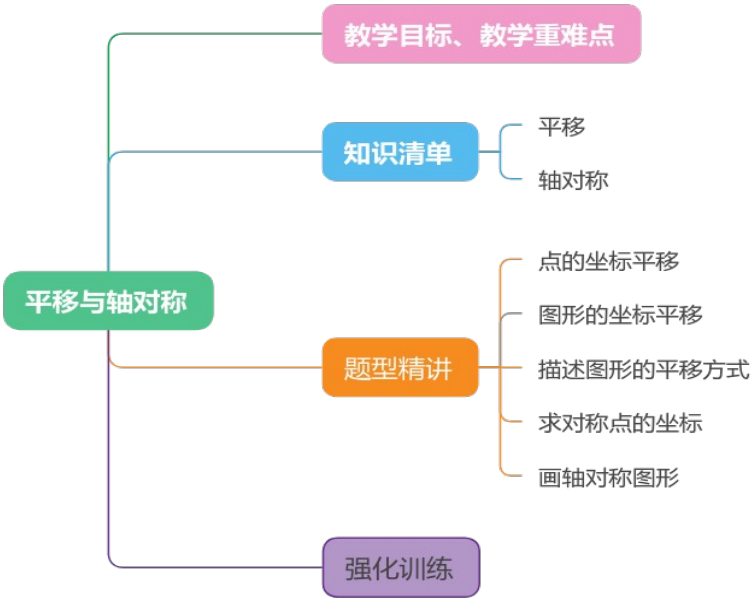


专题 24.3 平移与轴对称

内容概览



教学目标、教学重难点

教学目标	1. 理解坐标平面内点的平移与坐标变化的对应规律，会用点的坐标的变化来描述图形的平移变换； 2.理解坐标平面内点的对称的规律，会用点的坐标的变化来描述图形的轴对称变换； 3.能按要求画出简单的图形的平移图和轴对称变换图，并能解决简单的计算与推理。
教学重难点	1.重点 理解平移与轴对称的性质，能用坐标描述变换规律； 2.难点 理解平移与轴对称的性质，并能利用性质解决问题。

知识清单

知识点 01 平移

1. 点的平移与坐标变化规律

一般地，如果点 $M(x,y)$ 沿着与 x 轴或 y 轴平行的方向平移 $m(m>0)$ 个单位长度，那么

向右平移所对应的点的坐标为_____；

向左平移所对应的点的坐标为_____；

向上平移所对应的点的坐标为_____；

向下平移所对应的点的坐标为_____；

【即学即练】

根据要求填空：

原点坐标	向右平移 2 个单位	向左平移 3 个单位	向上平移 1 个单位	向下平移 4 个单位
(3,2)				
(-1,-3)				

2. 图形的平移

(1) 图形平移的性质

如果把一个图形向右（或向左）平移 $m (m>0)$ 个单位长度，那么这个图形各个点的横坐标都_____；

如果把一个图形向上（或向下）平移 $m (m>0)$ 个单位长度，那么这个图形各个点的纵坐标都_____；一般地，将一个图形依次沿两个坐标轴方向平移后所得到的图形和原来的图形形状、大小_____；且

可以通过将原来的图形作一次平移得到.

(2) 图形平移的步骤

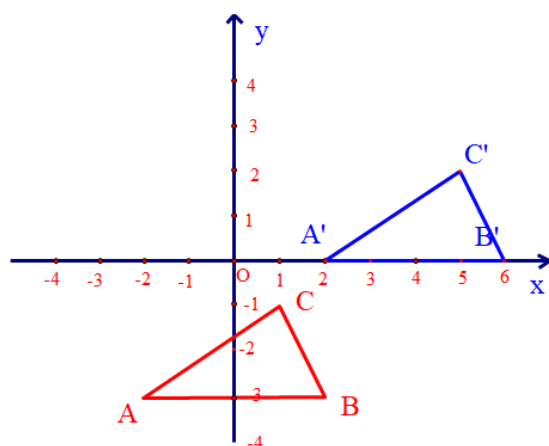
①算平移后点的坐标

②描点

③连线画图

【即学即练】

如图，已知 $\triangle ABC$ 三个顶点分别为 $A(-2,-3)$ 、 $B(1,-1)$ 、 $C(2,-3)$ ，将 $\triangle ABC$ 向右平移 4 个单位、再向上平移 3 个单位，得到 $\triangle A'B'C'$ ，画出平移后的图形并写出平移后各顶点的坐标；



