2) 如图 1，将一长方形纸片沿着 EP 对折（点 P 在线段 BC 上，点 E 在线段 AB 上）使点 B 落在点 B' ；，若 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互为“伙伴角”，求 $\angle 3$ 的度数；
- (3) 如图 2，在图 1 的基础上，再将长方形纸片沿着 PF 对折（点 F 在线段 AD 上）使点 C 落在线段 PE 上的点 C' 处，线段 PB' 落在 $\angle EPF$ 内部．若 $\angle 1$ 与 $\angle 4$ 互为“伙伴角”，求 $\angle BPF$ 的度数．

考点 04 对称问题

11. 已知三角形纸片 ABC （如图），将纸片折叠，使点 A 与点 C 重合，折痕分别与边 AC 、 BC 交于点 D 、 E ，点 B 关于直线 DE 的对称点为点 F ．

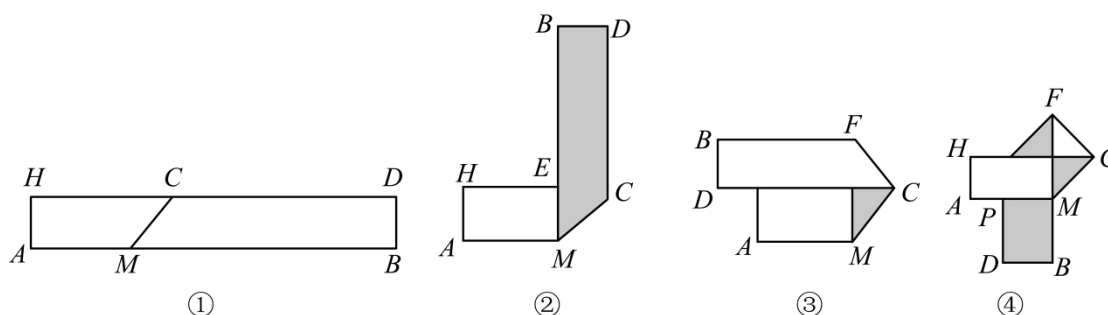


- (1) 画出直线 DE 和点 F ；
- (2) 连接 EF 、 FC ，如果 $\angle FEC = 48^\circ$ ，求 $\angle DEC$ 的度数；
- (3) 连接 AE 、 BD 、 DF ，如果 $\frac{BE}{EC} = \frac{2}{5}$ ，且 $\triangle DEF$ 的面积为 4，求 $\triangle ABC$ 的面积．



12. 生活中，有人喜欢把传送的便条折成“ ”形状，折叠过程按图 ①、②、③、④ 的顺序进行(其中

阴影部分表示纸条的反面):



如果由信纸折成的长方形纸条(图①)长 $AB = 26$ 厘米, 分别回答下列问题:

(1) 如图①、图②, 如果长方形纸条的宽为 4 厘米, 并且开始折叠时 $AM = 6$ 厘米, 那么在图②中, $BE =$ _____ 厘米.

(2) 如图②, 如果长方形纸条的宽为 4 厘米, 现在不但要折成图②的形状, 还希望纸条两端超出点 E 的部分 HE 和 BE 相等, 使图②. 是轴对称图形, $AM =$ _____ 厘米.

(3) 如图④, 如果长方形纸条的宽为 x 厘米, 希望纸条两端超出点 P 的部分 AP 和 PD 相等, 即最终图形是轴对称图形, 试求在开始折叠时起点 M 与点 A 的距离(结果用 x 表示).

考点 05 分式及分式方程

13. 观察下列算式,

第一个式子 $\frac{1}{x(x+1)} = \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}\right) \times 1$; 第二个式子 $\frac{1}{x(x+2)} = \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2}\right) \times \frac{1}{2}$;

第三个式子 $\frac{1}{x(x+3)} = \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+3}\right) \times \frac{1}{3}$; 第四个式子 $\frac{1}{x(x+4)} = \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+4}\right) \times \frac{1}{4}$;

根据你发现的规律解决下列问题:

(1) 写出第 n 个式子: _____ (n 为正整数).

(2) $\frac{1}{(x+m)(x+n)} = \left(\frac{1}{x+m} - \frac{1}{x+n}\right) \times \frac{1}{n-m}$ (n, m 为正整数且 $n \neq m$).

(3) 若 $|b-3| + (a-2)^2 = 0$, 试求 $\frac{1}{(a+1)(b+1)} + \frac{1}{(a+2)(b+2)} + \dots + \frac{1}{(a+100)(b+100)}$ 的值.

