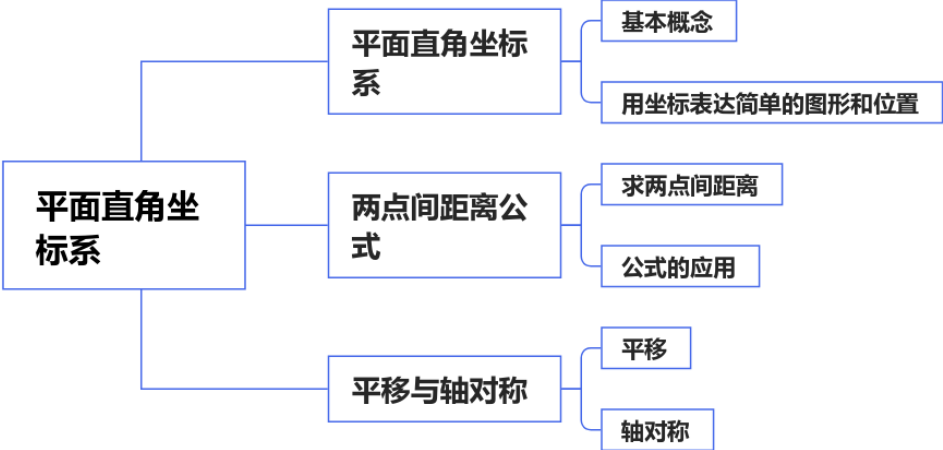


第二十四章 平面直角坐标系单元复习

内容概览



知识清单

知识点 1 平面直角坐标系基本概念

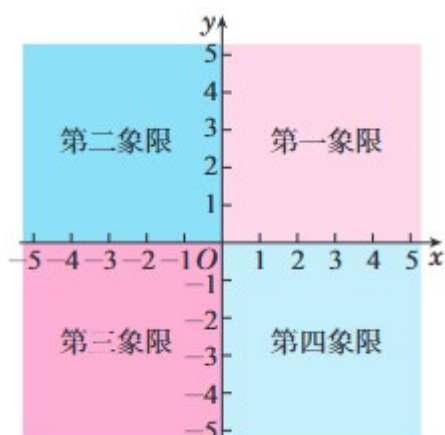
1. 我们在平面上画两条互相垂直且有公共原点的数轴，建立一个直角坐标系。x 轴又叫作横轴，y 轴叫作纵轴。

2. 点的坐标：坐标平面内的点与有序实数对一一对应。

易错点：有序数对 (a,b) 与 (b,a) 表示两个不同的点。

3. 象限

坐标平面内的点不属于任一象限。

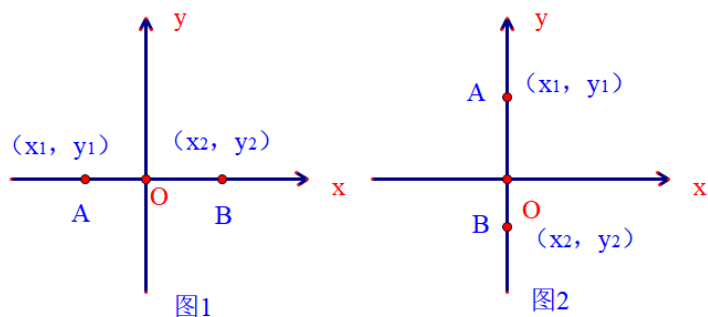


知识点 2 用坐标表达简单的图形

用坐标表示象限内的点		用坐标表示坐标轴	
	点 P 到 x 轴的距离： $PE= y $ ；点 P 到 y 轴 的距离： $PF= x $ ； 轴上点不属于任何象 限；		x 轴： $(y=0)$ y 轴： $(x=0)$
用坐标表示横平线		用坐标表示竖直线	
	横平线上的点纵坐标 相等； 如图所示，该直线记 作 $y=b$ ；		竖直线上的点横坐 标相等； 如图所示，该直线 记作 $x=a$ ；
用坐标表示一三象限角平分线		用坐标表示二四象限角平分线	
	横坐标、纵坐标相等 如图所示，该直线记 作 $y=x$ ；		横坐标、纵坐标相 反 如图所示，该直线 记作 $y=-x$ ；

