

专题 01 实数 (节选新教材特色 , 阶段复习)

考点归纳

考点 01 概念辨析I

考点 02 概念辨析II；数的开方

考点 03 实数与数轴

考点 04 实数的绝对值

考点 05 实数的大小比较

考点 06 循环小数化为分数

考点 07 实数的运算

考点 08 用计算器进行实数的运算 (按照精确度取近似值)

考点 09 算术平方根、立方根小数点移动规律题

考点 10 实数的其他应用

考点 11 折纸问题—表示无理数

考点 12 反证法证明无理数

考点专练

考点 01 概念辨析I

1. 下列说法正确的是 ()

A. 无理数都是无限小数

B. 有理数只是有限小数

C. 无限小数都是无理数

D. 实数可以分为正实数和负实数

2. 下列说法中, 错误的是 ()

A. 实数可分为有理数和无理数

B. 无理数可分为正无理数和负无理数 ;

C. 无理数都是无限小数

D. 无限小数都是无理数 .

3. 下列说法正确的是 ()

- A. 实数分为正实数和负实数 B. 实数分为整数和分数
C. 实数分为有理数和无理数 D. 带根号的数都是无理数

4. 下列说法中，正确的是 ()

- A. 一个数的立方根有两个，它们互为相反数
B. 立方根是负数的数一定是负数
C. 如果一个数有立方根，那么它一定有平方根
D. 一个数的立方根是非负数

考点 02 概念辨析II；数的开方

5. 下列说法中正确的是 ()

- A. 任何数都有平方根 B. -16 的平方根是 -4
C. 0 的平方根是 0 D. 4 的平方根是 2

6. 下列说法正确的是 ()

- A. $\sqrt{4}$ 的平方根是 ± 2
B. 无理数是无限小数
C. 数轴上的点与有理数一一对应
D. 一个数的算术平方根是它本身，这个数是 1

7. 下列语句中：(1) 16 的平方根是 4 ；(2) $\sqrt{16}$ 的平方根是 ± 4 ；(3) $\sqrt{16} = \pm 4$ ；(4) $\sqrt{(-7)^2} = -7$ ；

(5) 125 的立方根是 ± 5 ；(6) $\sqrt{2}$ 是 2 的平方根，正确的个数是 ()

- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

8. 下列计算正确的是 ()

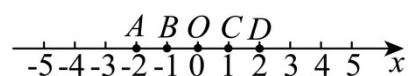
- A. $\sqrt{-9} = -3$ B. $\sqrt{9} = \pm 3$ C. $\sqrt[3]{-8} = -2$ D. $\sqrt[3]{-8} = 2$

9. 下列运算正确的是 ()

- A. $\sqrt{16} = \pm 4$ B. $\sqrt[3]{-27} = -3$ C. $\sqrt{-2^2} = -2$ D. $\sqrt{2^2 + 3^2} = 2 + 3$

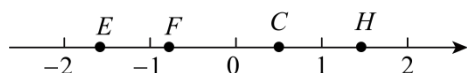
考点 03 实数与数轴

10. 如图，数轴上的点 A 、 B 、 O 、 C 、 D 分别表示数 -2 、 -1 、 0 、 1 、 2 ，那么表示数 $\sqrt{3}-2$ 的点应落在 ()



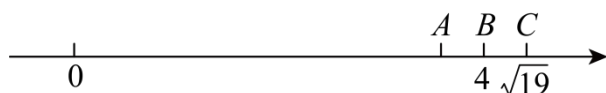
- A. 线段 AB 上 B. 线段 BO 上 C. 线段 OC 上 D. 线段 CD 上

11. 如图，数轴上表示 $1-\sqrt{3}$ 的点可能是 ()



- A. 点 E B. 点 F C. 点 G D. 点 H

12. 如图，点 B 、 C 在数轴上表示的数分别是 4 、 $\sqrt{19}$ ，若 $AB=BC$ ，则数轴上点 A 表示的数是_____.



考点 04 实数的绝对值

13. $|1-\sqrt{3}| = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. $|-\sqrt{3}| = \underline{\hspace{2cm}}$, $|\sqrt{3}-\sqrt{5}| = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. 实数 $\sqrt{2}-2$ 的绝对值为_____.

考点 05 实数的大小比较

16. 比较： $-\sqrt{5}$ _____ -2

17. 比较大小： $-3\sqrt{2}$ _____ $-2\sqrt{3}$.

