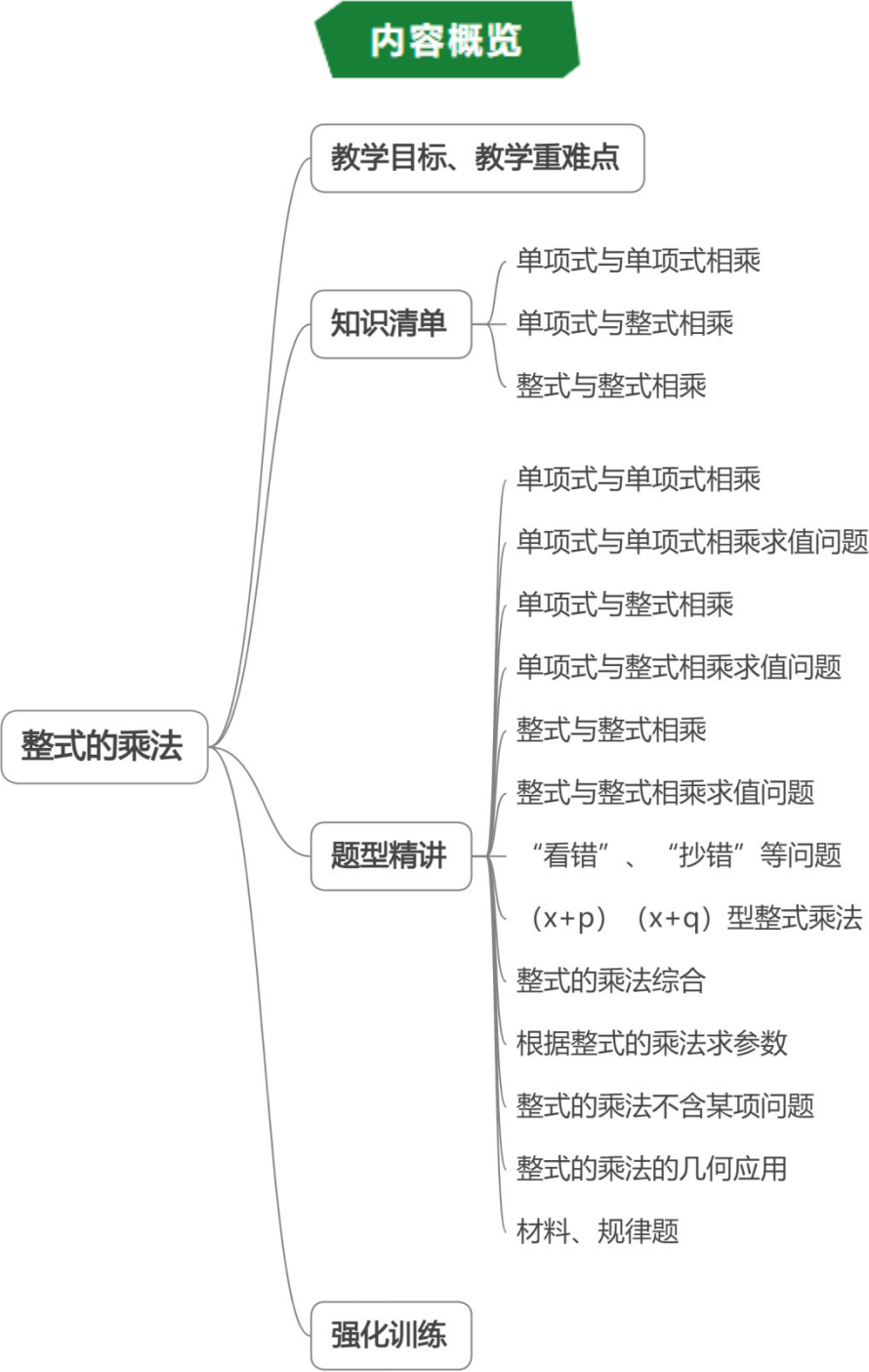


专题 11.3 整式的乘法



教学目标、教学重难点

教学目标	1. 会进行单项式与单项式、单项式与整式、整式与整式的乘法计算； 2. 会利用整式的乘法求字母或代数式的值； 3. 整式乘法的应用。
------	--

教学重难点	1.重点 (1) 整式乘法的运算及求值； (2) 根据整式乘法运算求参数； (3) 整式乘法运算的综合应用。 2.难点 (1) 根据整式乘法运算求参数—与整式概念、加减运算等结合；分类讨论思想； (2) 整式的乘法运算的几何应用。
--------------	--

