

第 26 章 二次函数 单元测试卷·提升卷

(考试时间：100 分钟 试卷满分：150 分)

一、选择题：(本大题共 10 题，每题 4 分，共 40 分.下列各题四个选项中，有且只有一个选项是正确的.)

1. 下列函数中是二次函数的是 ()

A. $y = \frac{2}{x^2}$

B. $y = (x+3)^2 - x^2$

C. $y = \sqrt{x^2 + 2x - 1}$

D. $y = x(x-1)$

2. 若二次函数 $y = -(x-3)^2 + m$ 的图象经过 $A(-3, y_1)$, $B(1, y_2)$, $C(4, y_3)$ 三点，则 y_1 , y_2 , y_3 的大小关系

正确的是 ()

A. $y_1 < y_2 < y_3$

B. $y_1 < y_3 < y_2$

C. $y_2 < y_3 < y_1$

D. $y_3 < y_2 < y_1$

3. “数形结合”是研究函数的重要思想方法，如果抛物线 $y = x^2 + 2x + m + 5$ 只经过两个象限，那么 m 的取值

范围是 ()

A. $m = -4$

B. $m < -4$

C. $m < -5$

D. $m = -5$

4. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 上部分点的横坐标 x 和纵坐标 y 的对应值如下表

x	...	0	1	3	4	5	...
y	...	-5	$-\frac{7}{2}$	$-\frac{7}{2}$	-5	$-\frac{15}{2}$	...

根据上表，下列判断正确的是 ()

A. 该抛物线开口向上

B. 沿 x 轴正方向，该抛物线在对称轴左侧部分是下降

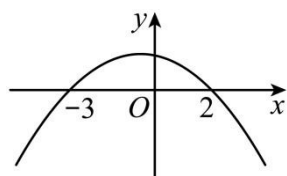
C. 该抛物线一定经过点 $\left(-1, -\frac{15}{2}\right)$

D. 该抛物线的对称轴是直线 $x = 1$

5. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示，给出下列结论：① $c > 0$ ；② $-\frac{b}{2a} < 0$ ；③ $a + b + c < 0$ ；④当

$-3 < x < 2$ 时， $y > 0$.

其中所有正确结论的序号是 ()



A. ①②③

B. ①②④

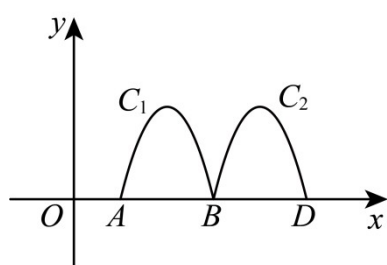
C. ①③④

D. ②③④

6. 如图，抛物线 $y = -2x^2 + 8x - 6$ 与 x 轴交于点 A 、 B ，把抛物线在 x 轴及其上方的部分记作 C_1 ，将 C_1 向右

平移得 C_2 ， C_2 与 x 轴交于点 B 、 D 。若直线 $y = 2x + m$ 与 C_1 、 C_2 共有 3 个不同的交点，则 m 的取值范围是

()



A. $-3 < m < -\frac{15}{8}$

B. $-3 < m < -\frac{7}{4}$

C. $-3 < m < -2$

D. $-6 < m < -\frac{11}{2}$

二、填空题（本题共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分。）

7. 如果抛物线 $y = (m-2)x^2 - 2$ 有最高点，那么 m 的取值范围是_____。

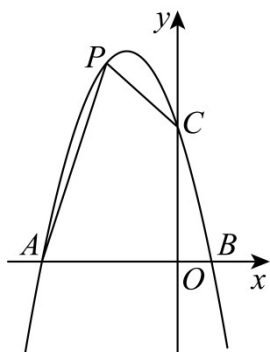
8. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = (x-1)^2 + 2$ 关于 y 轴对称的抛物线的表达式为_____。

