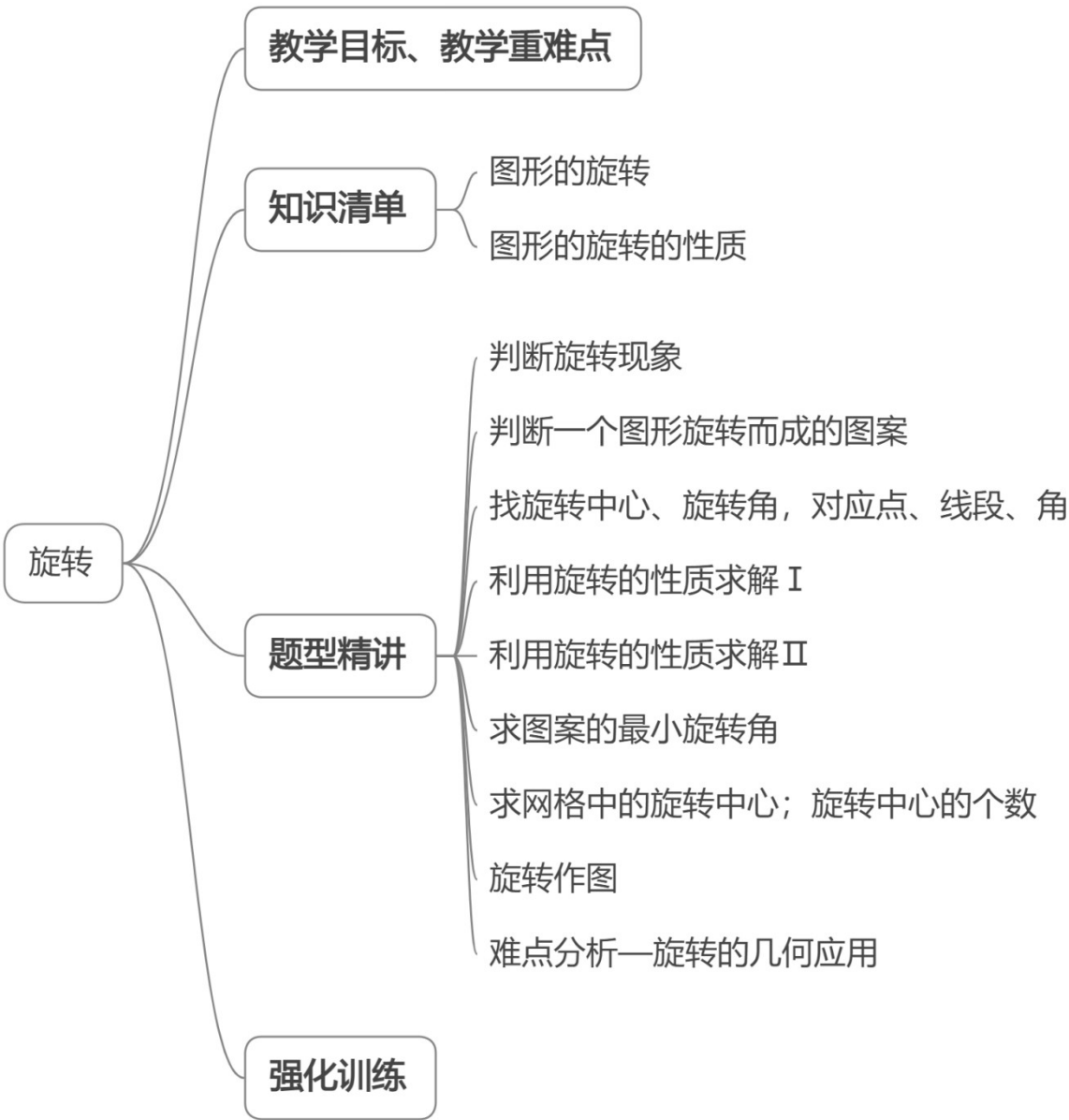


专题 14.2 旋转

内容概览



教学目标、教学重难点

教学目标	1. 知道图形的旋转的概念 . 2. 继续深化几何中的对应关系 . 3. 了解旋转的性质；画旋转图形 .
教学重难点	1.重点

	(1) 图形旋转的概念，生活中常见的旋转现象； (2) 旋转的性质； (3) 旋转的几何应用。 2. 难点 (1) 求旋转中心（的个数）； (2) 旋转的综合应用。
--	--

知识清单

知识点 1 图形的旋转

在日常生活中，我们会遇到图形的转动.如图 14-2-1,电扇的叶片从位置 A 绕点 O 按顺时针方向转动 150° ,转动到位置 B;铣床的铣刀从位置 C 绕点 O 按顺时针方向转动 40° ,转动到位置 D.

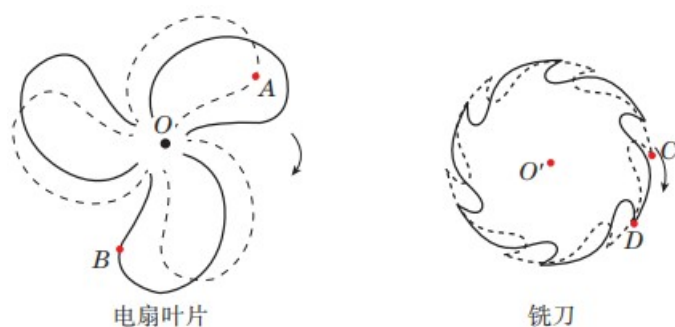


图 14-2-1

从上述例子可以看到，电扇叶片的转动、铣床铣刀的转动，虽然转动的角度各不相同，但它们有两个共同的特点：(1)图形都围绕着一个定点作转动；(2)都有一个转动的角度.由此可以得到图形旋转的定义.