知识清单

知识点1 单项式与单项式相乘

单项式与单项式相乘的法则

单项式与单项式相乘，把它们的系数、同底数幂分别相乘。

要点：

- (1) 单项式的乘法法则的实质是乘法的交换律和同底数幂的乘法法则的综合应用。
- (2) 单项式的乘法方法步骤：积的系数等于各系数的积，是把各单项式的系数交换到一起进行有理数的乘法计算，先确定符号，再计算绝对值；相同字母相乘，是同底数幂的乘法，按照“底数不变，指数相加”进行计算；只在一个单项式里含有的字母，要连同它的指数写在积里作为积的一个因式。
- (3) 运算的结果仍为单项式，也是由系数、字母、字母的指数这三部分组成。
- (4) 三个或三个以上的单项式相乘同样适用以上法则。

【即学即练】

1. 计算：

$$(1) 3b^3 \cdot \frac{5}{6}b^2;$$

$$(2) (-6ay^3)(-a^2);$$

$$(3) (-3x)^3 \cdot (5x^2y);$$

$$(4) (2 \times 10^4)(6 \times 10^3) \cdot 10^7$$

2. 计算：

$$(1) 3x^2y \cdot (-2xy^3) = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(2) (-5a^4) \cdot (-8ab^2) = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(3) (-2x^3y^2)^3 \cdot 4xy^2 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

3. 已知单项式 $3x^2y^3$ 与 $2xy^2$ 的积为 mx^3y^n ，则 $m-n = \underline{\hspace{2cm}}.$

知识点2 单项式与整式相乘

单项式与整式相乘的运算法则

单项式与整式相乘，就是用单项式去乘整式的每一项，再把所得的积相加.即

$$m \cdot (a+b+c) = ma + mb + mc$$

要点：

- (1) 单项式与整式相乘的计算方法，实质是利用乘法的分配律将其转化为多个单项式乘单项式的问题.
- (2) 单项式与整式的乘积仍是一个整式，项数与原整式的项数相同.
- (3) 计算的过程中要注意符号问题，整式中的每一项包括它前面的符号，同时还要注意单项式的符号.
- (4) 对混合运算，应注意运算顺序，最后有同类项时，必须合并，从而得到最简的结果.

【即学即练】

1. 计算：

$$(1) x(2x^2 - 3x + 1);$$

$$(2) \frac{1}{2}ab^2 \cdot (2a^2b - 3ab^2);$$

$$(3) (2m^2 - mn + 4n^2) \cdot (-mn);$$

$$(4) a(a^2 + ab + b^2) - b(a^2 + ab + b^2).$$

$$2. (1) a(2b - 3c + 2d) = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(2) (-3x)(2x^2 - x - 1) = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(3) (3x)^2 \left(\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{9}x - 2 \right) = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(4) a(b+c-bc) - b(c+a-ac) + c(b-c) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

3. 一个长方形的长为 $6x^2$ ，宽为 $3x-2$ ，则这个长方形的面积为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

知识点3 整式与整式相乘

1.思考

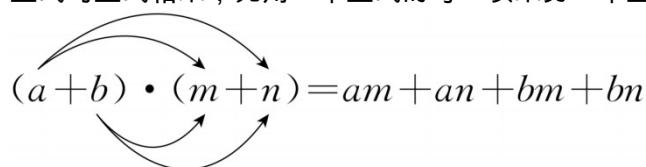
如何计算 $(2x^3+3xy) \cdot (x+y^2)$?

可以把 $x+y^2$ 看成一个整体，运用乘法对加法的分配律计算，得

$$\begin{aligned}(2x^3+3xy) \cdot (x+y^2) &= 2x^3 \cdot (x+y^2) + 3xy \cdot (x+y^2) \\ &= 2x^3 \cdot x + 2x^3 \cdot y^2 + 3xy \cdot x + 3xy \cdot y^2 \\ &= 2x^4 + 2x^3y^2 + 3x^2y + 3xy^3.\end{aligned}$$

2.整式与整式相乘的运算法则

整式与整式相乘，先用一个整式的每一项乘另一个整式的每一项，再把所得的积相加.即



$$(a+b) \cdot (m+n) = am + an + bm + bn$$

要点：

整式与整式相乘，仍得整式.在合并同类项之前，积的项数应该等于两个整式的项数之积.