9. 已知顶点坐标为 $(-3, 4)$ 的抛物线，过点 $(0, -5)$ ，当 $y > 0$ 时， x 的取值范围是_____。

10. 已知抛物线 $y = x^2 + mx + 9$ 的顶点在 x 轴负半轴上，那么 m 的值为_____。

11. 某隧道的内拱横截面的轮廓线是一条抛物线，隧道地面宽为 16 米，顶端离地面的高度为 8 米，当车辆宽度为 10 米时，车辆应限高在_____米内，才能确保隧道内行车安全。

12. 如图，已知抛物线 $y = -x^2 - 3x + 4$ ，点 P 是抛物线上一动点。当点 P 在第二象限， $\angle PBA = 45^\circ$ 时，点 P 的坐标是_____。



13. 如果抛物线 $C_1: y = x^2 + 1$ 向右平移一个单位后，顶点落在抛物线 $C_2: y = x^2 - 2ax + 4$ 上，那么 a 的值等于_____。

14. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象与 x 轴有两个交点 M 、 N ，顶点为 R ，若 $\triangle MNR$ 恰好是等边三角形，则 $b^2 - 4ac =$ _____。

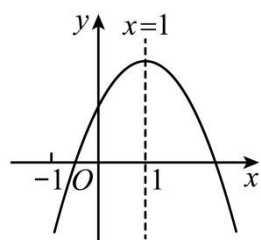
15. 若二次函数 $y = -(x-b)^2 + 4b + 1$ 图像与一次函数 $y = -x + 5$ ($-1 \leq x \leq 5$) 只有一交点，则 b 的取值范围为_____。

16. 定义：如果将抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 上的点 $A(x, y)$ 的横坐标不变，纵坐标变为点 A 的横、纵坐标之和，就会得到一个新的点 $A_1(x, x+y)$ ，我们把这个点 A_1 叫做点 A 的“简朴点”，已知抛物线

$y = ax^2 - 4x + 1$ 上一点 B 的简朴点是 $B_1(2, 3)$ ，那么该抛物线上点 $C(1, m)$ 的简朴点 C_1 的坐标为_____。

17. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示，有下列 5 个结论：① $abc > 0$ ；② $b < a + c$ ；③

$4a + 2b + c > 0$ ；④ $2c < 3b$ ；⑤ $a + b > m(am + b)$ ($m \neq 1$ 的实数)。其中正确的结论有_____个。

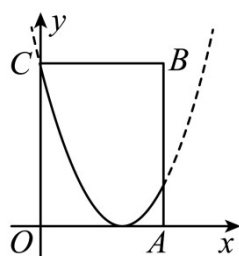


18. 在平面直角坐标系 xOy 中，一个图形上的点都在一边平行于 x 轴的矩形内部（包括边界），这些矩形

中面积最小的矩形称为该图形的关联矩形。例如：如图，函数 $y = (x-2)^2$ ($0 \leq x \leq 3$) 的图象（抛物线中的实

线部分），它的关联矩形为矩形 $OABC$ 。若二次函数 $y = \frac{1}{4}x^2 + bx + c$ ($0 \leq x \leq 3$) 图象的关联矩形恰好也是矩

形 $OABC$ ，则 $b =$ _____。



三、解答题：（本大题共 7 题，共 78 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.）

19. 已知二次函数 $y = -3x^2 + 6x + 9$.

(1)用配方法把二次函数 $y = -3x^2 + 6x + 9$ 化为 $y = a(x + m)^2 + k$ 的形式，并指出这个函数图像的开口方向、

对称轴和顶点的坐标；

(2)如果将该函数图像向右平移 2 个单位，所得的新函数的图像与 x 轴交于点 A 、 B （点 A 在点 B 左侧），与

y 轴交于点 C ，顶点为 D ，求四边形 $DACB$ 的面积.

20. 在直角坐标平面内，二次函数 $y = ax^2 + bx - 3$ ($a \neq 0$) 图像的顶点为 $A(1, -4)$.