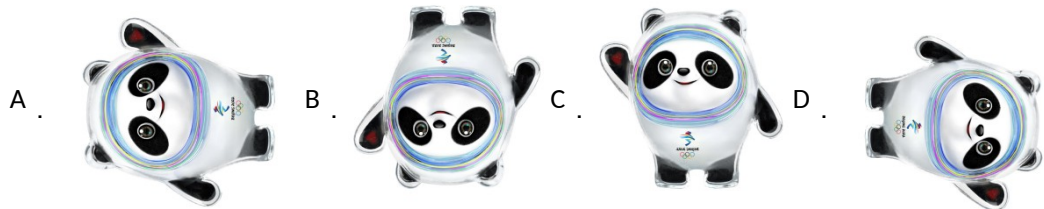
在平面上，将一个图形上的所有点绕一个定点按某个方向转动一个角度，这样的运动叫作**图形的旋转**，这个定点叫作**旋转中心**，转动的角叫作**旋转角**.

【即学即练】

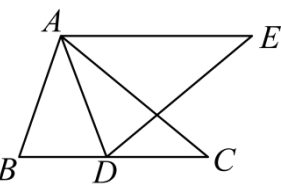
1. 下列现象中：①地下水位逐年下降；②传送带上的物品的移动；③钟摆的运动；④荡秋千运动.属于旋转的有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

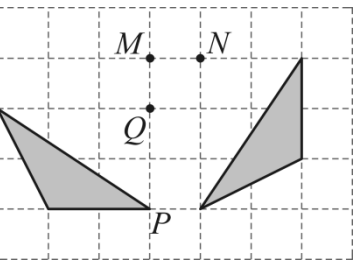
2. 将如图图片按顺时针方向旋转 90° 后得到的图片是 ()



3. 如图，若把 $\triangle ABC$ 绕点 A 旋转一定的角度得到 $\triangle ADE$ ，则 $\triangle ABC \cong \triangle$ _____， $\angle BAC$ 的对应角为_____， BC 的对应边为_____。



4. 正方形绕其中心至少旋转_____度能与原图完全重合
5. 如图，格点三角形甲经过旋转后得到格点三角形乙，则其旋转中心是点_____。



知识点 2 图形的旋转的性质

“某个方向”是指“顺时针方向”或者“逆时针方向”图形的旋转具有下列特点：旋转前的图形与旋转后的图形形状相同，大小相等。

例如，在图 14-2-2 中，三角形 ABC 绕点 O 按顺时针方向旋转一个角度成为三角形 $A_1B_1C_1$ ，点 O 是旋转中心， $\angle AOA_1$ 是旋转角。在三角形 ABC 的旋转中，点 A 与点 A_1 是对应点；线段 AB 与线段 A_1B_1 是对应线段，它们的长度相等； $\angle BAC$ 与 $\angle B_1A_1C_1$ 是对应角，这两个角的大小也相等。

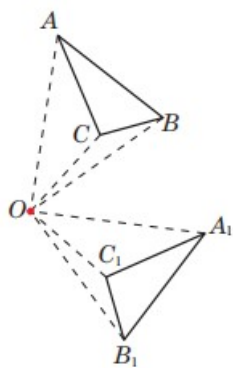
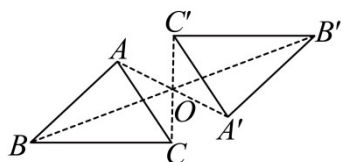


图 14-2-2

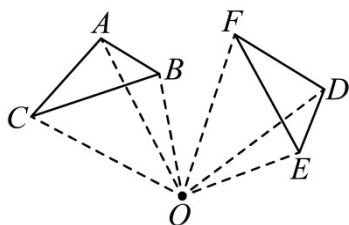
【即学即练】

1. 如图， $\triangle ABC$ 由 $\triangle A'B'C'$ 绕 O 点旋转 180° 而得到，则下列结论不成立的是 ()



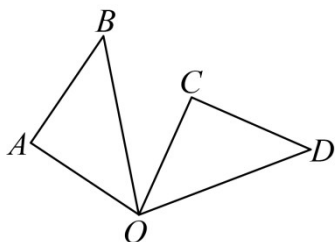
- A. 点 A 与点 A' 是对应点
B. $BO = B'O$
C. $\angle ACB = \angle C'A'B'$
D. $AB = A'B'$

2. 如图，将 $\triangle ABC$ 绕点 O 顺时针旋转 80° 变为 $\triangle DEF$ ，则下列说法不正确的是 ()



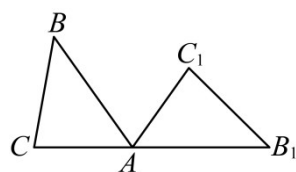
- A. $\angle AOE = 80^\circ$
B. $\angle COF = 80^\circ$
C. $AB = DE$
D. $\angle CAB = \angle FDE$

3. 如图， $\triangle OAB$ 绕点 O 顺时针旋转 80° 到 $\triangle OCD$ 的位置，已知 $\angle AOB = 45^\circ$ ，则 $\angle BOC$ 等于 ()