整式与整式相乘的最后结果需化简，有同类项的要合并.特殊的二项式相乘：

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

【即学即练】

1. 计算：

$$(1) (x+2)(x+1) ;$$

$$(2) (m-1)(m-2) ;$$

$$(3) (2a-3b)(3a+2b) ;$$

$$(4) (2a+3)(-a-2) .$$

2. 计算：

$$(1) (ab+3cd)(3ab-2cd) ;$$

$$(2) (9m-4n)(4n+9m) ;$$

$$(3) (a+b+1)(a-b-2) ;$$

$$(4) (x-2)(x+5) - (2x-3)(2x+1) .$$

3. 已知 $(x+a)(x-2) = x^2 + x + b$ ，则 a, b 的值分别是 ()

- A. $a = -3, b = -6$ B. $a = 3, b = -6$ C. $a = -3, b = 6$ D. $a = 3, b = 6$

4. 计算 $(2x-y)(3x+y)$ 的结果中，含 xy 的项的系数为 ()

A . -1

B . 1

C . 5

D . -5

5 . 已知 $P = (x-1)(x-4)$, $Q = (x-2)(x-3)$, 则 P 与 Q 的大小关系为 ()

A . $P > Q$

B . $P = Q$

C . $P < Q$

D . 不确定

题型精讲

题型 01 单项式与单项式相乘

【典例 1】 . 计算 :

$$(1) 6a^5 \cdot 5a^3 ;$$

$$(2) (-2a^2c) \cdot (-3bc) ;$$

$$(3) 3a^2b \cdot 2ab \cdot \frac{1}{3}abc^2 ;$$

$$(4) (-4ab)^3 \cdot \left(\frac{3}{4}a^2b\right)^3 ;$$

$$(5) (2 \times 10^3)^2 \times (-3 \times 10^5)^3 ;$$

$$(6) (-3a^{n-1}b) \cdot (-2a^{2n}b^{n-1}) \quad (n \text{ 是整数, } n > 1) .$$

【变式 1】 . 计算 :

$$(1) -(x^2)^2 \cdot (2xy^2)^3 ;$$

$$(2) (a^2)^2 \cdot (-2ab) ;$$

$$(3) (-x^2) \cdot 2x \cdot (-5x)^3 ;$$

$$(4) (2x^2)^3 \cdot (-3xy^2) .$$

【变式 2】 . 计算 :

$$(1) \frac{2}{3}x^3y^2 \cdot \left(\frac{3}{2}xy^2\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}x\right) ;$$

$$(2) (-3xy)^2 \left(-\frac{1}{5}x^2y\right)^3 \cdot \left(-\frac{1}{4}yz^2\right)^2 .$$

题型 02 单项式与单项式相乘求值问题

【典例 1】 . 先化简，后求值： $4x^3y^3 \cdot \left(-\frac{3}{4}x^2y\right)^2 + \left(-\frac{1}{4}x^2y\right) \cdot 16xy^2$ ，其中 $x=0.4$ ， $y=-2.5$.

【变式 1】 . 已知 $(m+2)a^2b^{|m+1|}$ 是关于 a ， b 的三次单项式，且 $|n+1|=2$ ，求 $2m^2 \cdot (-2mn) \cdot \left(-\frac{1}{2}m^2n^3\right) + n$ 的值 .

【变式 2】 . 已知 $-2x^{3m+1}y^{2n}$ 与 $4x^{-3}y^4$ 的积与 $-4x^4y^2$ 是同类项 .

(1) 求 m, n 的值，

(2) 先化简，再求值： $5m^3n \cdot (-3n)^2 + (6mn)^2 \cdot (-mn) - mn^3 \cdot (-4m)^2$.

题型 03 单项式与整式相乘

【典例 1】 . 计算：

(1) $4x(2x^2 + 3x - 1)$ ；

(2) $\left(\frac{2}{3}ab^2 - 2ab\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}ab\right)$.

【变式 1】 . (1) 计算： $-\frac{1}{2}x \cdot (-2x^2 + 4)$ ；

(2) 计算： $4xy \cdot (-3y) + 2y(6xy + 2)$ ；

(3) 计算： $\left(-\frac{1}{2}a^2b\right)^2(4a - b^2)$ ；

(4) 计算： $x^2(x-1) - x(x^2 - x - 1)$.

