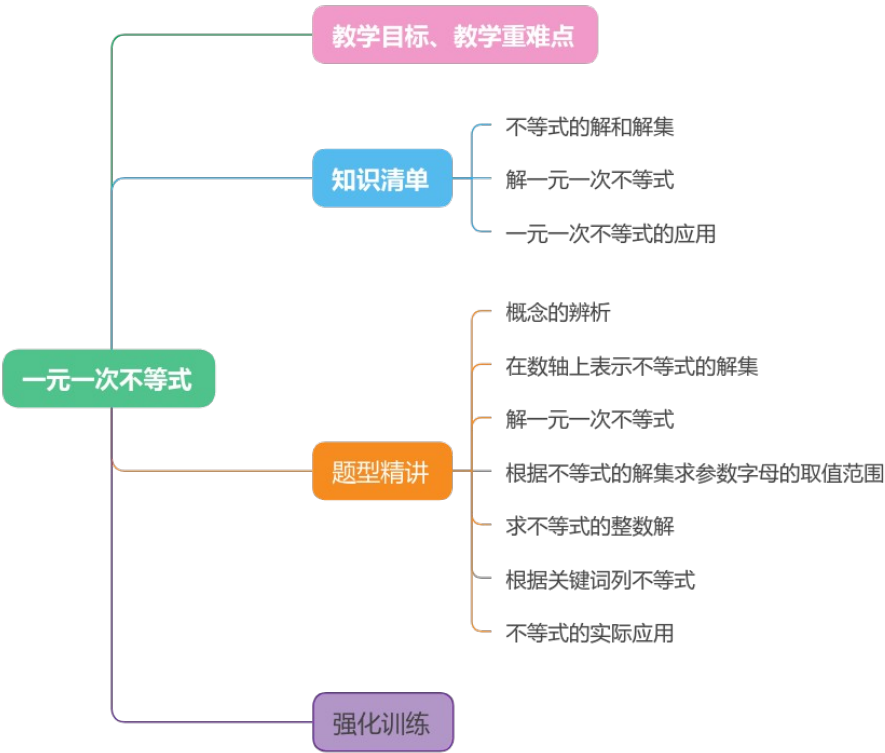


专题 15.2 一元一次不等式

内容概览



教学目标、教学重难点

教学目标	1.理解不等式的解、解集和一元一次不等式的定义，能准确识别一元一次不等式（含最简形式 $ax+b>0$，其中 $a\neq 0$），等式与方程、代数式的差异； 2.熟练掌握一元一次不等式的完整求解步骤（去分母、去括号、移项、合并同类项、系数化为1）； 3.能在数轴上熟练、规范表示一元一次不等式的解集，能根据数轴上的解集逆向写出对应的一元一次不等式，实现“数—形”双向转化。 4.能运用一元一次不等式解决简单的实际应用题（如分配问题、方案选择、比赛积分、购物优惠），准确提炼不等关系并构建模型求解，结合实际意义检验解集的合理性。
教学重难点	1.重点

	一元一次不等式的解法与应用； 2.难点 ①求解过程中的易错点的突破。学生易出现去分母漏乘常数项、去括号时符号错误、移项忘变号、系数化为1时忽略不等号方向改变等问题； ②实际问题中不等关系的精准提炼。
--	---