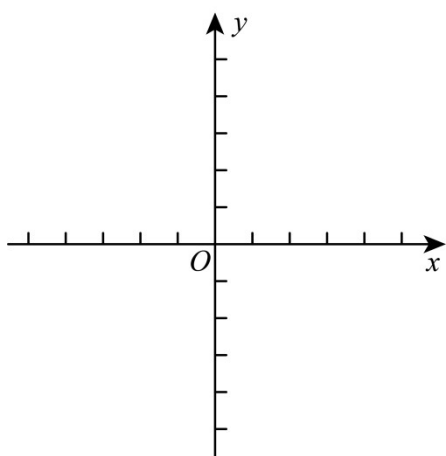
(1)求该二次函数关系式；

(2)将该二次函数图像向上平移几个单位，可使平移后所得图像经过坐标原点？并直接写出平移后所得图像

与 x 轴的另一个交点的坐标.

21. 在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y = -\frac{3}{4}x + 2$ 与直线 $y = \frac{1}{2}x - 3$ 相交于点 A ，抛物线 $y = ax^2 + bx - 1$ ($a \neq 0$)

经过点 A .



(1)求点 A 的坐标；

(2)若抛物线 $y = ax^2 + bx - 1$ 向上平移两个单位后，经过点 $(1, 2)$ ，求抛物线 $y = ax^2 + bx - 1$ 的表达式；

(3)若抛物线 $y = a'x^2 + b'x + c$ ($a' < 0$) 与 $y = ax^2 + bx - 1$ 关于 x 轴对称，且这两条抛物线的顶点分别是点 P' 与点

P ，当 $S_{\triangle OPP'} = 3$ 时，求抛物线 $y = ax^2 + bx - 1$ 的表达式。

22. 消防汽车自从上世纪初问世以后，经过不断的发展完善，很快成了消防工作的主力军，也彻底改变了

人类与火灾斗争的面貌，随着现代建筑水平的提高，高层建筑越来越多、越来越高，消防车也随之发生了

变化，云梯消防车出现了，云梯消防车的水枪固定在云梯上，水枪可在云梯打开的过程中升高或平移，在

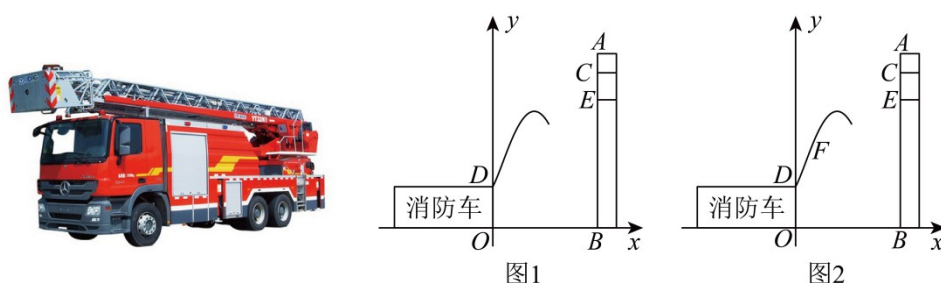
一次消防演练中，模拟建筑物 AB 某楼层发生火灾，此时消防车停放在火灾楼 AB 正前方的点 O 处， O 到

