专题 01 整式的加减 压轴题

题型归纳

题型一：概念难点辨析、填空

题型二：判断整式的次数

题型三：求值问题

题型四：不含某项问题

题型五：与某字母取值无关、定值问题

题型六：整式规律题；最值问题

题型七：整式加减的几何应用

题型八：新定义题

题型九：方格问题

题型十：整式加减的实际应用

题型专练

题型一：概念难点辨析、填空

1．下列语句中错误的是（　　）

A．数字 0 也是单项式

B．单项式 $-a$ 的系数和次数都是 1

C．若 A 和 B 都是关于 x 的三次整式，则 $A+B$ 的次数一定不高于 3 次

D．$\frac{1}{x}$ 不是整式

2．下列说法中错误的语句共有（　　）

①-3.14 既是负数、分数、也是有理数；　　②$x-\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}$ 是二次三项式；

③几个有理数相乘，当积为负数时，负因数有奇数个；　④a^2+1 的最大值是 1；

⑤$\frac{1+x}{x}$不是整式；　　⑥$3x^2-2x+5$的项是$3x^2$，$-2x$，5；

A．0个　　B．1个　　C．2个　　D．3个

3．已知关于x、y的整式$3x^2y^2-(a-3)y^{b+2}-\frac{1}{2}xy^3+(a-1)x^{|a|}y^3$．

(1)当$a=1$，$b=-1$时，该整式的次数为_____，一次项为_____；

(2)在（1）的条件下，若$x=2$，$y=-1$，求整式的值；

(3)我们称各项的次数都相同的整式为齐次整式，如$2a^3+5ab^2-b^3+3abc$就是齐次整式，若整式$3x^2y^2-(a-3)y^{b+2}-\frac{1}{2}xy^3+(a-1)x^{|a|}y^3$是齐次四项式，求$2a+b$的值；

(4)若该整式是一个六次三项式，求a的值，并把该整式按x的升幂排列．

题型二：判断整式的次数

4．如果A、B都是关于x的单项式,且A·B是一个九次单项式,A+B是一个五次整式，那么A-B的次数（　　）

A．一定是四次；　B．一定是五次；　　C．一定是九次；　　D．无法确定.

5．设P是关于x的五次整式，Q是关于x的三次整式，则（　　）

A．P+Q是关于x的八次整式　　B．P−Q是关于x的二次整式

C．P+Q是关于x的五次整式　　D．P□Q是关于x的十五次整式

题型三：求值问题

6．当$x=1$，$y=.1$时，关于x、y的二次三项式$ax^{m^2+1}+(m+1)by-3$值为0，那么当$x=-\frac{1}{2}$，$y=\frac{1}{2}$时，式子$a^mx+2mby+\frac{13}{2}$的值为_____．

7．若关于x的关系式$(k^2-1)x^3+kx^2+x^2+4x-3$是关于x的二次整式．

(1)求k的值；

(2)若该整式的值是2，且规定$[a]$表示不超过a的最大整数，例如$[3.5]=3$，请在此规定下求$\left[2024k^2-\frac{1}{2}x^2-x\right]$的值．

题型四：不含某项问题

8．若关于 a、b 的整式 $2\left(2a^2+ab-3b^2\right)$ 与 $-3\left(a^2+mab+2b^2\right)$ 的和不含 ab，则 m 的值是_____．

9．整式 $9a^3-2ab^2+ma^2b-b^3$ 减去 $3a^3-nab^2-a^2b-b^3$ 后，若不含 ab^2 与 a^2b，则（　　）

A．$m=1$，$n=2$　B．$m=-1$，$n=2$　C．$m=1$，$n=-2$　D．$m=-1$，$n=-2$

题型五：与某字母取值无关、定值问题

10．代数式 $4x^3-3x^3y+8x^2y+3x^3+3x^3y-8x^2y-7x^3$ 的值

A．与 x，y 有关　B．与 x 有关

C．与 y 有关　D．与 x，y 无关

11．$x^2+ax-y-$（$bx^2-x+9y+3$）的值与 x 的取值无关，则 $a+b$ 的值为（　　）

A．0　B．-1　C．-2　D．2

12．已知代数式 $A=2x^2-\left(1-3n\right)x$，$B=-x^2+nx-1$，若 $3A+6B$ 的值与 x 的取值无关，则 n 的值为____．