知识点 02 轴对称

1. 点的对称

①一般地，在平面直角坐标系中，

点 $M(x, y)$ 关于 x 轴对称的点的坐标为_____；

点 $M(x, y)$ 关于 y 轴对称的点的坐标为_____；

点 $M(x, y)$ 关于原点对称的点的坐标为_____；

②反过来，已知点 $M(x, y)$,

若点 N 的坐标为 $(x, -y)$ ，则点 M 、 N 关于_____轴对称；

若点 N 的坐标为 $(-x, y)$ ，则点 M 、 N 关于_____轴对称；

若点 N 的坐标为 $(-x, -y)$ ，则点 M 、 N 关于_____对称。

2. 图形的轴对称

在给定的平面直角坐标系中，

①如果两个图形关于 x 轴对称，那么这两个图形上各组对应点的横坐标_____，纵坐标_____；

反之，如果点 (x, y) 在一个关于 x 轴对称的图形上，那么以 $(x, -y)$ 为坐标的点也在这个图形上；

②如果两个图形关于 y 轴对称，那么这两个图形上各组对应点的纵坐标_____，横坐标_____；

反之，如果点 (x, y) 在一个关于 y 轴对称的图形上，那么以 $(-x, y)$ 为坐标的点也在这个图形上

③如果两个图形关于原点对称，那么这两个图形上各组对应点的横坐标、纵坐标都_____；

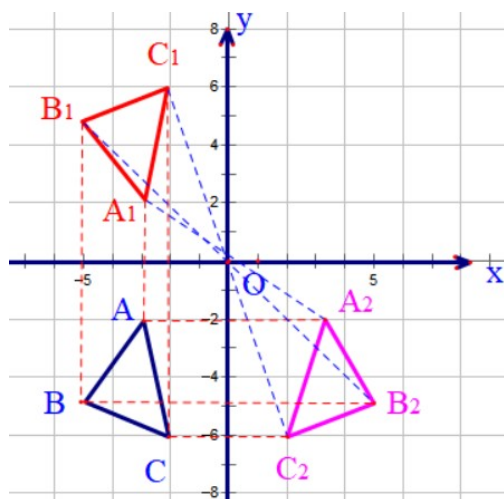
反之，如果点 (x, y) 在一个关于原点中心对称的图形上，那么以 $(-x, -y)$ 为坐标的点也在这个图形上。

【即学即练】

如图，已知 $\triangle ABC$ 三个顶点的坐标分别是 $A(-3, -2)$ 、 $B(-5, -5)$ 、 $C(-2, -6)$ ，

画出 $\triangle ABC$ 关于 x 轴对称的 $\triangle A_1B_1C_1$ ，关于 y 轴对称的 $\triangle A_2B_2C_2$ ；

观察图形，思考 $\triangle A_1B_1C_1$ 和 $\triangle A_2B_2C_2$ 各个对应顶点的坐标有何规律？



题型精讲

题型 01 点的平移的坐标规律

【典例 1】将点 $P(m+2, 2m+1)$ 向左平移 1 个单位长度得到点 P' ，且点 P' 在 y 轴上，那么点 P' 的坐标是

()

A. $(0, -1)$

B. $(0, -2)$

C. $(0, -3)$

D. $(1, 1)$

【变式1】点 $(-1,3)$ 向右平移2个单位得到的点的坐标为_____.