知识清单

知识点 01 不等式的解和解集

1.概念

- ①能使不等式成立的未知数的值，叫作_____；
- ②一个不等式的所有的解，组成这个不等式的_____；
- ③求不等式解集的过程，叫作_____；

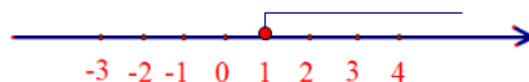
2.解和解集的区别与联系

区别：解是_____（填“个体”或“全体”）数值。解集属于_____，是所有解的集合；

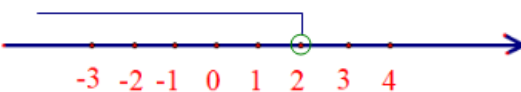
联系：不等式的解一定在它的_____中，解集包含不等式的_____。

（3）不等式的解集在数轴上的表示方法

①用实心点，如： $x \geq 1$



②用空心点，如： $x < 2$



【即学即练】

1. 下列说法正确的是（ ）

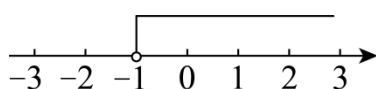
A. $y = 4$ 是不等式 $y + 4 < 5$ 的解

B. $y = 2$ 是不等式 $2y < 7$ 的解集

C. 不等式 $2x < 6$ 的解集是 $x = 3$

D. $y = 2$ 是不等式 $3y < 6$ 的一个解

2. 已知如图是关于 x 的不等式 $2x - a > -3$ 的解集，则 a 的值为_____。



知识点 02 解一元一次不等式

1. **概念**：只含有一个未知数，并且未知数的次数为 1 的不等式叫作_____。

2. **解一元一次不等式的核心步骤**：

① 去分母；②去括号；③移项；④合并同类项；⑤系数化为 1；

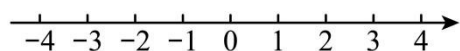
3. **三大易错点**：

① 去分母不能漏掉没有分母的项；② 移项要注意变号；

② 系数化为 1 要注意同乘除一个负数时不等号要变号；

【即学即练】

1. 解不等式 $\frac{2x+1}{3} - 3 < \frac{x-5}{2}$ ，并把它解集表示在数轴上。



知识点 03 一元一次不等式的应用

1. **注意关键词**“不少于”、“最多”、“至少”...

2. **常见题型** (方案选择、比赛积分、购物优惠...)

3. **解题步骤**

步骤 1：分析实际问题，设未知数——教材明确表述：分析实际问题，设未知数，用不等式表示相应的不等关系；

步骤 2：列一元一次不等式——根据关键词（至少、最多等），用含未知数的代数式表示相关量，列出符合教材规范的不等式；

步骤 3：解不等式——教材步骤：解不等式，按“去括号、移项、合并同类项、系数化为 1”求解；

步骤 4：确定整数解——教材明确要求：结合实际情形，检验并确定最终结论（如 x 为正整数）。

【即学即练】

1. 小刚用 100 元钱去购买笔记本和圆珠笔共 30 件，已知每本笔记本 2 元，每支圆珠笔 5 元，则小刚最多能买圆珠笔 ()

A . 12 支

B . 13 支

C . 14 支

D . 15 支

2. 某次知识竞赛共有 20 道选择题，每题答对得 10 分，答错或不答都扣 5 分，若要使总得分 **不低于** 80 分，则至少应答对多少道题？若设应答对 x 道题，则根据题意可列出不等式为 ()

- A . $10x - 5(20 - x) > 80$ B . $10x - 5(20 - x) \leq 80$
C . $10x - 5x \geq 80$ D . $10x - 5(20 - x) \geq 80$

题型精讲

题型 01 相关概念的辨析

【典例 1】下列不等式是一元一次不等式的是 ()

- A . $4 > -1$ B . $-2a^2 + 3b > 5$ C . $3x > 9$ D . $3x - 2y \leq -1$

【变式 1】已知 $5x^{2m-3} + \frac{1}{2} > 1$ 是关于 x 的一元一次不等式，则 m 的值为_____.

【变式 2】下列不等式的解集中，不包括 -5 的是 ()

- A . $x \leq 5$ B . $x \geq -5$ C . $x \leq -6$ D . $x \geq -6$

【变式 3】不等式 $x > -\frac{9}{2}$ 有多少个负整数解？请一一写出.