知识点 3 两点间距离公式

1. 坐标轴上两点间的距离

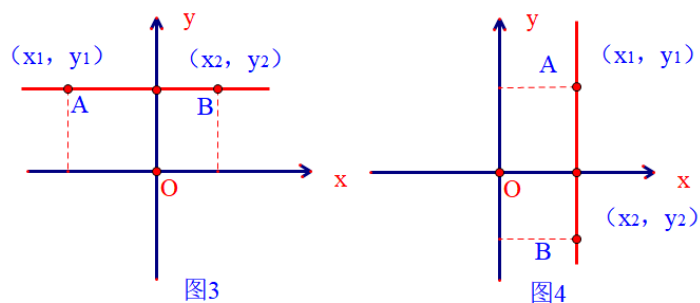


如图 1，图 2 所示

①点 A、B 在 x 轴上， $AB=|x_1-x_2|$

②点 A、B 在 y 轴上， $AB=|y_1-y_2|$

2. 当 AB 平行于 x 轴或 y 轴时

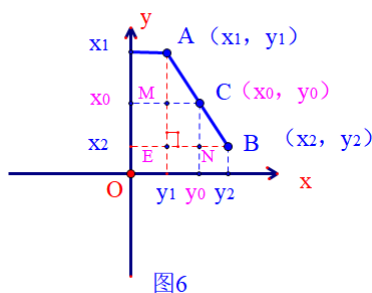
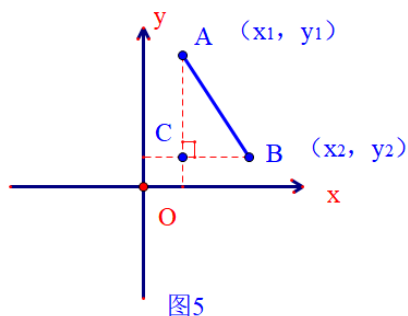


如图 3，图 4 所示

①当 AB 平行于 x 轴时， $AB=|x_1-x_2|$

②当 AB 平行于 y 轴时， $AB=|y_1-y_2|$

3. 两点间距离公式



如图 5，利用勾股定理可求得两点的距离公式：

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{(y_1 - y_2)^2 + (x_1 - x_2)^2}$$

4. 线段中点坐标公式

如图 6，C 为线段 AB 的中点，则 C 点坐标为 $(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2})$

知识点 4 平移与轴对称

1. 点的平移与坐标变化规律

一般地，如果点 $M(x, y)$ 沿着与 x 轴或 y 轴平行的方向平移 $m(m > 0)$ 个单位长度，那么

向右平移所对应的点的坐标为 $(x + m, y)$;

向左平移所对应的点的坐标为 $(x - m, y)$;

向上平移所对应的点的坐标为 $(x, y + m)$;

向下平移所对应的点的坐标为 $(x, y - m)$.

归纳：**右加左减、上加下减**

2. 点的对称

①一般地，在平面直角坐标系中，

点 $M(x, y)$ 关于 **x 轴对称** 的点的坐标为 $(x, -y)$;

点 $M(x, y)$ 关于 **y 轴对称** 的点的坐标为 $(-x, y)$;

点 $M(x, y)$ 关于 **原点对称** 的点的坐标为 $(-x, -y)$.

②反过来，已知点 $M(x, y)$,

若点 N 的坐标为 $(x, -y)$ ，则点 M 、 N 关于 x 轴对称；

若点 N 的坐标为 $(-x, y)$ ，则点 M 、 N 关于 y 轴对称；

若点 N 的坐标为 $(-x, -y)$ ，则点 M 、 N 关于原点对称。

题型精讲

题型 01 平面直角坐标系基本概念

【典例 1】 (25-26 八年级下·上海·月考) 已知点 $A(m, n)$ 在第二象限，则点 $B(-n, m-3)$ 在 ()

- A . 第一象限 B . 第二象限 C . 第三象限 D . 第四象限

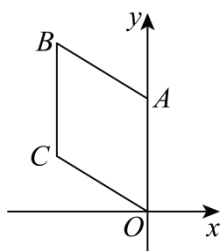
【变式 1】 (25-26 八年级下·上海·月考) 点 P 的坐标为 (a, b) ，若 $a > 0$ ， $b < 0$ ，则点 P 在 ()

- A . 第一象限 B . 第二象限 C . 第三象限 D . 第四象限

【变式 2】 (2025 八年级上·上海·专题练习) 已知点 $Q(5, 7)$ ，则点 Q 到 x 轴的距离为_____。

【变式 3】 (25-26 八年级下·上海·月考) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，菱形 $OABC$ 的边 OA 在 y 轴上。

若点 C 的坐标为 $(-3, 4)$ ，则点 B 的坐标为_____



【变式 4】 (25-26 八年级下·上海浦东新·月考) 如图 1，点 A ， B ， C 的坐标分别是 $A(0,3)$ ， $B(0,-3)$ ， $C(4,0)$