13．已知无论 x，y 取什么值，整式 $\left(2x^2-my+9\right)-\left(nx^2-5y-4\right)$ 的值都等于定值 13，则 $m+n=$_____．

14．已知 $P=-x^3+4x-2$，$Q=3x^3-2xy+3$．

（1）当 $y=2$ 时，化简：$P+Q=$_____．

（2）若 $3P+Q$ 的值与 x 的值无关，则代数式 $3P+Q$ 的值为_____．

15．（1）一天数学老师布置了一道数学题：已知 x=2017，求整式 $\left(x^3-6x^2-7x+8\right)-\left(-x^2-3x+2x^3-3\right)+\left(x^3+5x^2+4x-1\right)$ 的值，小明观察后提出："已知 x=2017 是多余的"，你认为小明的说法有道理吗？请解释.

（2）已知整式 $M=x^2+5ax-3x-1$，整式 M 与整式 N 之差是 $3x^2+4ax-x$.

①求出整式 N.

②若 a 是常数，且 2M+N 的值与 x 无关，求 a 的值.

题型六：整式规律题；最值问题

16．观察下列整式：$a-2b$，a^2-4b^3，a^3-8b^5，a^4-16b^7，…，则第 n 个整式为（　　）

A．a^n-2nb^{2n-1}　B．$a^n-2^nb^{2n+1}$　C．$a^n-2^nb^{2n-1}$　D．$a^n-2^nb^{2n}$

17．已知整式 $A=3x^2-m\left(x^2+6\right)+4$．

（1）若A的值与x无关，则m=_____；

（2）当$m=1$时，$B=-x^2-10$．

①化简$2A-B$=_____；

②当整式A取得最小值时，此时$2A-B$的值为_____．

题型七：整式加减的几何应用

18．如图，把图1中周长为8的长方形纸片分割成四张大小不等的正方形纸片A，B，C，D和一张长方形纸片E，并将它们按图2的方式放入周长为13的长方形中，则正方形A的周长与阴影部分的周长之比为____．

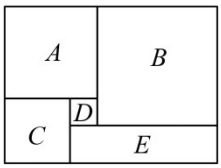


图1

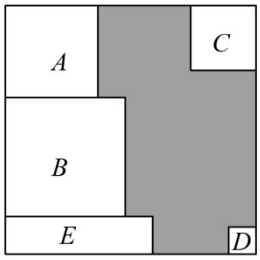
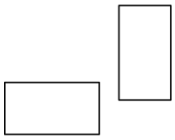
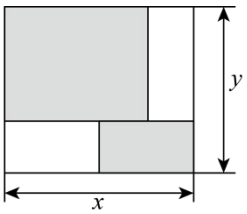


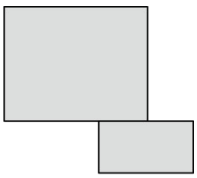
图2

19．把两张形状、大小完全相同的小长方形卡片（如图①）不重叠地放在一个底面为长方形（长为x，宽为y）的盒子底部（如图②），盒子底面未被卡片覆盖的部分用阴影表示．阴影部分刚好能分割成两张形状大小不同的小长方形卡片（如图③），则分割后的两个阴影长方形的周长之和是_____：