【变式 4】对于不等式 $x - 1 < 3$ ，明明认为所有非正数都是这个不等式的解，故该不等式的解集是 $x \leq 0$ ，这句话是否正确？请判断，并说明理由. 为什么？

题型 02 在数轴上表示不等式的解集

【典例 1】把下列不等式的解集在数轴上表示出来：

(1) $x > 2$;

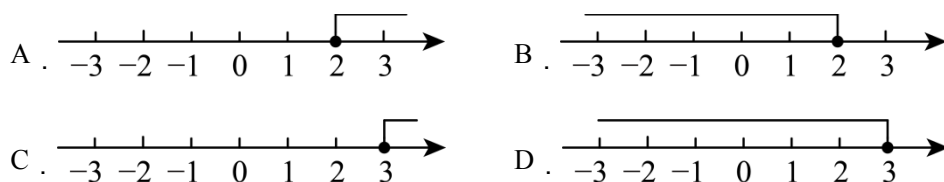
(2) $x < \frac{3}{2}$;

(3) $x \geq -3$;

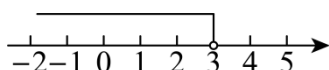
(4) $x \leq 5$.

【变式 1】解不等式 $-2x > \frac{8}{3}$ ，并把解集在数轴上表示出来.

【变式2】不等式 $2x - 2 \leq 4$ 的解集在数轴上表示为 ()



【变式3】一个不等式的解集表示在数轴上如图所示，则这个不等式可以是 ()



- A. $-2x < -6$ B. $x - 1 < 2$ C. $x - 3 \leq 0$ D. $x + 3 > 0$

【变式4】将下列关于 x 的解集表示在数轴上

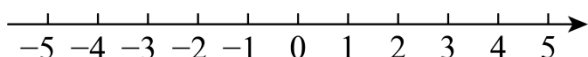
$$-0.5 < x \leq 2$$

题型 03 解一元一次不等式

【典例1】解不等式 $\frac{2x-1}{3} < \frac{3x-2}{2} - 1$ ，并把它解集在数轴上表示出来。

【变式1】解不等式： $2(x+2) \leq 4\left(x - \frac{1}{2}\right)$ ，并把解集在数轴上表示出来；

【变式2】解不等式： $2x - 1 > \frac{5x - 3}{2}$ ，并把它解集在数轴上表示出来。



【变式3】解下列不等式，并把解集在数轴上表示出来。

(1) $3x - 5 \leq 2(2 + 3x)$;

(2) $\frac{5x - 2}{3} < x + 1$.

【变式4】解下列不等式，并把它们的解集在数轴上表示出来：

(1) $10 - 3(x + 6) \leq 1$;

(2) $4(x - 3) - 5 \geq 2(x - 1)$;

(3) $\frac{x - 2}{3} < \frac{x - 1}{2}$;

$$(4) \frac{1}{2}(3x-1)+x > 6x-8.$$

题型 04 根据不等式的解集求参数字母的取值范围

【典例 1】若关于 x 的分式方程 $\frac{x+m}{x-2} + \frac{3m}{2-x} = 3$ 的解为正实数，求实数 m 的取值范围。

【变式 1】若关于 x 的不等式 $2x-a \leq 0$ 的正整数解只有 1 和 2，则 a 的取值范围是 ()

- A. $4 < a \leq 6$ B. $4 \leq a < 6$ C. $2 < a \leq 4$ D. $2 \leq a < 4$

【变式 2】已知关于 x 的不等式 $\frac{2}{3}x > 4x-2a$ 的解集为 $x < -3$ ，则 a 的值为 ()

- A. -5 B. 5 C. -6 D. 6

【变式 3】若 $x=2$ 是关于 x 的不等式 $3x-a+2 > 0$ 的一个解，则 a 可取的最大整数值为 ()

- A. 10 B. 9 C. 8 D. 7

【变式 4】关于 x 、 y 的方程组 $\begin{cases} 3x-y=2k-4 \\ x-3y=k \end{cases}$ 的解中 $x-y \leq 5$ ，则 k 的取值范围为 ()