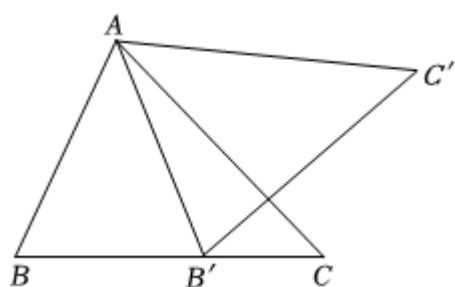
- A. 55°
B. 45°
C. 40°
D. 35°

4. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 55^\circ$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 按顺时针方向旋转到 $\triangle AB_1C_1$ 的位置，使 C, A, B_1 在同一条直线上，那么旋转角等于（ ）



- A. 55° B. 70° C. 125° D. 145°

5. 如图，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转至 $\triangle AB'C'$ 的位置，若 $\angle BAC' = 100^\circ$ ， $\angle CAB' = 20^\circ$ ，则旋转角的度数为_____。



题型精讲

题型 01 判断旋转现象

【典例 1】. 下面物体的运动不是旋转现象的是（ ）

- A. 风车的转动 B. 国旗的升降 C. 钟表分针的运动 D. 拧瓶盖

【变式 1】. 下列运动属于旋转的是（ ）

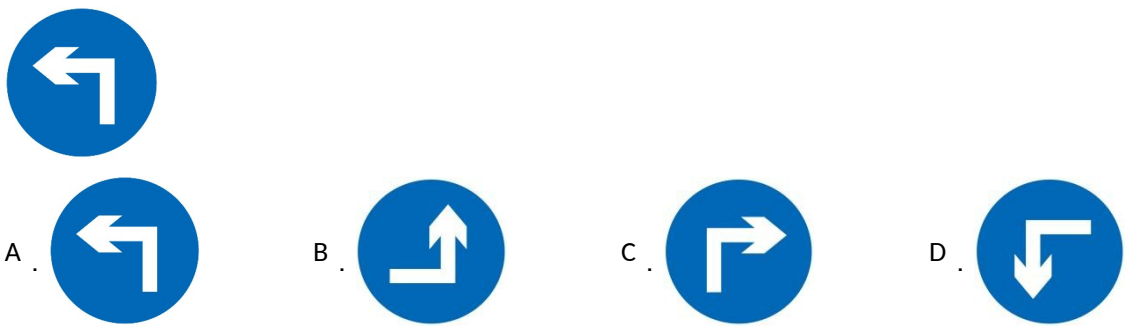
- A. 踢毽子 B. 钟摆的摆动
C. 气球升空的运动 D. 传送带上物体的运动

【变式 2】. 下列现象中，属于旋转的是（ ）

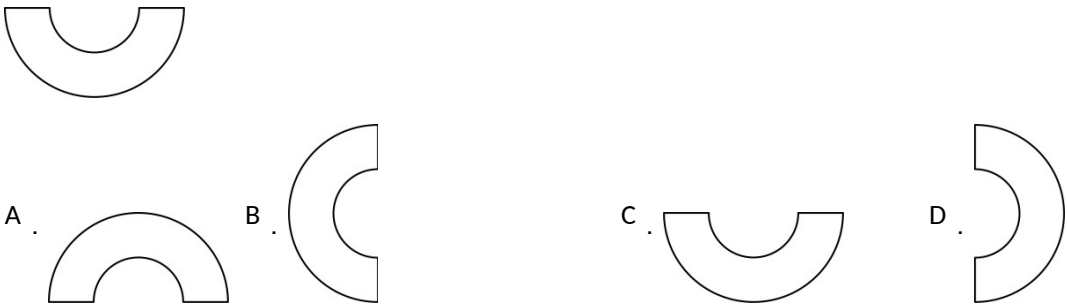
- A. 在笔直公路上行驶的汽车 B. 在空中直线上升的氢气球
C. 风力发电机叶片的转动 D. 传送带上物品位置的移动