14. 如果两个分式 M 与 N 的和为常数 k , 且 k 为正整数, 则称 M 与 N 互为“和整分式”, 常数 k 称为“和整值”. 如分式 $M = \frac{x}{x+1}$, $N = \frac{1}{x+1}$, $M + N = \frac{x+1}{x+1} = 1$, 则 M 与 N 互为“和整分式”, “和整值” $k = 1$.

(1) 已知分式 $A = \frac{2x-7}{x-2}$, $B = \frac{-3}{2-x}$, 判断 A 与 B 是否互为“和整分式”, 若不是, 请说明理由; 若是, 请求出

“和整值” k ；

(2) 已知分式 $C = \frac{3x-4}{x-2}$ ， $D = \frac{G}{x^2-4}$ ， C 与 D 互为“和整分式”，且“和整值” $k=3$ ，若 x 为正整数，分式 D 的值为正整数 t 。

①求 G 所代表的代数式；

②求 x 的值；

(3) 在 (2) 的条件下，已知分式 $P = \frac{3x-5}{x-3}$ ， $Q = \frac{mx-3}{3-x}$ ，且 $P+Q=t$ ，若该关于 x 的方程无解，求实数 m 的值。

15. 给出定义：如果两个实数 a, b 使得关于 x 的分式方程 $\frac{a}{x} - b = k$ 的解是 $x = \frac{k}{a-b}$ 成立，那么我们就把实数 a, b 组成的数对 (a, b) 称为关于 x 的分式方程 $\frac{a}{x} - b = k$ 的一个“ k 相关系数”。

例如：当 $a=3, b=2$ 时，使得关于 x 的分式方程 $\frac{3}{x} - 2 = 1$ 的解是 $x = \frac{1}{3-2} = \frac{1}{1} = 1$ 成立，所以数对 $(3, 2)$ 称为关于 x 的分式方程 $\frac{a}{x} - b = k$ 的一个“1 相关系数”。

(1) 在数对 ① $(1, 0)$ ；② $(2, -3)$ ；③ $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ 中，_____ (只填序号) 是关于 x 的分式方程 $\frac{a}{x} - b = k$ 的“1 相关系数”；

(2) 若数对 $(t-2, 2+t)$ 是关于 x 的分式方程 $\frac{a}{x} - b = k$ 的一个“1 相关系数”，求 t 的值；

(3) 若数对 $(c+d, d)$ ($c \neq \pm 1$ 且 $c \neq 0$) 是关于 x 的分式方程 $\frac{a}{x} - b = k$ 的一个“1 相关系数”，且关于 y 的方程 $dy - c + 1 = 0$ 有整数解，直接写出整数 c 的值。

考点 06 因式分解

16. 若一个数是一个整数的平方，则称这个数是完全平方数，类似地，多项式 $a^2 + 2ab + b^2$ 及 $a^2 - 2ab + b^2$ 称做完全平方式。如果一个多项式不是完全平方式，我们常做如下变形：先添加一个适当的项，使式子中出现完全平方式，再减去这个项，使整个式子的值不变，这种方法叫做配方法。配方法是一种重要的解决问题的数学方法，不仅可以将一个看似不能分解的多项式分解因式，还能解决一些与非负数有关的问题或

求代数式最大值，最小值等．

例如：分解因式 $x^2 + 2x - 3$ ．

$$\text{原式} = (x^2 + 2x + 1) - 4 = (x + 1)^2 - 2^2 = (x + 1 + 2)(x + 1 - 2) = (x + 3)(x - 1) ;$$

例如：求代数式 $2x^2 + 4x - 6$ 的最小值．

$$\text{原式} = 2x^2 + 4x - 6 = 2(x^2 + 2x - 3) = 2(x + 1)^2 - 8 . \text{ 可知当 } x = -1 \text{ 时, } 2x^2 + 4x - 6 \text{ 有最小值, 最小值是 } -8 .$$

(1) 用配方法分解因式： $a^2 + 2a - 8$ ；

(2) 当 x 为何值时，多项式 $-2x^2 - 8x + 5$ 有最大值，并求出这个最大值．

(3) 求使得 $m^2 + m + 7$ 是完全平方数的所有整数 m 的积．

17．定义：如果一个正整数能表示为两个连续正奇数的平方差，那么称这个正整数为“登高数”，例如：

$$8 = 3^2 - 1^2, 16 = 5^2 - 3^2, 24 = 7^2 - 5^2, \text{ 因此 } 8, 16, 24 \text{ 都是“登高数”} .$$