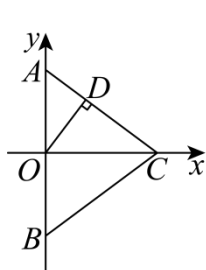


图1

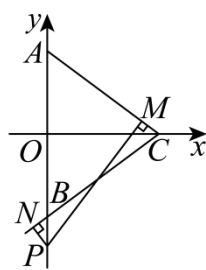


图2

(1) 如图 1，过点 O 作 $OD \perp AC$ 于点 D ， $OD \cdot AC$ 的值为_____；

(2) 如图 2，点 P 为线段 OB 的延长线上的一动点，当点 P 在 OB 的延长线上向下运动时，作 $PM \perp AC$ 于点

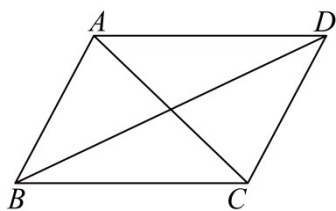
M ， $PN \perp BC$ 于点 N ，式子 $AC \cdot (PM - PN)$ 的值是否发生变化，若不变，求出其值；若变化，写出其值

的取值范围。

题型 02 用坐标表示图形和图形的位置

【典例 1】 (24-25 八年级下·上海宝山·期中) 如图在四边形 $ABCD$ 中，若已知 $AB \parallel CD$ ，再添加下列条件

之一，能使四边形 $ABCD$ 成为平行四边形的条件是 ()



A. $\angle DAB = \angle ADC$

B. $AD = BC$

C. $\angle ABD = \angle BDC$

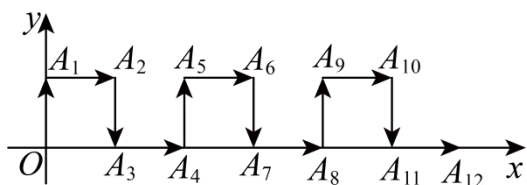
D. $\angle BAD = \angle BCD$

【变式1】 (25-26 八年级下·上海·月考) 若点 $A(a, 3)$ 在 y 轴上, 则点 $B(a-1, a+2)$ 在第_____象限 .

【变式2】 (25-26 八年级下·安徽安庆·开学考试) 点 $P(m+1, 3-3m)$ 到 x 轴和 y 轴的距离相等, 则点 P 的坐标是_____ .

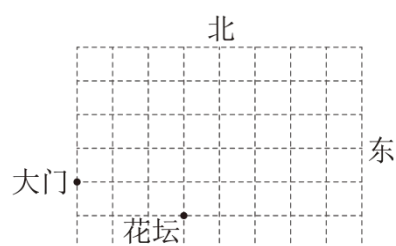
【变式3】 (25-26 八年级上·上海·期末) 若点 $A(m+1, 8)$ 在 y 轴上, 则点 $B(3-m, m-2)$ 在第_____象限 .

【变式4】 (25-26 八年级下·四川达州·开学考试) 在平面直角坐标系中, 一只青蛙从原点 O 出发, 按向上、向右、向下、向右的方向依次跳动, 每次跳动 2 个单位长度, 其行走路线如图所示, 则点 A_{2025} 的坐标为_____ .



【变式5】 (25-26 八年级下·上海·期中) 如图是学校的平面示意图, 已知大门的坐标为 $(-3, 0)$, 花坛的坐

标为 $(0, -1)$.



(1) 根据上述条件建立平面直角坐标系；

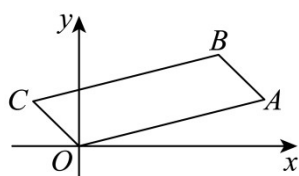
(2) 建筑物 A 的坐标为 $(3, 1)$ ，请在图中标出点 A 的位置；

(3) 建筑物 B 在大门北偏东 45° 的方向，并且 B 在花坛的正北方向，请在图中标出点 B 的位置并写出点 B 的坐标；

(4) 求 AB 的距离 .