题型 02 判断一个图形旋转而成的图案

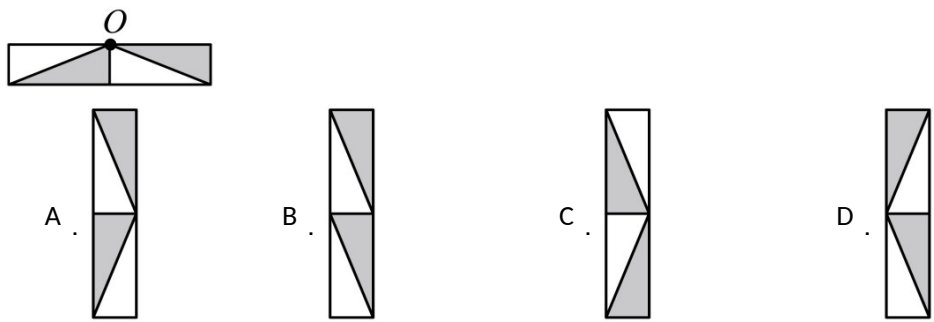
【典例 1】. 下列选项中不能由下图旋转得到的是（ ）



【变式1】. 如图，将该图按顺时针方向旋转 90° 后的图形是（ ）



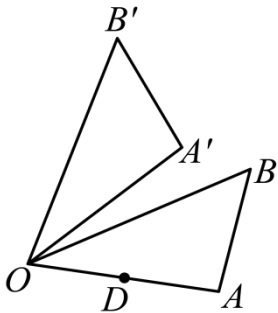
【变式2】. 将如图图形绕点 O 顺时针旋转 90° ，得到的图形是（ ）



题型 03 找旋转中心、旋转角、对应点、线段、角

【典例1】. 如图， $\triangle A'OB'$ 是由 $\triangle AOB$ 绕点 O 按逆时针方向旋转 45° 得到的，点 B 的对应点是点

_____；



线段 OB 的对应线段是线段_____，所以 $OB =$ _____；

线段 AB 的对应线段是线段_____，所以 $AB =$ _____；

$\angle A$ 的对应角是_____，所以 $\angle A =$ _____；

$\angle B$ 的对应角是_____，所以 $\angle B =$ _____；

旋转中心是点_____；

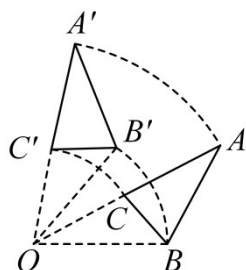
旋转的方向是_____；

旋转的角度是_____，写出一个等于此角度的角：_____；

OA 的中点 D 的对应点是_____的中点；

$\triangle A'OB'$ 与 $\triangle AOB$ 的关系是_____。

【变式 1】 . 如图，将三角形 ABC 绕点 O 旋转得到三角形 $A'B'C'$ ，且 $\angle AOB = 30^\circ$ ， $\angle AOB' = 20^\circ$ ，则：



(1) 点 B 的对应点是_____。

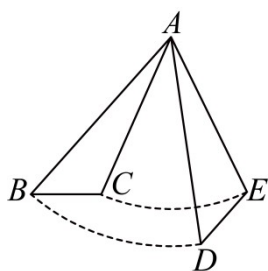
(2) 线段 OB 的对应线段是_____。

(3) 线段 AB 的对应线段是_____。

(4) $\angle AOB$ 的对应角是_____。

(5) 三角形 ABC 旋转的角度是_____。

【变式 2】 . 如图，把 $\triangle ABC$ 以点 A 为中心逆时针旋转得到 $\triangle ADE$ ，那么：

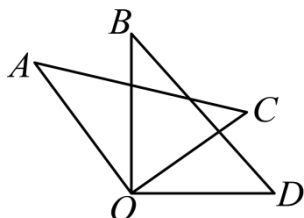


(1) 点 B 的对应点是_____， $\angle BAC$ 的对应角是_____，线段 BC 的对应线段是_____；

(2) 旋转中心是_____，旋转角是_____。

题型 04 利用旋转的性质求解

【典例 1】 如图，将 $\triangle AOC$ 绕点 O 按顺时针方向旋转 40° 至 $\triangle BOD$ ，已知 $\angle AOC = 90^\circ$ ，则 $\angle BOC$ 的度数为 ()

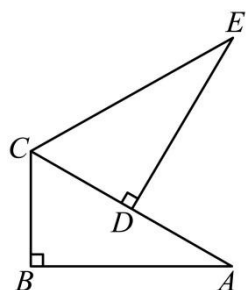


- A. 30° B. 40° C. 50° D. 60°

【变式 1】 在图形的旋转过程中，下面有四种说法：①对应点到旋转中心的距离相等；②对应点与旋转中心所连线段的夹角等于旋转角；③旋转前、后图形的对应线段相等；④旋转前、后图形的位置一定会改变。上述四种说法正确的有 ()

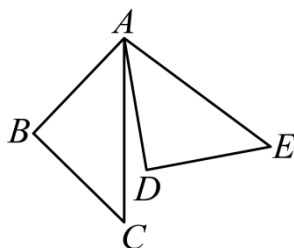
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【变式 2】 $\triangle EDC$ 是由 $\triangle ABC$ 绕点 C 旋转得到的，且点 D 落在 AC 边上，则下列判断错误的是 ()



- A. 旋转中心是点 C B. $AC = EC$
C. $\angle BCA = \angle DCE$ D. 点 D 是 AC 中点

【变式 3】 如图， $\triangle ADE$ 是由 $\triangle ABC$ 绕 A 点逆时针旋转得到的，若 $\angle BAC = 40^\circ$ ， $\angle CAD = 10^\circ$ ，则旋转角的度数为 ()



A . 80°

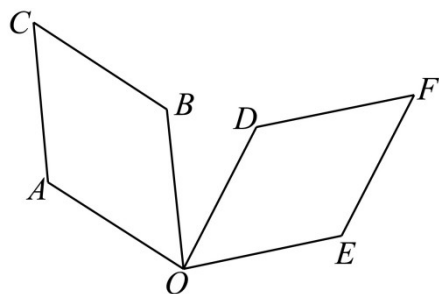
B . 50°

C . 40°

D . 10°

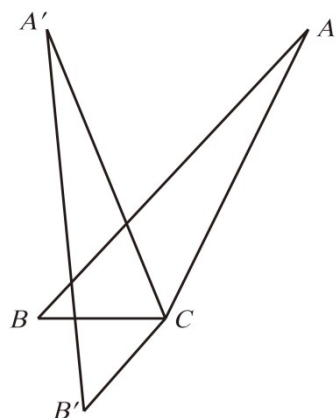
题型 05 利用旋转的性质求解II

【典例 1】 . 如图，如果把钟表的指针看作四边形 $AOBC$ ，它绕点 O 旋转得到四边形 $DOEF$ ，在这个旋转过程中 .

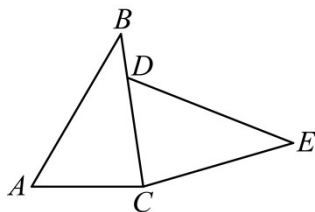


- (1) 旋转角是什么？旋转中心是什么？
- (2) 经过旋转， A 、 B 、 C 分别转到什么位置？
- (3) AO 与 DO 的长有什么关系？ BO 与 EO 呢？
- (4) $\angle AOD$ 与 $\angle BOE$ 有什么关系？

【变式 1】 . 如图，将 $\triangle ABC$ 绕点 C 逆时针旋转 50° 得到 $\triangle A'B'C$ ，则 $\angle B'CB$ 的大小为_____ .