【变式 2】 . 计算：

(1) $\frac{1}{2}x^2 \cdot (2x + 1)$ ；

(2) $\left(\frac{2}{3}a^2b - 3ab^2\right) \cdot 3ab$ ；

(3) $\left(-\frac{5}{2}xy\right) \cdot \left(\frac{2}{3}xy^2 - 2xy + \frac{4}{3}y\right)$ ；

$$(4) 3x \cdot (2x^2 - x + 1) - x \cdot (2x - 3) - 4(1 - x^2) .$$

题型 04 单项式与整式相乘求值问题

【典例 1】 . 先化简，再求值： $2x(x^2 - x + 1) - x(2x^2 + 2x - 3)$ ，其中 $x = 1$.

【变式 1】 . 先化简，再求值： $5a(2a^2 - 5a + 3) - 2a^2(5a + 5) + 7a^2$ ，其中 $a = 2$.

【变式 2】 . 先化简，再求值： $2a^3b^2(2ab^3 - 1) - \left(-\frac{2}{3}a^2b^2\right)\left(3a - \frac{9}{2}a^2b^3\right)$ 其中 $a = \frac{1}{3}$ ， $b = -3$.

题型 05 整式与整式相乘

【典例 1】 . 计算：

$$(1) (-4x + 3)(x + 1) ;$$

$$(2) (a - b)(a^2 + ab + b^2) ;$$

$$(3) \frac{5x+2}{6} \cdot \frac{x-2}{3} \cdot (-x+3) ;$$

$$(4) (a-2)(2a+1) - (a-5)(a+1) .$$

【变式 1】 . 计算：

$$(1) (x-6)(x-3) ;$$

$$(2) \left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) ;$$

$$(3) (3x+2)(x+2) ;$$

$$(4) (4y-1)(5-y) ;$$

$$(5) (x-2)(x^2+4) ;$$

$$(6) (x-y)(x^2+xy+y^2) .$$

题型 06 整式与整式相乘求值问题

【典例 1】 . 先化简，再求值： $(x-1)(x-2) - 3x(x+3)$ ，其中 $x = -2$.

【变式 1】 . 先化简，再求值： $(x-y)(x-2y) - (3x-2y)(x-3y)$ 其中 $x = 4$ ， $y = -1$.

【变式2】 . 先化简，再求值 $(m+2n)(m^2-2mn+4n^2)$ ，其中 $m=3$ ， $n=-\frac{1}{2}$.

题型 07 “看错”、“抄错”等问题

【典例1】 . 小明在计算一个整式乘以 $-2x^2+x-1$ 时，因看错运算符号，变成了加上 $-2x^2+x-1$ ，得到的结果为 $-2x^2-2x+1$ ，请你帮助小明得到正确的计算结果 .

【变式1】 . 在计算 $(x^2+a)(x^2+b)$ 时，甲把 b 错看成了 6 ，得到结果是： $x^2+8x+12$.

(1) 求出 a 的值；

(2) 在(1)的条件下，且 $b=-3$ 时，计算 $(x^2+a)(x^2+b)$ 的结果 .

【变式2】 . 小奇计算一道整式的混合运算的题： $(x-a)(4x+3)-2x$ ，由于小奇将第一个整式中的“ $-a$ ”抄成“ $+a$ ”，得到的结果为 $4x^2+13x+9$.

(1) 求 a 的值；

(2) 请计算出这道题的正确结果 .

题型 08 $(x+p)(x+q)$ 型整式乘法

【典例1】 . 若 $(x-15)(x+20)=x^2+mx+n$ ，则 m, n 的值分别为 ()

A . $-5, -300$ B . $35, -300$ C . $35, 300$ D . $5, -300$

【变式1】 . 若 $(x-1)(x+6)=x^2+px+q$ ，则 $p+q$ 的值为 ()

A . 11 B . -11 C . -1 D . 1

【变式2】 . 若 $(x+a)(x+1)=x^2-bx-4$ ，则实数 a, b 的符号为 ()

A . a, b 同为正 B . a, b 同为负
C . a, b 异号且绝对值大的为正 D . a, b 异号且绝对值大的为负

【变式3】 . 已知等式 $(x+m)(x-n)=x^2+kx-12$ (m, n 为整数)，则 k 的值不可能是 ()