【变式2】将 $\triangle ABC$ 向右平移2个单位后得到 $\triangle A'B'C'$ ，若 $A(-2,3)$ ，则点 A' 的坐标是()

- A. $(0,3)$ B. $(-2,5)$ C. $(-4,3)$ D. $(-2,1)$

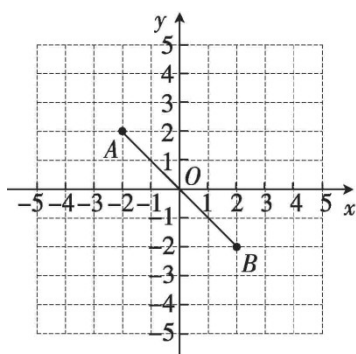
【变式3】在平面直角坐标系中，把点 $P(3,-2)$ 先向左移动3个单位，再向上移动3个单位后得到的点的坐标是_____.

【变式4】点 $Q(-3,5)$ 先向右平移5个单位长度，再向下平移3个单位长度后的坐标是()

- A. $(-2,2)$ B. $(2,2)$ C. $(-2,8)$ D. $(-6,10)$

题型02 将图形按要求平移

【典例1】如下图，线段 AB 的两个端点坐标分别为 $A(-2,2)$ ， $B(2,-2)$ 。线段 AB 向下平移3个单位长度得到线段 $A'B'$ 。



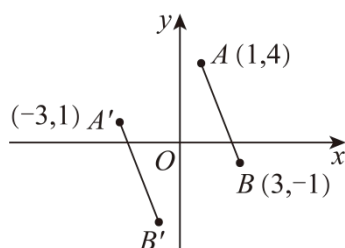
(1)试写出点 A' ， B' 的坐标。

(2)若点 $C(x,y)$ 是线段 AB 上的任一点，在上述平移下它的对应点 $C'(x',y')$ 与点 $C(x,y)$ 的坐标之间有什么关系？

【变式1】已知点 $A(-1,0)$ 和点 $B(1,2)$ ，将线段 AB 先向右平移2个单位，再向下平移3个单位，得到线段 $A'B'$ ，则点 B' 的坐标为()

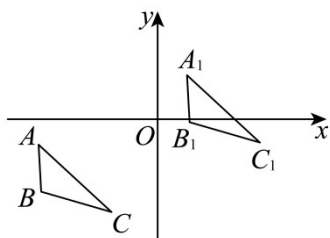
- A. $(-3,-3)$ B. $(-1,5)$ C. $(-1,-1)$ D. $(3,-1)$

【变式2】如图，点 A ， B 的坐标分别为 $(1,4)$ ， $(3,-1)$ ，若将线段 AB 平移至 $A'B'$ 的位置，点 A' 的坐标为 $(-3,1)$ ，则 B' 的坐标为（ ）



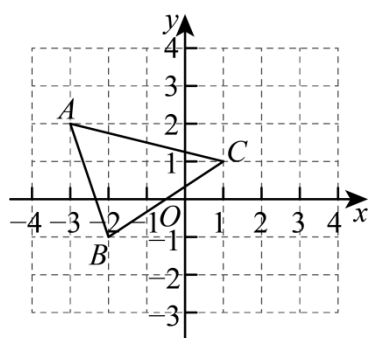
- A. $(-1, -3)$ B. $(-3, -1)$ C. $(-4, -1)$ D. $(-1, -4)$

【变式3】如图，在平面直角坐标系中，平移 $\triangle ABC$ 至 $\triangle A_1B_1C_1$ 的位置．若点 A ， C 的坐标分别为 $(-5, -1)$ ， $(-2, -4)$ ，平移后点 A_1 的坐标为 $(1, 2)$ ，则点 C_1 的坐标为（ ）



- A. $(4, -1)$ B. $(4, -2)$ C. $(3, -1)$ D. $(3, -2)$

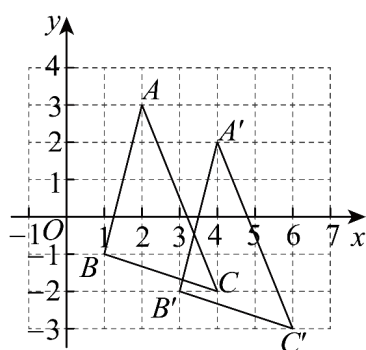
【变式4】如图，在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$ 内部有一点 $M(m, n)$ ，若将 $\triangle ABC$ 先向右平移，再向下平移，平移后点 M 对应点 M' 的坐标是 $(m+2, n-4)$ ．若点 A 的坐标是 $(-3, 2)$ ，则平移后点 A 对应的点 A' 的坐标是（ ）