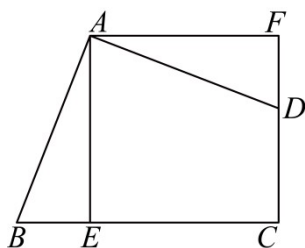


【变式 2】 . 如图，将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转得到 $\triangle DEC$ ，使点 A 的对应点 D 落在边 BC 上 .



- (1) 若 $\angle A = 60^\circ$ ，求 $\angle BDE$ 的度数；
- (2) 若 $AC = 5$ ， $CE = 7$ ，求 BD 的长度 .

【变式3】 . 如图，已知在四边形 $ABCD$ 中， $\angle BAD = \angle C = 90^\circ$ ， $AB = AD$ ， $AE \perp BC$ 于点 E ， $\triangle ABE$ 旋转后能与 $\triangle ADF$ 重合.



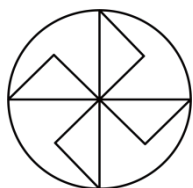
(1) 旋转中心是哪一点？

(2) 旋转了多少度？

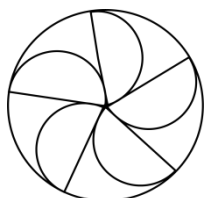
(3) 如果点 A 是旋转中心，那么点 B 经过旋转后，旋转到图中点_____的位置.

题型 06 求图案的最小旋转角

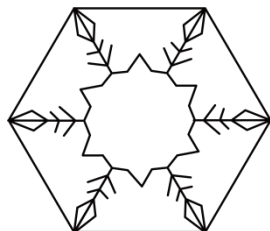
【典例1】 . 将如图所示的图案绕其中心至少旋转 _____ 度后能与原图案完全重合.



【变式1】 . 如图，该图形绕其中心旋转能与其自身完全重合，则其旋转角最小为_____度.

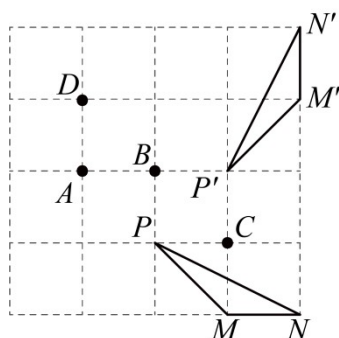


【变式2】 . 如图是一个正六边形雪花状饰品，它绕着它的中心至少旋转_____°，能与自身重合.

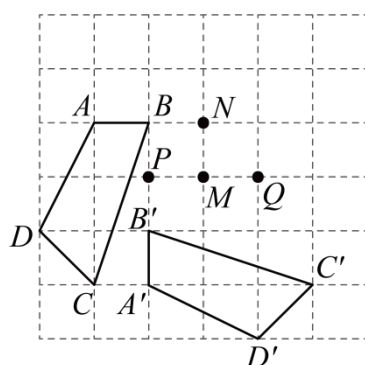


题型 07 求网格中的旋转中心点；旋转中心的个数

【典例1】 . 如图，在 4×4 的正方形网格中， $\triangle PMN$ 绕某点旋转一定角度得到 $\triangle P'M'N'$ ，图中有 A 、 B 、 C 、 D 四个格点，则旋转中心是_____点

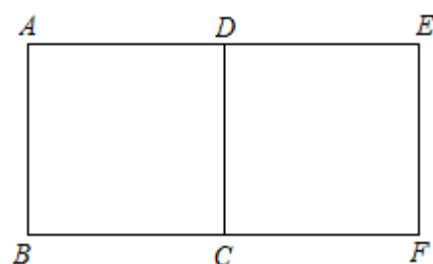


【变式 1】 . 在如图所示的正方形网格中，四边形 $ABCD$ 绕某一点旋转某一角度得到四边形 $A'B'C'D'$ （所有顶点都是网格线交点），在网格线交点 M, N, P, Q 中，可能是旋转中心的是（ ）



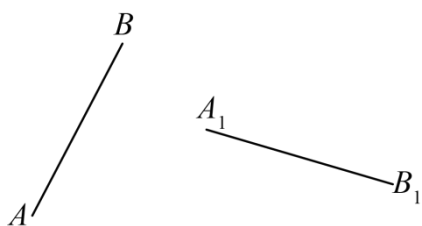
- A . 点 M B . 点 N C . 点 P D . 点 Q

【变式 2】 . 如图，正方形 $ABCD$ 旋转后能与正方形 $CDEF$ 重合，那么点 A, B, C, D 中，可以作为旋转中心的有_____个 .