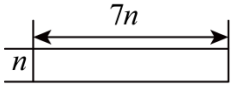

图①

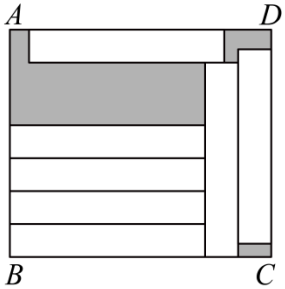


图②

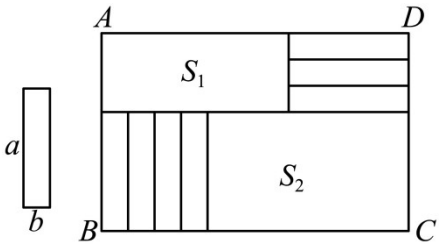

图③

20．把七个长和宽分别为$7n,n$的小长方形，摆成如图所示的图形，若四边形$ABCD$为长方形，则图中阴影部分的面积为_____．（用含有n的代数式表示）





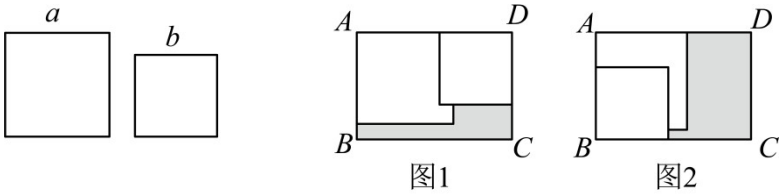
21．如图，小长方形纸片的长为 a，宽为 b，且 $a>b$，将 7 张纸片按图示不重叠的放在长方形 $ABCD$ 内，未被覆盖的部分恰好被分割为两个长方形，面积分别为 S_1 和 S_2．



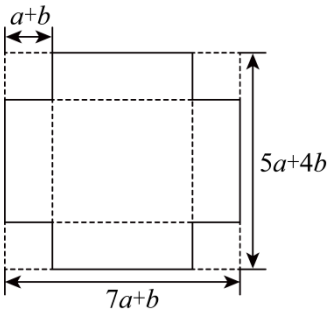
（1）当 $a=8$，$b=2$，$AD=20$ 时，S_2-S_1 的值为 _____；

（2）若 AB 长度保持不变，AD 变长，将这 7 张小长方形纸片还按照同样的方式放在新的长方形 $ABCD$ 内，当 $3S_2-5S_1$ 的值与 AD 的长度无关时，a、b 满足的关系式是 _____．

22．将边长分别为 a 和 b（$a>b$）的两张正方形纸片按如图 1、图 2 所示的两种方式置于同一个长方形 $ABCD$ 中（图 1、图 2 中两张正方形纸片均有部分重叠），长方形中未被这两张正方形纸片覆盖的部分用阴影表示，设图 1 中阴影部分的周长为 C_1，图 2 中阴影部分的周长为 C_2，则 C_1-C_2 的值为



23．如图，一块长方形铁皮的长为 $(7a+b)$ 米，宽为 $(5a+4b)$ 米.将这块长方形铁皮的四个角都剪去一个边长为 $(a+b)$ 米的正方形，然后沿虚线折成一个无盖的长方体盒子．

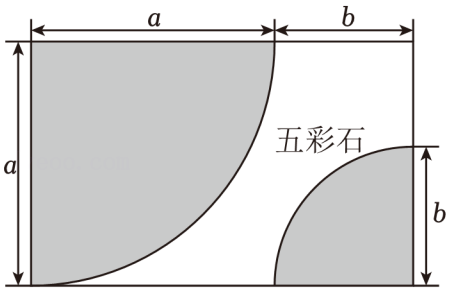


(1)求这个盒子底部的长和宽（用含 a、b 的代数式表示，要求化简）；

(2)求这个盒子底部的面积（用含 a、b 的代数式表示，要求化简）；

(3)将盒子的外部表面进行喷漆，若每平方米喷漆的费用为 8 元，求喷漆共需要的费用（用含 a、b 的代数式表示，要求化简）．

24．某小区的一块长方形绿地的造型如图所示（单位：m），其中两个扇形表示绿地，两块绿地用五彩石隔开．



(1)绿地的面积为_____平方米；（用含有a，b，π的式子表示）

(2)若$b=\frac{1}{2}a$，

①若铺设五彩石费用为每平方米160元，种草的费用为每平方米80元，则美化这块长方形区域共需多少元？（用含有a，π的式子表示）

②若要求绿地面积大于这块地总面积的$\frac{3}{5}$，试问该设计方案是否合乎要求？请说明理由．

题型八：新定义题

25．给出定义如下：我们称使等式$a-b=ab+1$成立的一对有理数a、b为“相伴有理数对”，记为(a,b)．如：$3-\frac{1}{2}=3\times\frac{1}{2}+1$，所以数对$\left(3,\frac{1}{2}\right)$是“相伴有理数对”．

（1）数对$(-3,-2)$，$\left(-\frac{1}{3},-2\right)$中，是“相伴有理数对”的是_____；

（2）若(a,b)是“相伴有理数对”，则$4ab-a+\frac{1}{2}(a+b-7ab)+2024=$_____．

26．我们约定：上方相邻两数之和等于这两数下方箭头共同指向的数，例如：在图1中，即$5+6=11$，若a,b满足$|a-3|+(b+1)^2=0$，则图2中y的值为_____．