- A. $k \leq 3$ B. $k \leq 3$ C. $k \leq 8$ D. $k \leq 8$

题型 05 求不等式的整数解

【典例 1】求不等式 $x - \frac{5+2x}{3} - \frac{3x-1}{2} - 4$ 的正整数解。

【变式 1】求不等式 $5x-2 - \frac{2}{3}(5x-13)$ 的最小整数解。

【变式 2】求不等式 $\frac{x-1}{2} - \frac{2x-3}{3}$ 的正整数解。

【变式 3】先化简，再求值： $\left(\frac{3}{x+1} - x+1\right) \div \frac{x^2-2x}{x+1}$ ，其中 x 是 $2x+4 \leq 0$ 的最大整数解。

【变式 4】求下列不等式的非负整数解。

$$(1) \frac{4}{5}x < 1;$$

$$(2) \frac{x}{2} - 1 \leq \frac{7-x}{3} .$$

题型 06 根据关键词列不等式

【典例 1】某校组织开展国家安全知识竞赛活动，共 25 道题，选对一题得 4 分，不选或选错扣 2 分，如果得分不低于 60 分即可获奖，那么要获奖至少应选对多少道题？设要获奖应选对 x 道题，根据题意，可列不等式为_____。

【变式 1】一块长方形菜地，长比宽多 2m，周长不超过 20m，那么这块菜地的宽最多是多少？设菜地的宽为 x m，根据题意，可列不等式_____。

【变式 2】一棵树的年龄通常可以通过测量树干离地面 1.5m 处的树围（树干的周长）判断出来。已知某树栽种时的树围为 5cm，以后每年增加 3cm，这棵树至少生长多少年后树围才能超过 2.4m？设这棵树生长 x 年后树围超过 2.4m，可列关于 x 的不等式为_____。

【变式 3】有一根 20cm 长的蜡烛，假设点燃后每小时烧 5cm，燃烧 x h 后，长度已不足 15cm，根据题意可列不等式为_____。

【变式 4】小明在图书馆借了一本科普书。该书共有 a 页，小明每天读 10 页，读了 15 天仍未读完，根据题意，可列不等式为_____。

题型 07 一元一次不等式的实际应用

【典例 1】某服装厂计划生产一种服装，每件成本是 60 元，售价是 80 元。该厂生产这种服装，每月除成本外的其他开支共为 5000 元。如果想使生产这种服装的月获利不低于 20000 元，那么每月至少要生产这种服装多少件？

【变式 1】某工程队计划招聘从事甲、乙两种工作的工人共 150 名。根据工程需要，从事乙工种的人数不少于从事甲工种人数的 2 倍，那么从事甲工种的工人最多可招聘多少名？

【变式 2】敏衣中学计划为绘画小组购买 A、B 两种型号的颜料。购买 1 盒 A 型颜料和 2 盒 B 型颜料需用 56 元。购买 2 盒 A 型颜料和 1 盒 B 型颜料需用 64 元。

(1)求 1 盒 A 型颜料和 1 盒 B 型颜料的售价各是多少元；

(2)敏衣中学如果决定购买以上两种型号的颜料共 200 盒，总费用不超过 3912 元，那么该中学最多可以购买多少盒 A 型颜料？

【变式 3】 小明与小红购买了相同数量的小鸭子，一年后，小明养鸭数比买入的小鸭子数增加了 2 只，小红养鸭数比买入的小鸭子数的 2 倍少 1 只，小明养鸭数小于小红养鸭数的 $\frac{2}{3}$ ，一年前小明至少买了多少只小鸭子？

【变式 4】 一家游泳馆每年 6 月—8 月出售夏季会员证，每张会员证 120 元，只限本人使用，凭会员证购入场券每张 15 元，不凭会员证购入场券每张 20 元，讨论并回答下列问题：

(1)在什么情况下，使用会员证与不使用会员证付一样的钱？

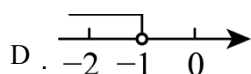
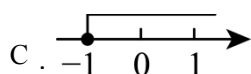
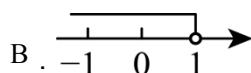
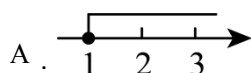
(2)在什么情况下，使用会员证比不使用会员证更合算？

(3)在什么情况下，不使用会员证比使用会员证更合算？

强化训练

一、单选题

1. 不等式 $x+1 < 0$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()