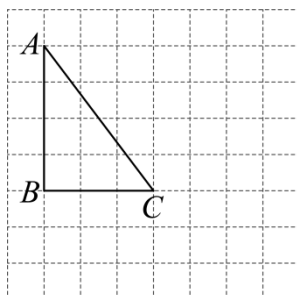


题型 08 旋转作图

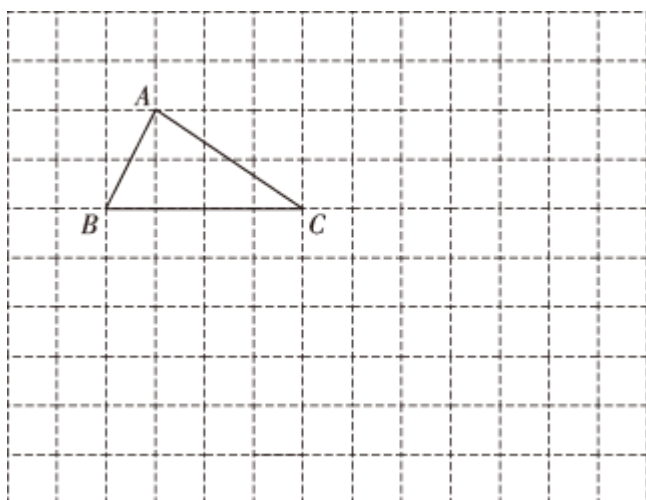
【典例 1】 . 如图，线段 AB 绕点 O 顺时针旋转一定的角度得到线段 A_1B_1 ，若 A 的对应点为 A_1 ， B 的对应点为 B_1 ，请用直尺和圆规作出旋转中心 O （不写作法，保留作图痕迹）



【变式1】 . 在方格中画出 $\triangle ABC$ 绕着点 C 顺时针旋转 90° 后的 $\triangle A'B'C$



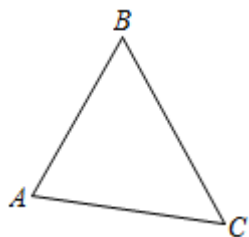
【变式2】 . 如图，在每个小正方形的边长为 1 个单位长度的网格中，三角形 ABC 的顶点均在格点（网格线的交点）上 .



- (1) 将三角形 ABC 向右平移 5 个单位长度得到三角形 $A_1B_1C_1$ ，画出三角形 $A_1B_1C_1$ （点 A_1 ， B_1 ， C_1 分别为点 A ， B ， C 的对应点）
- (2) 将三角形 ABC 绕点 C 逆时针旋转 90° ，得到三角形 A_2B_2C ，画出三角形 A_2B_2C （点 A_2 ， B_2 分别为点 A ， B 的对应点） .

题型 09 难点分析—旋转的几何应用

【典例1】 . 已知， $\triangle ABC$ 中：

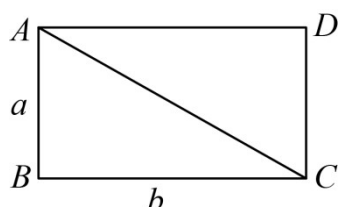


(1) 如果将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle A_1B_1C$ ，点 A 、 B 分别与点 A_1 、 B_1 对应，请画出图形。（不要求写作图步骤）

(2) 连接 A_1B ， B_1B 与 A_1C 相交于点 O 。如果 $A_1C \perp B_1B$ ，点 O 是线段 B_1B 的中点，且 $\frac{S_{\triangle A_1B_1B}}{S_{\text{四边形}A_1B_1CB}} = \frac{1}{3}$ ，若

$S_{\triangle A_1B_1B} = a$ ，试用含有 a 的代数式来表示 $\triangle ABC$ 的面积。

【变式1】 如图，在长方形 $ABCD$ 中，连接 AC ，已知边 $AB = a$ ， $BC = b$ （ $a < b$ ）

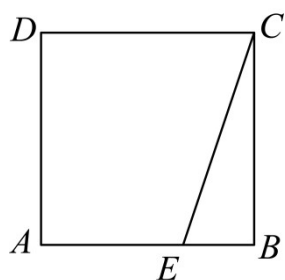


(1) 画出三角形 ABC 绕点 C 顺时针旋转 90° 后的三角形 CEF （点 A 、 B 的对应点分别为点 E 、 F ），不写画法，写出结论；

(2) 用含 a 、 b 的代数式表示三角形 ACE 的面积 S_1 ；

(3) 在 (1) 和 (2) 的条件下，连接 AE 交 CF 于点 G ，如果长方形 $ABCD$ 的面积 $S_2 = 8$ ， $S_1 = 10$ ，求 DG 的长。

【变式2】 如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 E 是 AB 边上的一点（与 A 、 B 两点不重合），将 $\triangle BCE$ 绕着点 C 旋转，使 CB 与 CD 重合，这时点 E 落在点 F 处，联结 EF 。



(1) 按照题目要求画出图形；

(2)若正方形边长为 3, $BE = 1$, 求 $\triangle AEF$ 的面积;

(3)若正方形边长为 m , $BE = n$, 比较 $\triangle AEF$ 与 $\triangle CEF$ 的面积大小, 并说明理由.

强化训练

一、单选题

1. 下列运动形式属于旋转的是 ()

- A. 荡秋千 B. 飞驰的火车 C. 传送带移动 D. 运动员掷出的标枪

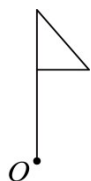
2. 图中的宸宸是杭州第 19 届亚运会的吉祥物, 将它顺时针旋转 90° 后的图形是 ()

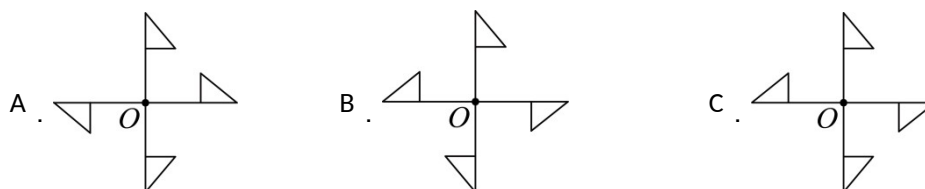


3. 在图形的旋转中, 下列说法不正确的是 ()

- A. 旋转前和旋转后的图形一样 B. 图形上的每一个点到旋转中心的距离都相等
C. 图形上的每一个点旋转的角度都相同 D. 图形上可能存在不动的点

4. 如下图, 将小旗绕点 O 逆时针旋转 90° , 像这样操作 3 次, 得到的图形是 ().