(1) 特例感知：判断 40 是否为“登高数”，说明理由．

(2) 规律探究：根据“登高数”的定义，设两个连续正奇数为 $2k - 1$ 和 $2k + 1$ ，其中 k 是正整数，那么“登高数”都能被 8 整除吗？如果能，说明理由；如果不能，举例说明．

(3) 拓展应用：求不超过 2000 的所有“登高数”的和．

考点 07 整式综合

18．如果 $x^n = y$ ，那么我们规定 $(x, y) = n$ ．例如：因为 $4^2 = 16$ ，所以 $(4, 16) = 2$ ．

(1) $(-2, 16) = \underline{\hspace{2cm}}$ ；若 $(2, y) = 6$ ，则 $y = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2) 已知 $(4, 12) = a$ ， $(4, 5) = b$ ， $(4, y) = c$ ，若 $a + b = c$ ，求 y 的值；

(3) 若 $(5, 10) = a$ ， $(2, 10) = b$ ，令 $t = \frac{2ab}{a + b}$ ．

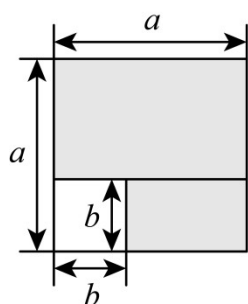
① 求 $\frac{25^a}{16^b}$ 的值；

② 求 t 的值．

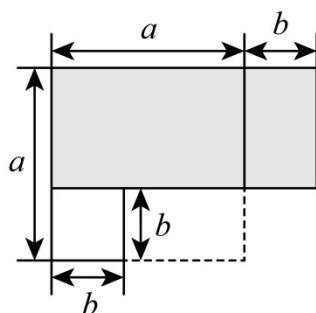
19．【探究】如图①，从边长为 a 的大正方形中剪掉一个边长为 b 的小正方形，将阴影部分沿虚线剪开，拼成图②的长方形．

(1) 请你分别表示出这两个图形中阴影部分的面积：图① $\underline{\hspace{2cm}}$ 图② $\underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2) 比较两图的阴影部分面积，可以得到乘法公式：_____ (用字母 a 、 b 表示)；



图①



图②

【应用】请应用这个公式完成下列各题：

① 已知 $2m - n = 3$ ， $2m + n = 4$ ，则 $4m^2 - n^2$ 的值为_____；

② 计算： $(x-3)(x+3)(x^2+9)$ 。

【拓展】计算 $(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)\cdots(2^{32}+1)$ 的结果为_____。

20. 数学活动课上，老师准备了图 1 中三种不同大小的正方形与长方形卡片如图 1 依次记 A 、 B 、 C 三类，拼成了一个如图 2 所示的正方形。

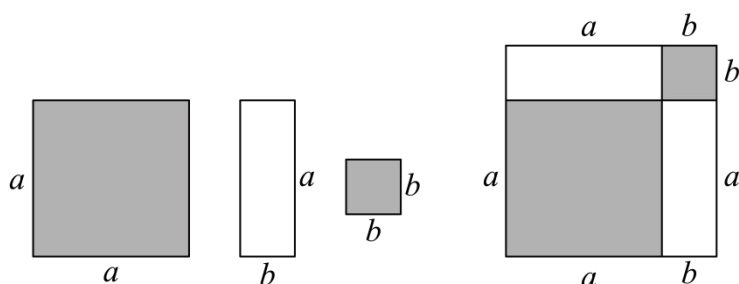


图1

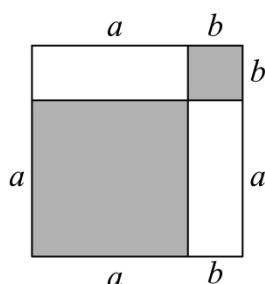


图2

(1) 请用两种不同的方法表示图 2 中阴影部分的面积和。

方法 1：_____；

方法 2：_____。

(2) 请直接写出三个代数式： $(a+b)^2$ ， $a^2 + b^2$ ， ab 之间的一个等量关系_____。

(3) 若要拼出一个面积为 $(a+2b)(a+b)$ 的矩形，则需要 A 类卡片_____张， B 类卡片_____张， C 类卡片_____张。

(4) 根据 (2) 题中的等量关系，解决如下问题：

① 已知 $m + n = 5$ ， $m^2 + n^2 = 20$ ，求 mn 和 $(m-n)^2$ 的值。

② 已知 $(x-2021)^2 + (x-2023)^2 = 34$ ，求 $(x-2022)^2$ 。

21. 现有长与宽分别为 a 、 b 的小长方形若干个，用两个这样的小长方形拼成如图 1 的图形，用四个相同的小长方形拼成图 2 的图形，请认真观察图形，解答下列问题：