- A. $(-3, 2)$ B. $(-3, -3)$ C. $(-1, -2)$ D. $(-4, -2)$

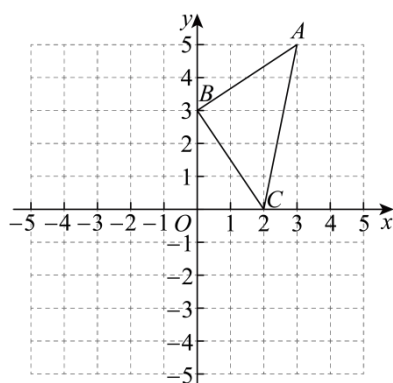
题型 03 平移方式的描述

【典例 1】 在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$ 经过平移得到 $\triangle A'B'C'$ ， $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的位置如图所示。



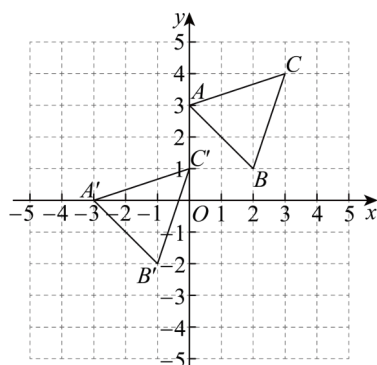
- (1) 分别写出点 A ， A' 的坐标。
- (2) 请结合平移的相关知识说明 $\triangle A'B'C'$ 可由 $\triangle ABC$ 经过怎样的平移得到。

【变式 1】 已知 $\triangle ABC$ 在平面直角坐标系中的位置如图所示。



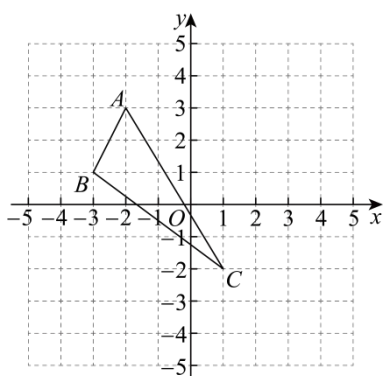
- (1) 请写出 A, B, C 三个点的坐标；
- (2) 将 $\triangle ABC$ 进行左右平移，使点 A 落在 y 轴上。请画出平移后的 $\triangle A'B'C'$ ，并写出平移的过程。

【变式 2】 如图， $\triangle A'B'C'$ 是由 $\triangle ABC$ 经过平移得到的，点 A, B, C 的对应点分别为 A', B', C' ，且这六个点都在格点上，解答下列问题：

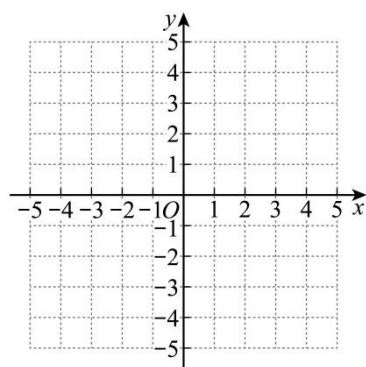


- (1) 分别写出点 B 和点 B' 的坐标，并说明 $\triangle A'B'C'$ 是由 $\triangle ABC$ 经过怎样的平移得到的；
- (2) 若点 $M(a+1, 2b-5)$ 是 $\triangle ABC$ 内一点，它随 $\triangle ABC$ 按 (1) 中方式平移后得到的对应点为 $N(2a-7, 4+b)$ ，求 a 和 b 的值；
- (3) 连接 BC' ，则 $\angle CBC' - \angle B'C'O = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ 。