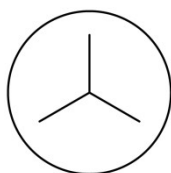




5. 时钟钟面上的秒针绕中心旋转 180° ，下列说法正确的是()

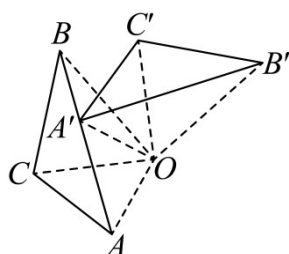
- A. 时针不动，分针旋转了 6°
- B. 时针不动，分针旋转了 30°
- C. 时针和分针都没有旋转
- D. 分针旋转了 3° ，时针旋转的角度很小

6. 如图，该图形围绕其的旋转中心，按下列角度旋转后，能与自身重合的是()



- A. 150°
- B. 120°
- C. 90°
- D. 60°

7. 如图， $\triangle ABC$ 顺时针旋转到 $\triangle A'B'C'$ 的位置，则旋转中心及旋转角分别是()



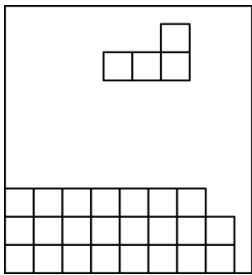
- A. 点 A' ， $\angle C'A'B'$
- B. 点 O ， $\angle AOA'$
- C. 点 A' ， $\angle A'OB$
- D. 点 O ， $\angle AOC$

8. 将数字“6”旋转 180° ，得到数字“9”；将数字“9”旋转 180° ，得到的数字是“6”，现将数字“69”旋转 180° ，得到的数字是()

- A. 96
- B. 69
- C. 66
- D. 99

9. 在俄罗斯方块游戏中，所有出现的方格体自由下落，如果一行中九个方格齐全，那么这一行会自动消失。已拼好的图案如图所示，现又出现一小方格体，必须进行以下哪项操作，才能拼成一个完整图案，使

图上所有方格自动消失 ()

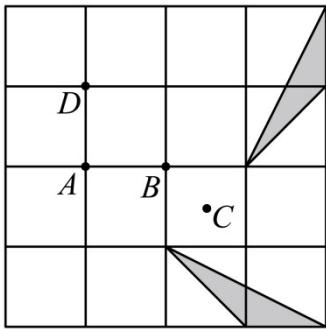


- A . 顺时针旋转 90° , 向下平移

B . 顺时针旋转 90° , 向右平移
- C . 逆时针旋转 90° , 向下平移

D . 逆时针旋转 90° , 向右平移

10 . 如图 , 在正方形网格中 , 图中阴影部分的两个图形是一个经过旋转变换得到另一个的 , 其旋转中心可能是 ()



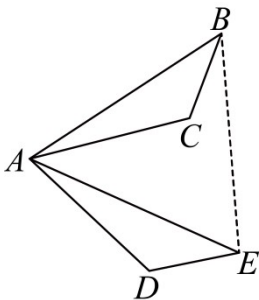
- A . 点 A

B . 点 B
- C . 点 C

D . 点 D

二、填空题

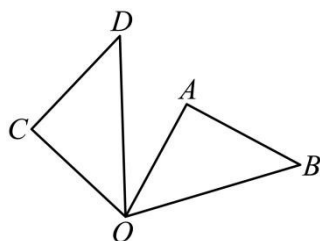
11 . 如图 , 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转一定角度得到 $\triangle AED$, 若线段 $AB = 5$, 则 AE 的长等于_____ .



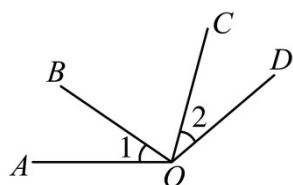
12 . 如图 , 若该图形绕其中心旋转能与自身完全重合 , 则旋转角最小为_____度 .



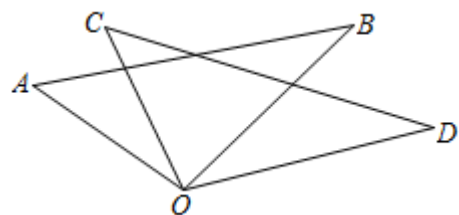
13. 如图，三角形 OAB 绕点 O 逆时针能转 75° 到三角形 OCD 的位置，已知 $\angle AOB = 45^\circ$ ，则 $\angle AOD = \underline{\hspace{2cm}}$.



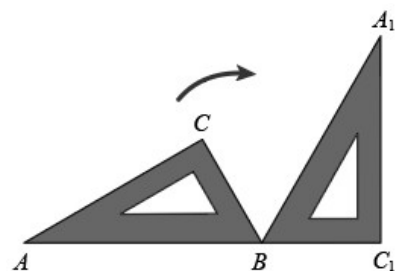
14. 如图，将 $\angle 1$ 绕着点 O 按顺时针方向旋转 110° 得到 $\angle 2$. 若 $\angle AOD = 140^\circ$ ，则 $\angle BOC = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.