18. $\sqrt{2}, \sqrt{3}, 1\frac{2}{5}$ 的大小关系是 ()

- A. $\sqrt{2} < \sqrt{3} < 1\frac{2}{5}$ B. $1\frac{2}{5} < \sqrt{2} < \sqrt{3}$ C. $\sqrt{2} < 1\frac{2}{5} < \sqrt{3}$ D. $\sqrt{3} < 1\frac{2}{5} < \sqrt{2}$

19. 若 m 为小于 1 的正数，则 m 与 $\sqrt{m}$ 的大小关系为 ()

- A. $m = \sqrt{m}$ B. $m > \sqrt{m}$ C. $m < \sqrt{m}$ D. 无法确定

考点 06 循环小数化为分数

20. 将下列循环小数化为分数.

(1) $0.\dot{3}$;

(2) $0.\ddot{2}1$;

(3) $0.3\dot{6}$;

(4) $0.3\ddot{2}1$.

21 . 将下列小数化为分数 .

(1) $0.\dot{6}$

(2) $0.\ddot{3}72$

(3) $0.1\dot{8}$

(4) $0.2\ddot{6}3$

22 . 利用方程可以将无限循环小数化成分数，例如：将 $0.\dot{7}$ 化成分数，可以先设 $0.\dot{7} = x$ ，由

$0.\dot{7} = 0.777\cdots$ 可知， $10x = 7.777\cdots$ ，所以 $10x - x = 7$ ，解方程得 $x = \frac{7}{9}$ ，于是得 $0.\dot{7} = \frac{7}{9}$. 仿此方法，

$0.\dot{7}\dot{3} = 0.7373\cdots$ 用分数表示为_____ .

考点 07 实数的运算

23 . 计算：

(1) $\frac{5}{2}\sqrt{3} + 4^{-1} \times (\sqrt{3})^3 - \frac{1}{2}\sqrt{3} + \frac{1}{4}\sqrt{3}$;

(2) $\sqrt[3]{27} - \sqrt{0.64} + \frac{3}{2} \times \sqrt[4]{16} - \sqrt[3]{\frac{64}{125}}$.

24 . 计算： $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 \times (5 + 2\sqrt{6}) + (5 - 2\sqrt{6})^0$.

25 . 计算： $(\sqrt{5}-1)^2 + (\sqrt{5}+1)^2$

26 . 计算： $\frac{1}{2}\sqrt{2} - \left(2\sqrt{2} - \frac{3}{2}\sqrt{2}\right)$.

27 . 计算： $6 \times \sqrt{\frac{1}{9}} - (\pi - 3)^0 + |\sqrt{4} - 1| + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}$.

考点 08 用计算器进行实数的运算（按照精确度取近似值）

28 . 用计算器计算（精确到 0.01）：

(1) $\sqrt[3]{23}$;

(2) $\sqrt[3]{-17.6}$.

29 . 计算 (结果保留小数点后两位) :

(1) $\sqrt{17} + \sqrt{22}$;

(2) $\sqrt[3]{6} - \sqrt{6}$.

30 . 计算 : $\sqrt[3]{6} - \pi - \sqrt{2}$ (结果精确到 0.01) .

考点 09 算术平方根、立方根小数点移动规律题

31 . 观察下表规律 .

a	0.008	8	800 0	8000000
$\sqrt[3]{a}$	0.2	2	20	200

利用规律解答 , 若 $\sqrt[3]{2.37} \approx 1.333$, $\sqrt[3]{23.7} \approx 2.872$, 则 $\sqrt[3]{0.0237} \approx$ _____ .

32 . 利用计算器计算出的下表中各数的算术平方根如下 :

...	$\sqrt{0.0625}$	$\sqrt{0.625}$	$\sqrt{6.25}$	$\sqrt{62.5}$	$\sqrt{625}$	$\sqrt{6250}$	$\sqrt{62500}$	...
...	0.25	0.7906	2.5	7.906	25	79.06	250	...

根据以上规律 , 若 $\sqrt{25.6} \approx 5.06$, $\sqrt{2.56} = 1.60$, 则 $\sqrt{0.256} =$ _____ .

33 . 求一个正数的算术平方根时 , 可以通过一组数的内在联系运用规律求得 . 请同学们观察下表 :

n	0.0016	0.16	16	1600	16000 0	...
$\sqrt{n}$	0.04	0.4	4	40	400	...

(1) 根据表中所给的信息 , 你能发现什么规律 ? 请将你发现的规律用文字表达出来 .