A . -1 B . 4 C . 11 D . 7

题型 09 整式的乘法综合

【典例1】 . 计算：

$$(1) (-2x^2)^3 + 4x^3 \cdot x^3 ;$$

$$(2) (3x^2 - x + 1)(-4x) ;$$

$$(3) (x-3)(x^2 + 4x) ;$$

$$(4) (3x-y)(x+2y) .$$

【变式1】 . 计算：

$$(1) 3x^2y \cdot (-2xy^3) ;$$

$$(2) 2a^2(3a^2 - 5b) ;$$

$$(3) (-2a^2)(3ab^2 - 5ab^3) ;$$

$$(4) (5x+2y)(3x-2y) .$$

【变式2】 . 先化简，再求值： $\left(-\frac{3}{2}x + \frac{1}{3}y^2\right)\left(2x - \frac{2}{3}y\right) - \frac{1}{3}y^2\left(x - \frac{2}{3}y\right) + 3x^2$ ，其中 $x=2$ ， $y=-1$.

题型10 根据整式的乘法求参数

【典例1】 . 若 $x^2 + ax = x(x+4)$ ，则 a 的值为 ()

A . 2

B . 3

C . 4

D . 8

【变式1】 . 若 $(am^{+1}bn^{+2}) \cdot (a^2n^{-1}b^2m) = a^5b^3$ ，则 $m+n$ 的值为 ()

A . 1

B . 2

C . 3

D . 3

【变式2】 . 若等式 $-3x(-2x^2 + 3x - 1) = 6x^3 - 9x^2 + \square$ 成立，则 $\square$ 内应填_____ .

【变式3】 . 如果 $(x+1)(x^2 - 2ax + a^2)$ 的乘积中不含 x^2 项，则 $a =$ _____ .

题型11 整式的乘法不含某项问题

【典例1】 . 若计算 $(3x^2 + 2ax + 1) \cdot (-3x) - 4x^2$ 的结果中不含有 x^2 项，则 a 的值为 ()

A . $-\frac{2}{3}$

B . 0

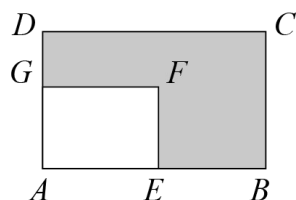
C . 2

D . $-\frac{3}{2}$

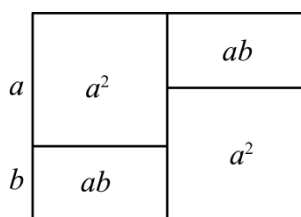
【变式1】 . 已知 $(x-2)(x^2 + mx + n)$ 的乘积项中不含 x^2 和 x 项，则 $m+n =$ _____ .

题型 12 整式的乘法的几何应用

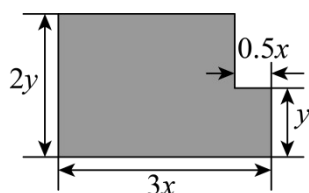
【典例 1】 . 如图：已知长方形纸片 $ABCD$ 长为 $3a+1$ ，宽为 $b+3$ ，裁去一个长为 $2a+1$ ，宽为 $b+1$ 的长方形 $AEFG$ ，则剩余部分面积为_____.



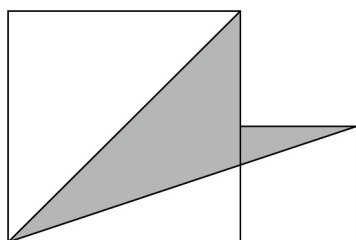
【变式 1】 . 如图，该几何图形的面积可用代数恒等式表示为_____.



【变式 2】 . 如图所示的是小芳卧室的结构示意图，则它的面积是_____.



【变式 3】 . 如图，两正方形并排在一起，左边大正方形边长为 a 右边小正方形边长为 b ，则图中阴影部分的面积可表示为 () .



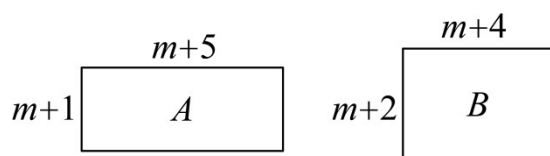
A . $a^2 + b^2 - ab$

B . $\frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}b^2 - \frac{1}{2}ab$

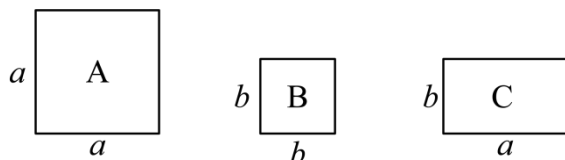
C . $\frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}b^2 - ab$

D . $a^2 + b^2 - \frac{1}{2}ab$

【变式 4】 . A ， B 两块长方形板材的规格如图所示 (m 为正整数)，设板材 A ， B 面积分别为 S_1 ， S_2 ，请比较 S_1 ， S_2 的大小_____.