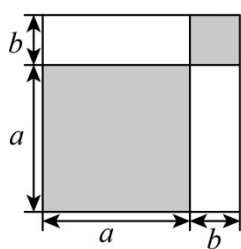


图1

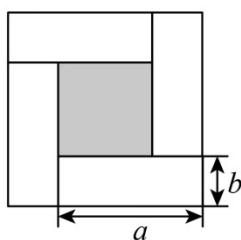


图2

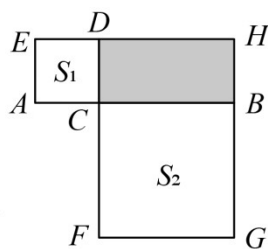


图3

(1) 根据图中条件，请写出图 1 和图 2 所验证的关于 a 、 b 的关系式：(用含 a 、 b 的代数式表示出来)：

图 1 表示：_____；图 2 表示：_____；

根据上面的解题思路与方法，解决下列问题：

(2) 请直接写出下列问题答案：

① 若 $2m + 3n = 5$ ， $mn = 1$ ，则 $2m - 3n =$ _____；

② 若 $(4 - m)(5 - m) = 6$ ，则 $(4 - m)^2 + (5 - m)^2 =$ _____。

(3) 如图 3，点 C 是线段 AB 上的一点，以 AC ， BC 为边向两边作正方形，设 $AB = 7$ ，两正方形的面积和 $S_1 + S_2 = 16$ ，求图中阴影部分面积。

22. 综合与探究

【阅读理解】

图形是一种重要的数学语言，它直观形象，能有效地表现一些代数中数的关系，而运用代数思想也能巧妙地解决一些图形问题，“以数解形”“以形助数”就是数学中非常重要的思想方法——数形结合。

某数学学习小组在研究数形结合思想方法时，准备了若干张如图 1 所示的甲、乙、丙三种纸片，其中，甲种纸片是边长为 x 的正方形，乙种纸片是边长为 y 的正方形，丙种纸片是长为 y 、宽为 x 的长方形，并用甲种纸片一张、乙种纸片一张、丙种纸片两张拼成了如图 2 所示的一个大正方形。

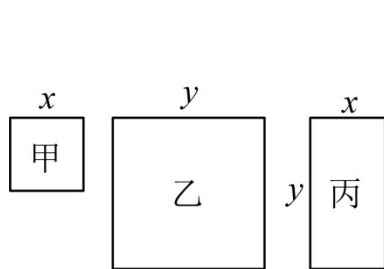


图 1

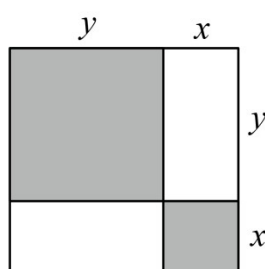


图 2

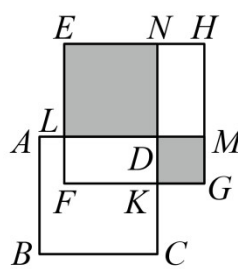


图 3

(1) 观察图 2，用两种不同方式表示阴影部分的面积可得到一个等式：_____。

(2) 利用 (1) 中的等式解决问题：若 $x + y = 10$ ， $xy = 19$ ，则 $x^2 + y^2$ 的值为_____。

【拓展探究】

该学习小组在研究过程中还发现一些较为复杂的式子也能用类似方法求解。

例：若 x 满足 $(20-x)(x-30)=10$ ，求 $(20-x)^2 + (x-30)^2$ 的值。

解：设 $a = 20 - x$ ， $b = x - 30$ ，

则 $(20-x)(x-30) = ab = 10$ ， $a + b = (20-x) + (x-30) = 20 - 30 = -10$ 。

$\therefore (20-x)^2 + (x-30)^2 = a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab = (-10)^2 - 2 \times 10 = 80$ 。

(3) 如图 3，将正方形 $EFGH$ 叠放在正方形 $ABCD$ 上，重叠部分 $LFKD$ 是一个长方形， $AL = 2$ ， $CK = 6$ 。沿着 LD ， KD 所在直线将正方形 $EFGH$ 分割成四个部分，若四边形 $ELDN$ 和四边形 $DKGM$ 恰好为正方形，且它们的面积之和为 38，求长方形 $NDMH$ 的面积。

23. (1) 某造雪厂计划造一定量的雪，每天造雪量与造雪天数如表，则该厂计划的造雪量为_____ m^3 ，用 xm^3 表示每天的造雪量， y 天表示造雪的天数，用式子表示 x 与 y 的关系为_____；