题型 03 两点距离公式

【典例 1】（²⁵⁻²⁶ 九年级上·全国·期末）如图，四边形 $OABC$ 是平行四边形，点 A, B 的坐标分别为 $(4, 1)$, $(3, 2)$ ，则点 C 的坐标为 ()



A. $(-1, 1)$

B. $(1, 1)$

C. $(-1, \sqrt{2})$

D. $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$

【变式 1】（²⁴⁻²⁵ 八年级上·上海静安·期末）如果点 P 在 y 轴上，点 A 坐标是 $(2, -1)$ ，且 $PA = 2\sqrt{2}$ ，那么

点 P 的坐标是_____。

【变式2】 (25-26 八年级·上海·寒假作业) 如果点 $P(a,3)$ 与点 $Q(2,-2a)$ 的距离等于 $\sqrt{13}$, 那么 a 的值等于_____。

【变式3】 (25-26 八年级下·上海·月考) 按要求解答题目：

(1) 已知点 $A(8,2), B(2,-1)$, 求 A, B 两点间的距离；

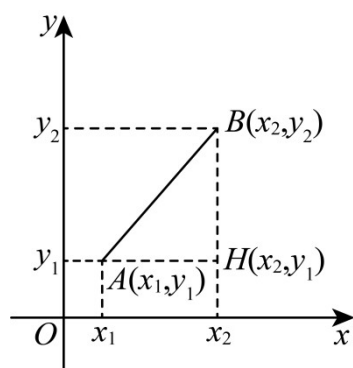
(2) 已知点 $A(-1,3)$ 、 $B(0,1)$ 、 $C(2,2)$, 判断 $\triangle ABC$ 的形状。

【变式4】 (25-26 八年级下·上海·月考) 已知 $\triangle ABC$ 三个顶点的坐标为 $A(1,2)$, $B(4,3)$, $C(3,-4)$, 则三角形的形状为_____。

【变式5】 (25-26 八年级下·全国·课后作业) 利用勾股定理可以得出两点间的距离公式，如下图，平面直

角坐标系内有两点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, 那么两点间的距离 $AB = \sqrt{AH^2 + BH^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$,

例如：若点 $A(2,1)$, $B(3,4)$, 则 $AB = \sqrt{(3-2)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{10}$ 。



(1) 若点 $C(-2,3)$, $D(-1,1)$, 则 $CD =$ _____。

(2)在 (1) 的条件下，已知点 $E(3,3)$ ，判断 $\triangle CDE$ 的形状，并说明理由。

题型 04 用坐标表示平移

【典例 1】 (25-26 八年级上·上海·期末) 在平面直角坐标系中，关于点 $A(4,-3)$ 和点 $B(-4,3)$ 的说法错误的是 ()。

- A . 点 A 在第四象限，点 B 在第二象限
- B . 点 A 和点 B 关于原点对称
- C . 点 A 先向下移动 6 个单位长度，再向右移动 8 个单位长度到达点 B
- D . 两点间的距离是 10

【变式 1】 (25-26 八年级上·山东威海·期末) 在平面直角坐标系中，点 $A(2,1)$ ，点 $B(3,-1)$ ，平移线段 AB ，使点 A 落在点 $A_1(-2,2)$ 处，则点 B 的对应点 B_1 的坐标为_____。

【变式 2】 (25-26 八年级上·浙江台州·期末) 已知点 A 的坐标是 $(1,0)$ ，则点 A 向右平移 2 个单位长度后的坐标是_____。

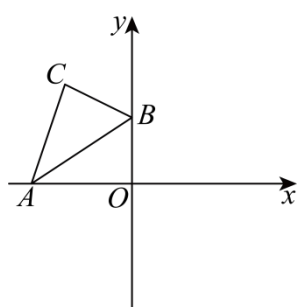
【变式 3】 (25-26 八年级上·天津·期末) 在平面直角坐标系中，将点 $A(-1,2)$ 向右平移 5 个单位长度得到点 B ，则点 B 关于 x 轴的对称点 B' 的坐标是_____。

【变式 4】 (25-26 八年级上·安徽池州·期末) 点 $A(1,-2)$ 向上平移 3 个单位，再向左平移 2 个单位得到点 B

的坐标为 ()

- A. $(-1,1)$ B. $(1,-1)$ C. $(2,0)$ D. $(2,-6)$

【变式 5】 (²⁵⁻²⁶ 八年级上·山东青岛·期末) 如图，在平面直角坐标系中，已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别为 $A(-3,0)$ ， $B(0,2)$ ， $C(-2,3)$ 。

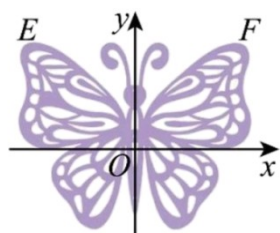


(1) 将 $\triangle ABC$ 先向右平移 4 个单位，再向下平移 2 个单位后得到 $\triangle A_1B_1C_1$ ，请写出点 C_1 的坐标；(不必画图)