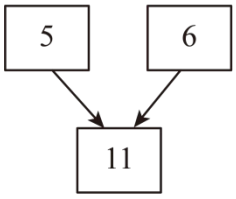


图1

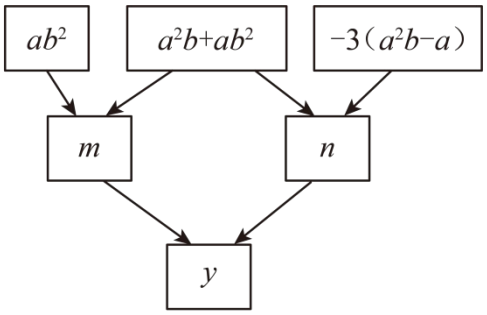


图2

27．观察下表：我们把表格中字母的和所得的整式称为“有特征整式”，例如：

第 1 格的“有特征整式”为，$4x+y$ ，

第 2 格的“有特征整式”为，$8x+4y$ ，

回答下列问题：

（1）第 3 格“有特征整式”为_____第 4 格的“有特征整式”为_____

第 n 格的“有特征整式”为_____．

（2）若第 m 格的“特征整式”与整式 $-24x+2y-5$ 的和不含有 x 项，求此“有特征整式”．

序号	1	2	3	4	……
图形	$x\ \ x$ y $x\ \ x$	$x\ \ x\ \ x\ y$ y $x\qquad x$ $y\ \ y$ $x\ \ x\ \ x$	$x\ \ x\ \ x\ \ x\ y\ \ y$ y $x\qquad\qquad x$ $y\ \ y\ \ y$ $x\qquad\qquad x$ $y\ \ y\ \ y$ $x\ \ x\ \ x\ \ x$	$x\ \ x\ \ x\ \ x\ \ x\ y\ \ y\ \ y$ y $x\qquad\qquad x$ $y\ \ y\ \ y\ \ y$ $x\qquad\qquad x$ $y\ \ y\ \ y\ \ y$ $x\qquad\qquad x$ $y\ \ y\ \ y\ \ y$ $x\ \ x\ \ x\ \ x\ \ x$	……

28．定义：已知 M，N 都是关于 x 的整式，若 $M-N=k$（$k>0$，且 k 不含字母），则称 M 是 N 的“平移式”，k 叫做 M 关于 N 的“平移值”．例如：$M=2x^2+x+3$，$N=2x^2+x-1$，

$M-N=\left(2x^2+x+3\right)-\left(2x^2+x-1\right)=4>0$，则称$M$是$N$的“平移式”，$M$关于$N$的“平移值”为$4$．

(1)若$M=-\frac{1}{2}x^2+5x-3$，$N=-\frac{1}{2}x^2+5x-1$，则M是N的“平移式”吗？为什么？

(2)对于常数m，n，有$M=4x^2+mx+m^2$，$N=4x^2-6x+n$，若M是N的“平移式”，且“平移值”为3，求m，n的值；

(3)若A，B，M都是关于x的整式，且$A=\frac{11}{2}x^2-\frac{1}{2}nx-\frac{2}{3}$，$B=6x^2+mx+1$．$M=5x^{|m|}+\left(m-2\right)x+\frac{4}{3}m$，且$N=2A-B$，试问：$M$是$N$的“平移式”吗？如果是，求出$m$，$n$的值及“平移值”；如果不是，请说明理由．

题型九：方格问题

29．3×3的方格中，每行、每列及对角线上的3个代数式的和都相等，我们把这样的方格图叫做“等和格”．如图的“等和格”中，每行、每列及对角线上的3个代数式的和都等于15.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

（1）图1是显示部分代数式的“等和格”，可得a=_____（含b的代数式表示）；

（2）图2是显示部分代数式的“等和格”，可得a=_____,b=_____;