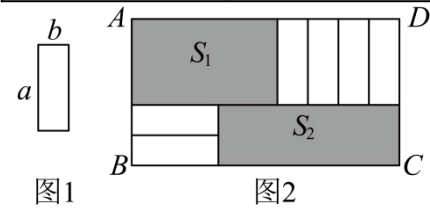
(2) 一个两位数，个位上的数是 a ，十位上的数是 b ，再把个位上的数与十位上的数交换位置得到一个新两位数，则这两个两位数的和为_____，该和一定能被_____整除；

(3) 将 6 张形状、大小完全相同的小长方形纸片（如图 1 所示），按图 2 的方式不重叠地放在长方形 $ABCD$ 内，未被覆盖的部分恰好被分割为两个长方形，面积分别为 S_1 ， S_2 。已知小长方形纸片的长为 a ，宽为 b ($a > b$)。

①当 $a = 5$ ， $b = 2$ ， $BC = 30$ 时，长方形 $ABCD$ 的面积是_____， $S_1 - S_2$ 的值是_____；

②当 BC 的长度变化时，若 $S_2 - S_1$ 为定值 36，求 CD 的长。

每天造雪量 /m ³	600	500	400	...
造雪天数	10	12	15	...

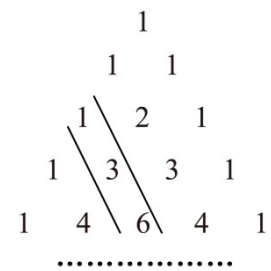


24．我国南宋时期有一位杰出的数学家杨辉，如图所示的图表是他在《详解九章算术》中记载的“杨辉三角”．

第一行	1	$(a+b)^0 = 1$	
第二行	1 1	$(a+b)^1 = a+b$	各项系数和为 $1+1=2$
第三行	1 2 1	$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$	各项系数和为 $1+2+1=4$
第四行	1 3 3 1	$(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$	各项系数和为 $1+3+3+1=8$
.....			

此图揭示了 $(a+b)^n$ (n 为非负整数) 的展开式的项数及各项系数的有关规律，请根据上述规律，解决以下问题：

- (1)多项式 $(a+b)^7$ 展开式共有_____项，第二项的系数为_____，各项系数和为_____；
- (2)如图，在“杨辉三角”中，选取部分数 1，3，6，.....，记 $a_1=1$ ， $a_2=3$ ， $a_3=6$请完成下列问题：



- ①计算 a_3+a_{26} ；
- ②计算 $\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_{50}}$ ；
- ③请直接写出 $a_{2026}-a_{2024}$ 的值．

25. 阅读材料：如果将 $(a+b)^n$ (n 为非负整数) 的展开式的每一项按字母 a 的次数由大到小排列，就可以得到下面的等式：

$$(a+b)^0 = 1, \text{ 它只有一项, 系数为 } 1;$$

$$(a+b)^1 = a+b, \text{ 它有两项, 系数分别为 } 1, 1;$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2, \text{ 它有三项, 系数分别为 } 1, 2, 1;$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3, \text{ 它有四项, 系数分别为 } 1, 3, 3, 1;$$

		1		
	1		1	
	1	2	1	
1	3	3	1	

将上述每个式子的各项系数排成该表。

观察该表，可以发现每一行的首末都是 1，并且下一行的数比上一行多 1 个，中间各数都写在上一行两数的中间，且等于它们的和。按照这个规律可以将这个表继续往下写，以此确定 $(a+b)^n$ 的展开式。该表在我国宋朝数学家杨辉 1261 年的著作《详解九章算法》中提到过，因而人们把这个表叫做杨辉三角。

(1) 应用规律：①直接写出 $(a+b)^4$ 的展开式， $(a+b)^4 =$ _____；

②先化简，再求值： $(y-1)^6 + (y+1)^6$ ，其中 $y^2 = 2$ 。

(2) 杨辉三角和斐波那契数列有着密切的联系，如图，把杨辉三角左对齐排列，将同一条斜线上的数字求和，计算可得 $a_1 = 1, a_2 = 1, a_3 = 2, a_4 = 3, a_5 = 5, a_6 = 8, \dots$ 该数列从第三项开始，每一项都等于其前两项之和，即 $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
1						
1	1					
1	2	1				
1	3	3	1			
1	4	6	4	1		
1	5	10	10	5	1	
1	6	15	20	15	6	1

若 $T_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ ，且 $T_{2025} = k$ ，则 a_{2027} 的值为 _____ (用 k 表示)。