(2) 将 $\triangle ABC$ 绕坐标原点 O 旋转 180° 得到 $\triangle A_2B_2C_2$ ，请用没有刻度的直尺和圆规画出 $\triangle A_2B_2C_2$ ，并写出点 C_2 的坐标。(不写画法，保留作图痕迹)

题型 05 对称点

【典例 1】 (²⁵⁻²⁶ 八年级上·福建漳州·期中) 如图，剪纸艺术是中国民间艺术之一，很多剪纸作品体现了数学中的对称美。如图，蝴蝶剪纸是一幅轴对称图形，将其放在平面直角坐标系中，若图中点 F 的坐标为 $(n, 2)$ ，其关于 y 轴的对称点 E 坐标为 $(n-4, 2)$ ，则 $\sqrt[3]{1-n}$ 值为 ()



- A . -1 B . $\sqrt[3]{2}$ C . $\sqrt[3]{3}$ D . 1

【典例 2】（²⁵⁻²⁶ 八年级上·福建漳州·期中）在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$ 的位置如图所示．

(1) 将 A 、 B 、 C 三点的横坐标分别乘以 -1 ，纵坐标保持不变，得到 $\triangle A_1B_1C_1$ ，请在图中画出 $\triangle A_1B_1C_1$ ，并

直接写出 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 的位置关系；

(2) 若 x 轴上存在一点 P ，使得 $PA + PB$ 的值最小，请标出点 P 的位置．

【变式 1】（²⁵⁻²⁶ 八年级下·上海·期中）已知点 $A(3, a)$ 与 $B(b, 4)$ 关于 x 轴成轴对称，则 $a + b$ 的值为

()

- A . -1 B . 1 C . -7 D . 7

【变式 2】（²⁴⁻²⁵ 八年级上·河南平顶山·期中）点 $A(2a-4, b+2)$ 与点 $B(4, 2b+1)$ 关于 x 轴对称，则 $a - b$

的值为 ()

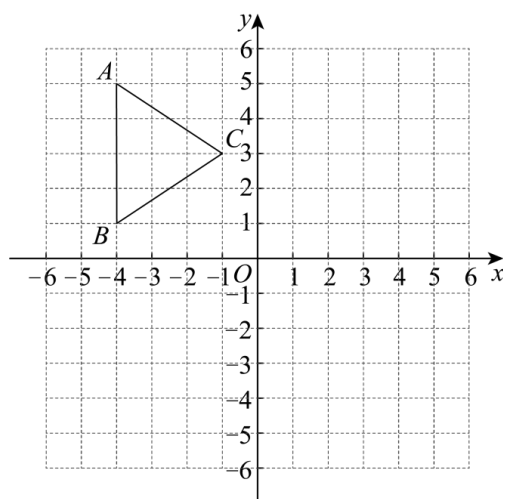
- A . 3 B . 5 C . $\frac{3}{2}$ D . 1

【变式 3】（²⁵⁻²⁶ 八年级下·北京海淀·期中）已知点 A 的坐标为 $(-2, 3)$ ，设点 A 关于 x 轴对称的点为点 B ，

点 A 关于 y 轴的对称点为点 C ，则点 B 的坐标是_____，点 C 的坐标是_____．

【变式4】（²⁵⁻²⁶ 八年级上·四川泸州·期末）如图， $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别为 $A(-4,5)$ ， $B(-4,1)$ ，

$C(-1,3)$



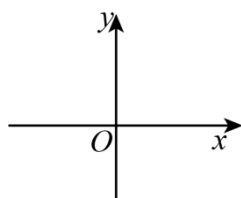
(1) 画出 $\triangle ABC$ 关于 y 轴对称的图形 $\triangle A_1B_1C_1$ ，其中点 A ， B ， C 的

对称点分别为点 A_1 ， B_1 ， C_1 ，直接写出点 A_1 ， B_1 ， C_1 的坐标；

(2) 在 x 轴上找一点 D ，使 $\triangle BDC$ 的周长最小，在图中画出点 D （保留必要的画图痕迹）

【变式5】（²⁵⁻²⁶ 八年级下·上海·月考）在平面直角坐标系中，点 A 、 B 的坐标分别为 $A(a,0)$ ， $B(b,0)$ ，

且 $|a+3| + \sqrt{b-5} = 0$ ，点 C 的坐标为 $(0,4)$ 。



(1) 求 a ， b 的值及点 C 关于 x 轴对称的点的坐标；

(2) 若 x 轴上的点 M 坐标为 $(1,0)$ ，求 $\triangle ACM$ 的面积；

(3) 若以点 A 、 B 、 C 、 D 为顶点的四边形为平行四边形，求点 D 的坐标．（直接写出坐标）