(2) 已知 $\sqrt{2.06} \approx 1.435$, 运用你发现的规律 , 求下列各式的值 :

① $\sqrt{0.0206} \approx$ _____ ;

② $\sqrt{2060000} \approx$ _____ .

34 . 观察下表 :

a	0.0001	0.01	1	100	10000
-----	--------	------	---	-----	-------

$\sqrt{a}$	0.01	0.1	1	10	100
------------	------	-----	---	----	-----

(1)由上表你发现了什么规律？请用语言叙述这个规律：_____；

(2)根据你发现的规律填空：已知 $\sqrt{5.217} \approx 2.284$ ， $\sqrt{521.7} \approx 22.84$ ；

则 $\sqrt{0.05217} \approx$ _____， $-\sqrt{52170} \approx$ _____；

若 $\sqrt{x} \approx 0.02284$ ，则 $x \approx$ _____；

(3)拓展提升：

①已知 $\sqrt[3]{0.000456} \approx 0.07697$ ，则 $-\sqrt[3]{456} \approx$ _____；

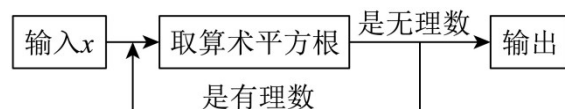
②已知 $\sqrt[3]{3} \approx 1.442$ ， $\sqrt[3]{30} \approx 3.107$ ，则 $\sqrt[3]{3000} \approx$ _____。

考点 10 实数的其他应用

35. 师傅打算把一个长、宽、高分别为16cm，4cm，8cm的长方体铁块锻造成一个立方体铁块，则锻造成的立方体铁块的棱长是_____cm。

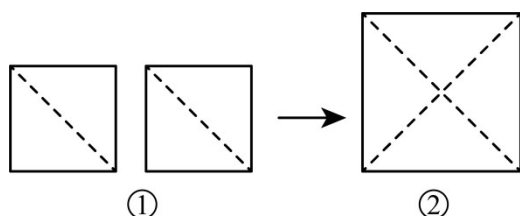
36. 若 $|a-b+1|$ 与 $\sqrt{a+2b+4}$ 互为相反数，则 $a+b=$ _____。

37. 有一个数值转换器原理如下：当输入 $x=16$ 时，输出的数是_____。



考点 11 折纸问题—表示无理数

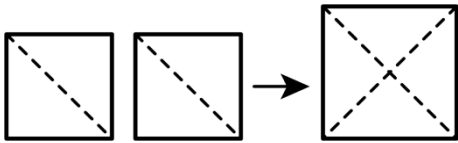
38. 如图，把两个面积均为 50cm^2 的小正方形纸片分别沿图①中的虚线裁剪后拼成一个大正方形纸片，如图②。



(1)大正方形纸片的边长为_____cm；

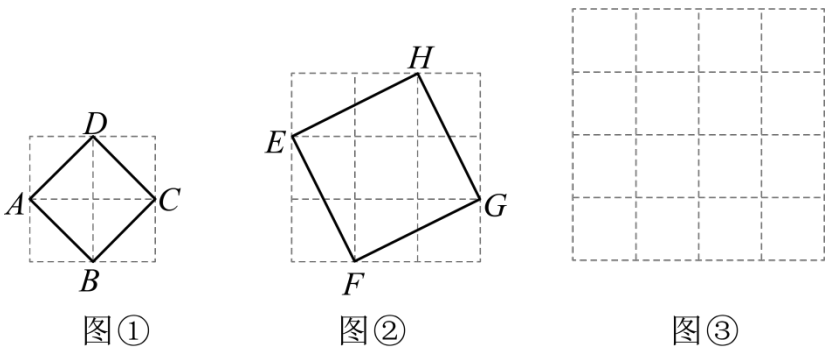
(2)若沿此大正方形纸片边的方向裁剪出一个长方形纸片，能否使裁剪出的长方形纸片的长是宽的2倍，且面积为 72cm^2 ？若能，求剪出的长方形纸片的长和宽；若不能，请说明理由。