（3）图3是显示部分代数式的“等和格”，求b的值．（写出具体求解过程）

$-2a$	a	
		$3b$
		$2a$

图1

$-2a$	a	
$b-8$		$3b$
		$2a$

图2

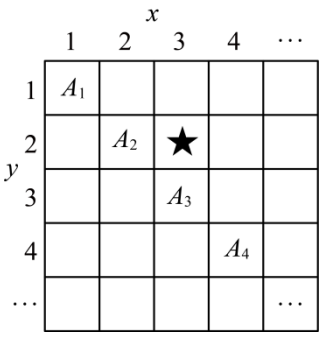
$2a^2+a$	$a-2a^2$	
$b+3a^2+2a$		a^2+2a
		$a+3$

图3

30．**阅读与思考**

下面是一位同学的趣味数学研究．请仔细阅读并完成相应的任务．

趣味数学研究如图，用一个表格中的x表示a的次数，y表示b的次数，例如：表格中的$A_1:a^xb^y=ab$；$A_2:a^xb^y=a^2b^2$．



(1)若 A_1，A_2，A_3，…，A_n 都是系数为 1 的关于 a，b 的单项式．

①由表格可知，$A_3:a^xb^y=$_____；$A_4:a^xb^y=$_____．

②由①中的规律可知，A_n 的次数为_____．

(2)若图中的整式★为 a^x+b^y+c，其中 a，b，c 为 3 个不同的正整数，且整式的值为 70，则 $a+b+c$ 的最大值为_____．

题型十：整式加减的实际应用

31．A、B 两处粮库分别有水稻 100 t 和 400 t，全部运送到 C、D 两米厂加工，而 C、D 米厂分别能加工水稻 150 t 和 350 t；已知从 A、B 两处米厂的运价如下表：

	到 C 厂运价	到 D 厂运价
A 粮库	每吨 15 元	每吨 10 元
B 粮库	每吨 12 元	每吨 12 元

（1）若从 B 粮库运到 C 地的水稻为 x（$50<x<150$）吨，则从 B 粮库运到 D 地的水稻为_t；从 A 粮库将水稻运往 D 地的运输费用为_元；

（2）用含 x 的式子表示出总运输费．（要求：列出算式，并化简）

（3）当 x=100 时，求总运输费用．

32．我市某小区居民使用自来水 2023 年标准缴费如下（水费按月缴纳）：

用户月用水量	单价
不超过 $12m^3$ 的部分	a 元/m^3
超过 $12m^3$ 但不超过 $20m^3$ 的部分	$1.5a$ 元/m^3

超过20m^3的部分	$2a$元$/\text{m}^3$

(1)当$a=2$时，

①某户1月份用了3m^3的水，求该户1月份应缴纳的水费_____元．

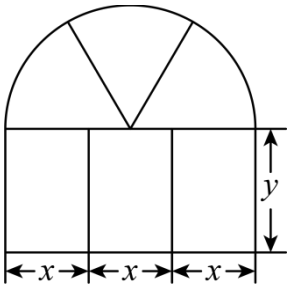
②某户4月份用了13m^3的水，求该户4月份应缴纳的水费_____元．

③某户8月份用了23m^3的水，求该户8月份应缴纳的水费_____元．

(2)设某户月用水量为$n\text{m}^3$，当$n>20$时，该户应缴纳的水费为_____元（用含a，n的式子表示）．

(3)当$a=2$时，甲、乙两户一个月共用水40m^3，已知甲户缴纳的水费超过了24元，设甲户这个月用水$x\text{m}^3$，试求甲，乙两户一个月共缴纳的水费（用含x的式子表示）

33．如图所示的一扇窗户（单位：米），窗户的上部是一个半圆，下部由三个完全相同的长方形组成．窗框为铝合金材料，窗户全部安装玻璃．



(1)这样一扇窗户共需要铝合金_____米；（用含有x，y的代数式表示）

(2)这样一扇窗户共需要玻璃_____平方米：（铝合金窗框宽度忽略不计，用含有x，y的代数式表示）

(3)某公司需要购进5扇这样的窗户，在同等质量的前提下，甲、乙两家厂商分别给出报价如下表：

	铝合金的报价	玻璃的报价
甲	180元/米	不超过100平方米的部分，定价80元/平方米；超过100平方米的部分，定价50元/平方米
乙	200元/米	定价70元/平方米，每购买7平方米的玻璃赠送1米的铝合金窗框

当$x=4$，$y=6$时，该公司在哪家厂商购买窗户更合算（π取3）？