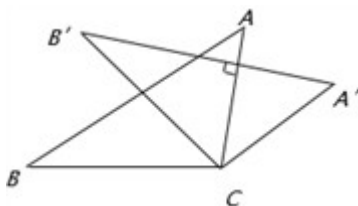
15. 如图， $\triangle AOB$ 绕点 O 顺时针旋转 30° 后与 $\triangle COD$ 重合. 若 $\angle AOD = 130^\circ$ ，则 $\angle COB = \underline{\hspace{2cm}}$.



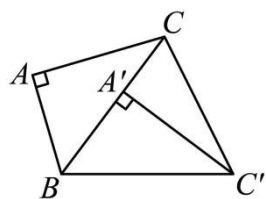
16. 如图，将三角尺 ABC (其中 $\angle ABC = 60^\circ$ ， $\angle C = 90^\circ$) 绕点 B 按顺时针方向转动一个角度到 A_1BC_1 的位置，使得点 A ， B ， C_1 在同一条直线上，那么旋转角 $\angle CBC_1 = \underline{\hspace{2cm}}$.



17. 如图，将 $\triangle ACB$ 绕点 C 顺时针方向旋转 43° 得 $\triangle A'CB'$ ，若 $AC \perp A'B'$ ，则 $\angle BAC = \underline{\hspace{2cm}}$ 度 .

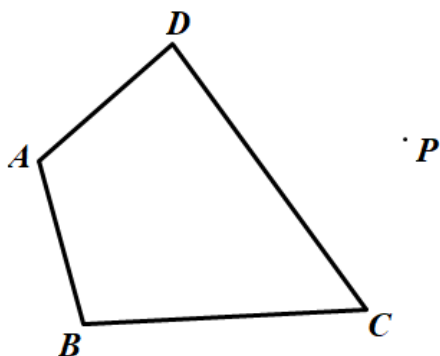


18. 如图，已知 $\triangle ABC$ 中 $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = 3$ ， $AC = 4$ ， $BC = 5$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 B 旋转，点 A 的对应点 A' 落在边 BC 上，得 $\triangle A'BC'$ ，联结 CC' ，那么 $\triangle A'CC'$ 的面积为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

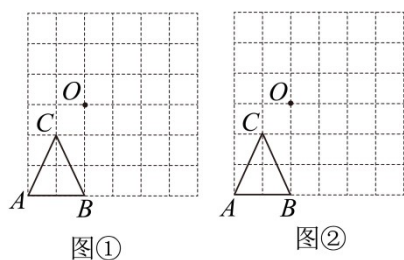


三、解答题

19. 如图，画出四边形 $ABCD$ 绕点 P 顺时针旋转 60° 后的图形.



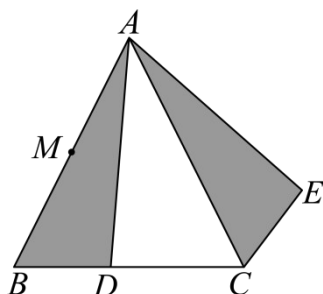
20. 根据要求画出旋转后的三角形.



(1) 如图①，画出将 $\triangle ABC$ 绕点 O 逆时针旋转 90° 后的 $\triangle A_1B_1C_1$ ；

(2) 如图②，画出将 $\triangle ABC$ 绕点 O 旋转 180° 后的 $\triangle A_2B_2C_2$ 。

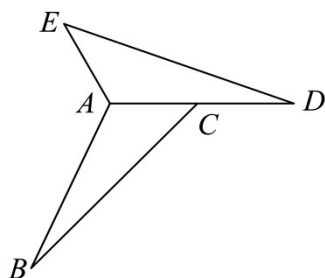
21. 如图，将 $\triangle ABD$ 经旋转后到达 $\triangle ACE$ 的位置。问：



(1) 旋转中心是哪一点？

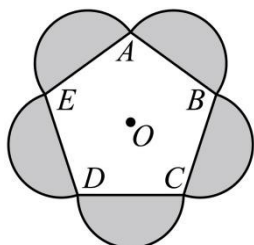
(2) 如果 M 是边 AB 的中点，那么经过上述旋转后，点 M 转到了什么位置？

22. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 22^\circ$ ， $\angle ACB = 45^\circ$ ， $AB = 6\text{cm}$ ， $\triangle ABC$ 逆时针旋转一定角度后与 $\triangle ADE$ 重合，且点 C 恰好成为 AD 的中点。



- (1) 指出旋转中心，并求出旋转的度数；
- (2) 求 AE 的长。

23. 如图，正五边形 $ABCDE$ 的边长等于2，分别以正五边形各边为直径，向外作半圆。



- (1) 这个图形——（填“是”或“不是”）旋转对称图形，若是，则旋转中心是点——，最小旋转角为——；
- (2) 求阴影部分的周长和面积（用含 π 的式子表示）。

24. 如图，在边长为6的正方形 $ABCD$ 内部有两个大小相同的长方形 $AEFG$ 、 $HMCN$ ， HM 与 EF 相交于点 P ， HN 与 GF 相交于点 Q ， $AG=CM=x$ ， $AE=CN=y$ 。

- (1) 用含有 x 、 y 的代数式表示长方形 $AEFG$ 与长方形 $HMCN$ 重叠部分的面积 $S_{\text{四边形}HPFQ}$ ，并求出 x 应满足的条件；
- (2) 当 $AG=AE$ ， $EF=2PE$ 时，
 - ① AG 的长为——；
 - ② 四边形 $AEFG$ 旋转后能与四边形 $HMCN$ 重合，请指出该图形所在平面内能够作为旋转中心的所有点，并分别说明如何旋转的。