【变式5】 . 如图，现有正方形卡片A类、B类和长方形卡片C类各若干张，如果要拼一个长为 $2a+b$ ，宽为 $a+2b$ 的长方形，则需要A类、B类、C类卡片共_____张 .



【变式6】 . 对于一个图形，通过两种不同的方法计算它的面积，可以得到一个数学等式 . 例如图¹可以得到 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ，请解答下列问题：

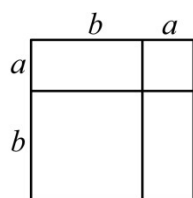


图1

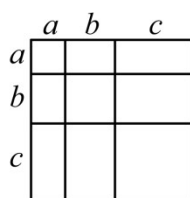


图2

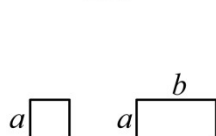


图3

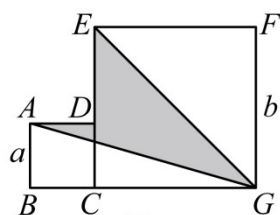


图4

(1) 写出图²中所表示的数学等式_____；

(2) 利用(1)中得到的结论，解决下面的问题：若 $a+b+c=15$, $ab+ac+bc=35$ ，则 $a^2+b^2+c^2=_____$ ；

(3) 小明同学用图³中 x 张边长为 a 的正方形， y 张边长为 b 的正方形， z 张边长分别为 a 、 b 的长方形纸片拼出一个面积为 $(2a+b)(a+2b)$ 长方形图形，则 $x+y+z=_____$.

(4) 如图⁴所示，将两个边长分别为 a 和 b 的正方形拼在一起， B, C, G 三点在同一直线上，连接 AG 和 GE ，若两正方形的边长满足 $a+b=12$, $ab=20$ ，你能求出阴影部分的面积吗？

题型13 材料、规律题

【典例1】 . 观察以下等式：

$$(x+1)(x^2-x+1)=x^3+1$$

$$(x+3)(x^2-3x+9)=x^3+3^3$$

$$(x+6)(x^2-6x+36)=x^3+6^3$$

(1)按以上等式的规律，填空：

$$\textcircled{1} (x+8)(x^2-8x+64)=\underline{\hspace{2cm}}.$$

$$\textcircled{2} (a+b)(a^2-ab+b^2)=\underline{\hspace{2cm}}.$$

(2)利用整式的乘法法则，说明 (1) 中②的等式成立。

(3)利用 (1) 中的公式化简：

$$(x+y)(x^2-xy+y^2)-(x+4y)(x^2-4xy+16y^2)$$

【变式 1】 . 在学习整式乘以整式时，我们知道 $\left(\frac{1}{2}x+4\right)(2x+5)(3x-6)$ 的结果是一个整式，并且最高次

项为： $\frac{1}{2}x \cdot 2x \cdot 3x = 3x^3$ ，常数项为 $4 \times 5 \times (-6) = -120$. 那么一次项是什么呢？要解决这个问题，就是要确

定一次项的系数 . 通过观察，我们发现：一次项的系数就是 $\frac{1}{2} \times 5 \times (-6) + 2 \times 4 \times (-6) + 3 \times 4 \times 5 = -3$ ，即一次

项为 $-3x$.

请参考上面的方法，解决下列问题：

(1)计算 $(x+1)(3x+2)(5x-3)$ 所得整式的一次项系数为——；

(2)如果计算 $(x^2+x+5)(7x^2-2x+a)(3x-1)$ 所得整式不含一次项，则常数 a 的值是——；

(3)如果 $(x+1)^{2024} = a_0x^{2024} + a_1x^{2023} + a_2x^{2022} + \cdots + a_{2023}x + a_{2024}$ ，则 a_{2023} 的值是——。

【变式 2】 . “杨辉三角”揭示了 $(a+b)^n$ (n 为非负数) 展开式的各项系数的规律 . 在欧洲，这个表叫做帕斯卡三角形，帕斯卡是在 1654 年发现这一规律的，比杨辉要迟 393 年，比贾宪迟 600 年，请仔细观察“杨辉三角”中每个数字与上一行的左右两个数字之和的关系：