2. 当代数式 $4x+2$ 的值小于代数式 $x-4$ 的值时， x 的取值范围是 ()

A. $x < -2$

B. $x > -2$

C. $x > 2$

D. $x < 2$

3. 要使式子 $\frac{x-9}{2}+1$ 的值不小于式子 $\frac{x+1}{3}-1$ 的值，则 x 的取值范围是 ()

A. $x \geq 29$

B. $x \leq 17$

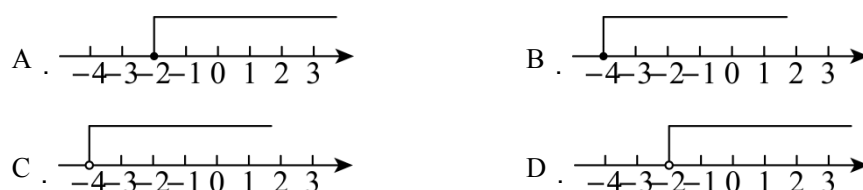
C. $x \geq 17$

D. $x \leq 29$

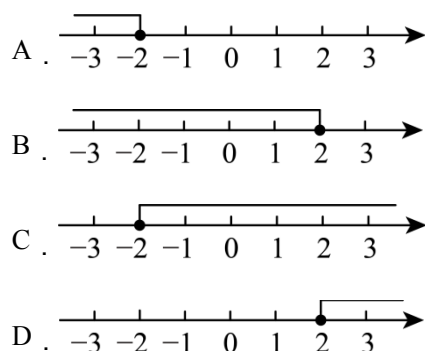
4. 若不等式 $(a+3)x < 2$ 的解集是 $x > \frac{2}{a+3}$ ，则 a 的取值范围是 ()

- A. $a > -3$ B. $a < -3$ C. $a \neq -3$ D. 以上答案都不对

5. 解不等式 $\frac{x+2}{2} < x+3$ ，下列在数轴上表示的解集正确的是 ()

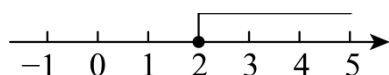


6. 在数轴上表示不等式 $\frac{1-2x}{3} - 1$ 的解集，正确的是 ()



二、填空题

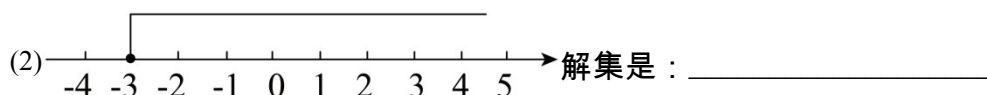
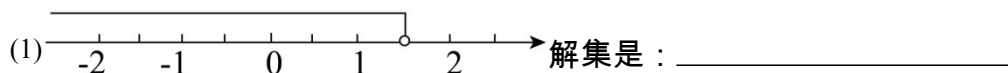
7. 在数轴上所表示的关于 x 的不等式的解集如图所示，则该解集为_____.



8. 已知关于 x 的不等式 $(m-1)x^{|m|} < 2025$ 是一元一次不等式，那么 $m =$ _____.

9. 如果 $|-2a| = -2a$ ，则 a 的取值范围_____.

10. 写出下列数轴上所表示的不等式的解集：



11. 不等式 $-2x + a \leq 5$ 的解集为 $x \leq -1$ ，则 $a =$ _____.

12. 不等式 $1 - \frac{x-1}{2} > 0$ 的解集是_____.

13. 当 a _____时，不等式 $(a+2)x < 5$ 的解集是 $x > \frac{5}{a+2}$.