AB 的水平距离 35 米，在不打开消防云梯的状态下，水枪出水口 D 距地面高度 DO 为 4 米，喷出水的路线

近似为抛物线，水离出水口水平距离 20 米时，水柱达到最大高度，此时离水平地面 68 米，如图 1，以

DO 所在的直线为 y 轴，以 OB 所在的水平线为 x 轴建立直角坐标系，（注：若水枪出水口位置发生改变，

喷出水的路线的抛物线开口大小不变）



(1)求出水口在 D 点时抛物线的解析式：

(2)若着火楼层的窗户的顶端 C 到地面 B 的高度为 80 米，窗户的底端 E 到地面 B 的高度为 76 米，打开云

梯后，水枪的出水口到达点 F ，点 F 距离 y 轴 10 米，距离 x 轴 19 米，如图 2，问此时水能否射进着火窗户 CE 内？

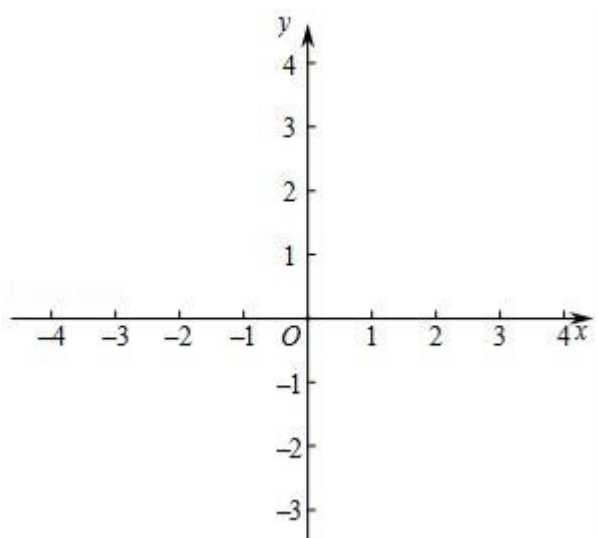
(3) 若火源的中心在距离窗口 CE 水平距离 5 米的地面上，调整水枪的位置，使水柱的最高点恰好沿着窗户的上边缘 C 处射进窗户，问射进里的水能否正好击中地面火源的中心位置？请说明理由。

23. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = ax^2 + 2ax + c$ (其中 a 、 c 为常数，且 $a < 0$) 与 x 轴交于点 $A(-3, 0)$ ，与 y 轴交于点 B ，此抛物线顶点 C 到 x 轴的距离为 4。

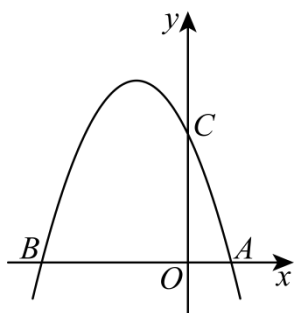
(1) 求抛物线的表达式；

(2) 求 $\angle CAB$ 的正切值；

(3) 如果点 P 是 x 轴上的一点，且 $\angle ABP = \angle CAO$ ，直接写出点 P 的坐标。



24. 如图，已知平面直角坐标系 xOy ，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 $A(1, 0)$ 和点 B ，与 y 轴交于点 $C(0, 3)$ ，对称轴是直线 $x = -1$ 。



(1)求该抛物线的表达式；

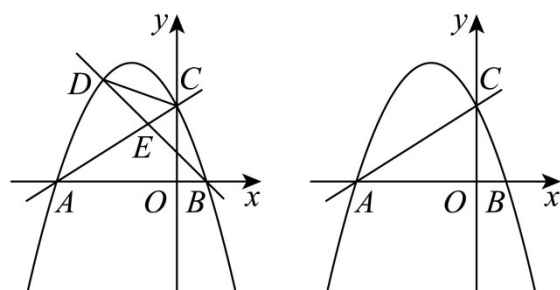
(2)将该抛物线平移得到新抛物线，点 A 的对应点记作点 E ，点 C 的对应点记作点 F 。

①若点 E 、 F 分别落在 y 轴的负半轴和线段 BC 上，求 $BF:BC$ 的值；

②若点 F 落在第二象限的原抛物线上，连接 FB 、 CE ，如果 $FB \parallel CE$ ，求点 F 的坐标。

25. 如图，在平面直角坐标系中，点 A 坐标为 $(-3,0)$ ，点 C 在 y 轴正半轴，且 $\tan \angle CAO = \frac{2}{3}$ ，抛物线

$y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 经过 A 、 C 两点，与 x 轴的另一交点为点 B 。



备用图

(1)求抛物线的函数表达式；

(2)点 D 为直线 AC 上方抛物线上一动点；

①联结 BC 、 CD ，设直线 BD 交线段 AC 于点 E ， $\triangle CDE$ 的面积为 S_1 ， $\triangle BCE$ 的面积为 S_2 ，当点 D 的横坐

标为 m 时，求 $\frac{S_1}{S_2}$ 的值（用含 m 的代数式表示）；

②是否存在点 D ，使 $\angle DCA$ 等于 $\angle BAC$ 的 2 倍？若存在，求点 D 的坐标；若不存在，请说明理由．