第一行 1

第二行 1 1 $(a+b)^1 = a+b$ 各项系数和为 2

第三行 1 2 1 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 各项系数和为 4

第四行 1 3 3 1 $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ 各项系数和为 8

第五行 1 4 6 4 1 $(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$ 各项系数和为 16

根据上述规律，完成下列各题：

(1) 将 $(a+b)^5$ 展开后，各项的系数和为_____。

(2) 将 $(a+b)^n$ 展开后，各项的系数和为_____。

(3) $(a+b)^6 =$ _____。

下图是世界上著名的“莱布尼茨三角形”，类比“杨辉三角”，根据你发现的规律，回答下列问题：

第一行 $\frac{1}{1}$

第二行 $\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}$

第三行 $\frac{1}{3} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{3}$

第四行 $\frac{1}{4} \quad \frac{1}{12} \quad \frac{1}{12} \quad \frac{1}{4}$

第五行 $\frac{1}{5} \quad \frac{1}{20} \quad \frac{1}{30} \quad \frac{1}{20} \quad \frac{1}{5}$

.....

(4) 若 (m, n) 表示第 m 行，从左到右数第 n 个数，如 $(4, 2)$ 表示第四行第二个数是 $\frac{1}{12}$ ，则 $(6, 3)$ 表示的数是_____， $(8, 6)$ 表示的数是_____。

强化训练

一、单选题

1. 计算 $3a \cdot (-2a)$ 的结果是 ()

A. $5a^2$

B. $-5a^2$

C. $6a^2$

D. $-6a^2$

2. 下列运算正确的是 ()

A. $2a^2 \cdot 3ab = 6a^3b$

B. $(2a)^3 = 2a^3$

C. $ab(b-a) = ab^2 - ab$

D. $(2x-y)(x+y) = x^2 - y^2$

3. 计算 $(-2a^3 + 3a^2 - 4a)(-5a^5)$ 等于 ()

A. $10a^{15} - 15a^{10} + 20a^5$

B. $-7a^8 - 2a^7 - 9a^6$

C. $10a^8 + 15a^7 - 20a^6$

D. $10a^8 - 15a^7 + 20a^6$

4. 若 $(y+3)(y-2) = y^2 + y + n$ ，则 n 的值为 ()

A. -6

B. 1

C. 5

D. 6

5. 已知 $m+n=4$ ， $mn=-6$ ，则 $(2-m)(2-n)$ 的值为 ()

A. -10

B. -8

C. -2

D. 6

6. 小轩计算一道整式乘法的题： $(3x+2m)(5x-6)$ ，由于小轩将第一个整式中的“ $+2m$ ”抄成“ $-2m$ ”，得到的结果为 $15x^2 - 78x + 72$ ，则 m 的值为 ()

A. 4

B. 5

C. 6

D. 7

7. 若 $(x+2y)(2x-my-1)$ 的结果中不含 xy 项，则 m 的值为 ()

A. 4

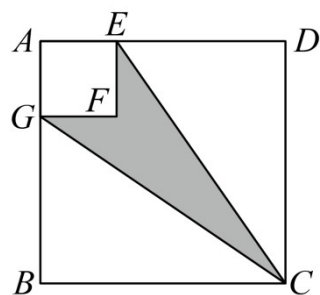
B. -4

C. 2

D. -2

8. 如图，正方形 $ABCD$ 与正方形 $AEFG$ 的边长分别为 a ， b ，连接 EC 、 GC ，若阴影部分 $CEFG$ 的面积为

10. 当 a ， b 的值发生变化时，下列代数式的值不变的是 ()



A. $a^2 + b^2$

B. ab

C. $b(a-b)$

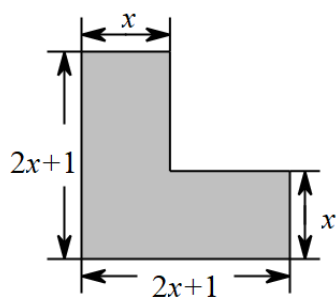
D. $a^2 - b^2$

二、填空题

9. 计算： $(3x-1)(x+2) =$ _____.

10. 计算 $3a \cdot (4a^2b-1)$ 的结果是_____.

11. 用含 x 的代数式表示图中阴影部分的面积为_____.