39. 如图，用两个边长为5cm的小正方形拼成一个大正方形。



- (1)大正方形的边长为_ cm ；
- (2)若沿此大正方形边长的方向剪出一个长方形，能否使剪出的长方形纸片的长宽之比为4:3且面积为 48cm^2 ？

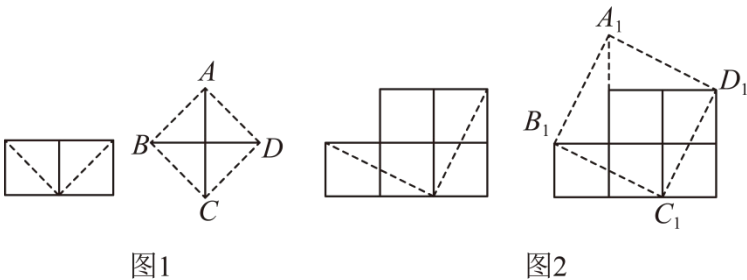
40 . 【阅读理解】在数学学习中，我们常常借助由边长为1的小正方形组成的网格来解决问题，并把由格点（小正方形的顶点）组成的正方形成为格点正方形．图①是由四个边长为1的小正方形组成的网格，容
易发现格点正方形 $ABCD$ 的面积为2，则这个格点正方形的边长为 $\sqrt{2}$ ．



【问题解决】

- (1)图②是由9个小正方形网格组成的图形，那么格点正方形 $EFGH$ 的面积为_____，边 EH = _____；
- (2)在由16个小正方形网格组成的图③中，画出边长为 $\sqrt{8}$ 的格点正方形 ．

41 . 数学活动课上，数学兴趣小组的几名同学探究用 n 个面积为 1cm^2 的小正方形纸片剪拼成一个面积为 $n\text{cm}^2$ 的大正方形 ．下面是他们探究的部分结果：



- (1)如图 1，当 $n=2$ 时，拼成的大正方形 $ABCD$ 的边长为_____ cm ；
- (2)如图 2，当 $n=5$ 时，拼成的大正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 的边长为_____ cm ；
- (3)小李想沿着正方形纸片 $A_1B_1C_1D_1$ 边的方向能否裁出一块面积为 $2.42(\text{cm}^2)$ 的长方形纸片，使它的长宽之

比为 2:1？他能裁出吗？请说明理由．

考点 12 反证法证明无理数

42．【阅读理解】

定义：可以表示为两个互素整数的商的形式的数称为有理数，整数可以看作分母为 1 的有理数；反之为无理数．如 $\sqrt{2}$ 不能表示为两个互素（没有相同的因数）的整数的商，所以 $\sqrt{2}$ 是无理数．可以这样证明：

解：设 $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$ ， a 与 b 是互素的两个整数，且 $b \neq 0$ ，

则 $2 = \frac{a^2}{b^2}$ ，即 $a^2 = \underline{\hspace{2cm}} \textcircled{1}$ ．

$\therefore b$ 是整数且不为 0，

$\therefore a$ 是 2 的倍数．

设 $a = 2n$ （ n 是整数，且 $n \neq 0$ ），

则 $a^2 = 4n^2$ ．

$\therefore b^2 = \underline{\hspace{2cm}} \textcircled{2}$ ．

$\therefore b$ 也是 2 的倍数，与 a ， b 是互素的整数矛盾．

$\therefore \sqrt{2}$ 是无理数．

【解决问题】

(1) 写出 $\textcircled{1}$ ， $\textcircled{2}$ 表示的代数式，使证明过程完整；

$\textcircled{1} \underline{\hspace{2cm}}$ ； $\textcircled{2} \underline{\hspace{2cm}}$

(2) 证明： $\sqrt{3}$ 是无理数．

43．【阅读理解】公元前 5 世纪，毕达哥拉斯学派中的一名成员希伯索斯发现了无理数 $\sqrt{2}$ ，导致了第一次数学危机．

定义：可以表示为两个互素整数的商的形式的数称为有理数，整数可以看做分母为 1 的有理数；反之为无理数．如 $\sqrt{2}$ 不能表示为两个互素的整数的商，所以 $\sqrt{2}$ 是无理数．可以这样证明：

设 $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$ ， a 与 b 是互素的两个整数，且 $b \neq 0$ ，

则 $2 = \frac{a^2}{b^2}$ ，即 $a^2 = \underline{\hspace{2cm}} \textcircled{1}$ ．

因为 b 是整数且不为 0，

所以 a 是不为 0 的偶数．

设 $a = 2n$ (n 是整数，且 $n \neq 0$)，则 $a^2 = 4n^2$ ．

所以 $b^2 = \underline{\textcircled{2}}$ ．

所以 b 也是偶数，与 a, b 是互素的整数矛盾．

所以 $\sqrt{2}$ 是无理数．

【解决问题】

(1) 写出①，②表示的代数式，使证明过程完整；

(2) 证明： $\sqrt[3]{6}$ 是无理数．