14. 某同学在解不等式 $\frac{4+x}{2} > \frac{2x-3}{3}$ 的过程中，步骤如下：

①去分母，得 $3(4+x) > 2(2x-3)$ ；

②去括号，得 $12+3x > 4x-6$ ；

③移项，得 $3x-4x > -6-12$ ；

④系数化为1，得 $x > 18$ 。

其中错误的步骤是_____。

在此步骤之前，还可以增加一步是_____。

15. 某盒新款巧克力饼干共有300克，盒子上注有“每100克蛋白质含量约为4.2~4.5克”，设这盒新款巧克力的蛋白质含量为 x 克，则 x 满足的关系式为_____。

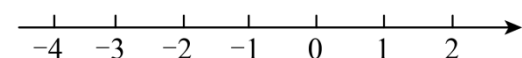
16. 某校七年级406名师生外出春游，租用44座和40座的两种客车。如果44座的客租用了3辆，那么40座的客车至少需租用_____辆

17. 小张购买笔记本和钢笔共30件，已知每本笔记本2元，每支钢笔5元，费用不超过100元钱，设小张买了 x 支钢笔，则根据题意可列不等式为_____。

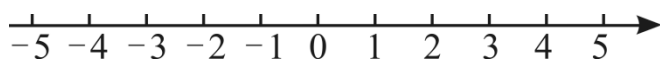
18. 某班35名同学去春游，共收款180元，由小李去买点心，每人一包，已知有4.5元一包和7.2元一包的点心，最多能买几包7.2元一包的点心？设买 x 包7.2元一包的点心，根据题意，列出关于 x 的不等式为_____。

三、解答题

19. 解不等式 $3x < x-2$ ，并把解表示在数轴上。



20. 解不等式 $4(x+1)+2 \leq x$ ，并在数轴上表示解集。



21 解下列一元一次不等式

(1) $3x-1 < 2x+4$ ；

(2) $\frac{x+1}{6} - \frac{2x-5}{4} \leq 1$ 。

22. (1) 解不等式： $\frac{x+2}{3} \leq x-2$ ，并写出所有符合条件的正整数解。

(2) 求不等式 $\frac{x-3}{3} - \frac{1-6x}{6} > -3$ 的非正整数解.

23. 某旅游团的人数不到 50, 在参观一个景点时购买了一张 50 人的团体票, 结果比按实际人数购买个人票省钱. 已知这个景点的个人票票价是 60 元/人, 团体票打八折, 那么这个旅游团可能有多少人?

24. 某次知识竞赛共有 20 道题, 规定答对一道题得 5 分, 答错一道题扣 2 分, 不答题不得分, 在这次竞赛中, 小明有 3 道题没有作答, 如果希望取得不低于 70 分的成绩, 求小明至少要答对几道题.

25. 敏衣中学计划为绘画小组购买 A 、 B 两种型号的颜料. 购买 1 盒 A 型颜料和 2 盒 B 型颜料需用 56 元. 购买 2 盒 A 型颜料和 1 盒 B 型颜料需用 64 元.

(1) 求 1 盒 A 型颜料和 1 盒 B 型颜料的售价各是多少元;

(2) 敏衣中学如果决定购买以上两种型号的颜料共 200 盒, 总费用不超过 3912 元, 那么该中学最多可以购买多少盒 A 型颜料?

26. 为抗击新型冠状病毒肺炎, 某市医院打算采购 A 、 B 两种医疗器械, 购买 1 台 A 机器比购买 1 台 B 机器多花 10 万元, 并且花费 300 万元购买 A 器材和花费 100 万元购买 B 器材的数量相等.

(1) 求购买一台 A 器材和一台 B 器材各需多少万元;

(2) 医院准备购买 A 、 B 两种器材共 80 台, 若购买 A 、 B 器材的总费用不高于 1050 万元, 那么最多购买 A 器材多少台?

为抗击新型冠状病毒肺炎, 某市医院打算采购 A 、 B 两种医疗器械, 购买 1 台 A 机器比购买 1 台 B 机器多花 10 万元, 并且花费 300 万元购买 A 器材和花费 100 万元购买 B 器材的数量相等.

(1) 求购买一台 A 器材和一台 B 器材各需多少万元;

(2) 医院准备购买 A 、 B 两种器材共 80 台, 若购买 A 、 B 器材的总费用不高于 1050 万元, 那么最多购买 A 器材多少台?