12. 若 $(mx^3) \cdot (2x^k) = -8x^{18}$, 则 $m+k =$ _____.

13. 若等式 $(x-s)(3x+t) = 3x^2 + mx - n$ 恒成立. 无论 t 为何值, $2m+3n$ 的值始终为一个定值, 则这个定值为_____.

三、解答题

14. (1) $5ab^3 \cdot \left(-\frac{3}{4}a^3b\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}ab^4c\right)$; (2) $[4(a-b)^{m-1}][-3(a-b)^{2m}]$.

15. 计算:

(1) $(4a-b^2)(-2b)$;

(2) $2x^2\left(x-\frac{1}{2}\right)$;

(3) $5ab(2a-b+0.2)$;

(4) $\left(2a^2-\frac{2}{3}a-\frac{4}{9}\right)(-9a)$.

16. 计算:

(1) $(x-6)(x-3)$;

(2) $\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)$;

(3) $(3x+2)(x+2)$;

(4) $(4y-1)(5-y)$;

$$(5) (x-2)(x^2+4);$$

$$(6) (x-y)(x^2+xy+y^2).$$

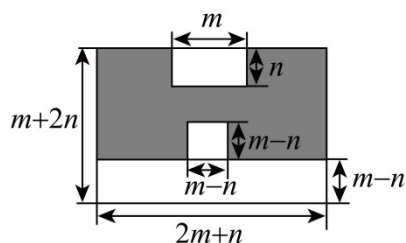
17. 先化简，再求值： $(x-1)(x-2)-3x(x+3)+2(x+2)(x-1)$ ，其中 $x=\frac{1}{3}$ 。

18. 已知 $(mx-3)(-x+n)$ 的展开式中不含 x 的一次项，且常数项是 -3 。

(1)求 m, n 的值；

(2)先化简 $(m+n)(m^2-mn+n^2)$ ，再根据(1)中的结果求值。

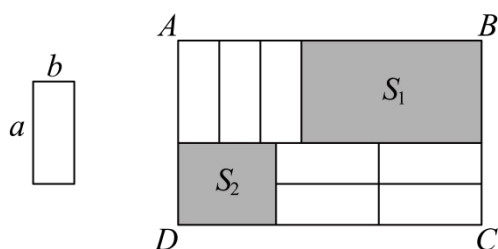
19. 如图，公园有一块长为 $(2m+n)$ 米，宽为 $(m+2n)$ 米的空地，图中空白处有一些樱花树，为了能使新栽中的花有充足的阳光，计划在阴影部分栽种牡丹。



(1)请用 m, n 表示牡丹栽种的面积，结果化为最简；

(2)若种植牡丹费用为60元/平方米，已知 $m=5$ 米， $n=4$ 米，那么栽种牡丹需要的费用为多少元？

20. 7个如图①的小长方形，长为 a ，宽为 b ，按照图②方式不重叠地放在大长方形 $ABCD$ 内，大长方形中未被覆盖的两个部分（图中阴影部分），设右上角的面积为 S_1 ，左下角的面积为 S_2 ， AB 的长度为 m 。



图①

图②

(1)填空： $S_1 =$ _____， $S_2 =$ _____（用含 a, b, m 的式子表示）；

(2)若 $S_1 - S_2$ 的值与 m 的取值无关，求 a 与 b 的数量关系；

(3)在(2)的条件下，直接写出 $S_1 - S_2$ 的值。

21. 定义：对于依次排列的整式 $x+a, x+b, x+c, x+d$ （ a, b, c, d 是常数），当它们满足

$(x+a)(x+d)-(x+b)(x+c)=M$ ，且 M 为常数时，则称 a, b, c, d 是一组平衡数， M 是该组平衡数的平衡因子。如对于整式 $x+2, x+1, x+6, x+5$ ，因为

$(x+2)(x+5)-(x+1)(x+6)=(x^2+7x+10)-(x^2+7x+6)=4$ ，所以 $2, 1, 6, 5$ 是一组平衡数， 4 是该组平衡数的平衡因子。

(1) 已知 $2, 4, 7, 9$ 是一组平衡数，求该组平衡数的平衡因子 M 。

(2) 若 a, b, c, d 是一组平衡数， $a=4, d=3$ ，请写出一组 b, c 的值，

(3) 当 a, b, c, d 之间满足什么数量关系时，它们是一组平衡数？请说明理由。