【变式 3】 如图，在平面直角坐标系中，三角形 ABC 的三个顶点坐标分别为点 $A(-2, 3)$ ， $B(-3, 1)$ ， $C(1, -2)$ ，平移三角形 ABC 得到三角形 $A'B'C'$ ，使得点 C 的对应点 C' 的坐标为 $(4, -1)$ ，点 A ， B 的对应点分别为点 A' ， B' ，画出三角形 $A'B'C'$ ，并写出点 A' 的坐标。



【变式 4】 如图，在平面直角坐标系中，已知点 $A(-3, 1)$ ， $B(-2, -3)$ ， $C(-1, 0)$ 。



- (1) 画出三角形 ABC ，并求它的面积；
- (2) 将这个三角形平移到三角形 $A'B'C'$ ，其中点 A ， B ， C 的对应点分别是 A' ， B' ， C' ，已知点 A' 的坐标是 $(2, 4)$ 。
- ① B' 的坐标是 $\underline{\hspace{1cm}}$ ， C' 的坐标是 $\underline{\hspace{1cm}}$ ；
- ② 写出一种将三角形 ABC 平移到三角形 $A'B'C'$ 的方法 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

题型 04 对称点的坐标

【典例 1】如果 P 点的坐标为 $(2,3)$ ，那么它关于 y 轴的对称点坐标为 ()

- A. $(2,-3)$ B. $(-2,-3)$ C. $(-2,3)$ D. $(2,3)$

【变式 1】若点 $P(a,-3)$ 与点 $Q(2,b)$ 关于 x 轴对称，则 $a+b=$ _____.

【变式 2】已知 $P(-2,3)$ 关于 x 轴的对称点为 $Q(a,-3)$ ，则 a 的值是 ()

- A. 1 B. -5 C. 3 D. -2

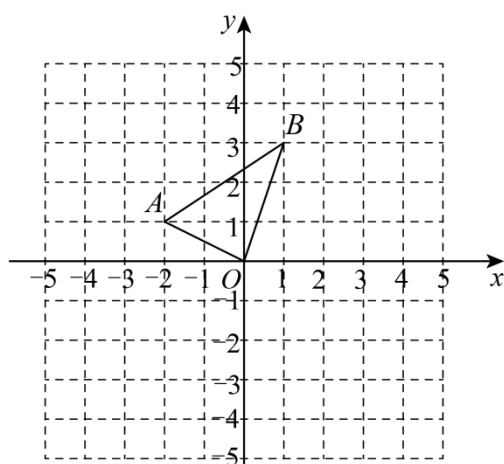
【变式 3】已知点 $A(m+2,-5)$ ， $B(-2,n-2)$ 关于 x 轴对称，则 $m+n=$ _____.

【变式 4】在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $A(-2,3)$ ， $B(2,3)$ ， $C(1,1)$ ， $D(-1,1)$ 。下列说法正确的是 ()

- A. 点 A 与点 B 关于 x 轴对称 B. 点 A 与点 B 关于 y 轴对称
C. 点 A 与点 B 关于直线 OC 对称 D. 点 A 与点 B 关于直线 OD 对称

题型 05 画轴对称图形

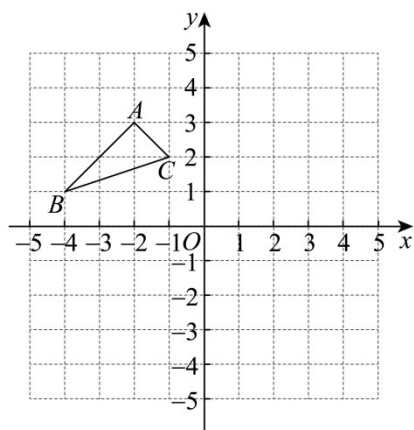
【典例 1】如图，在平面直角坐标系中， $\triangle OAB$ 的顶点坐标分别为 $O(0,0)$ 、 $A(-2,1)$ 、 $B(1,3)$ 。



(1) 画出 $\triangle OAB$ 关于 y 轴对称的 $\triangle ODE$ ；(点 A 、 B 的对应点分别为点 D 、 E)

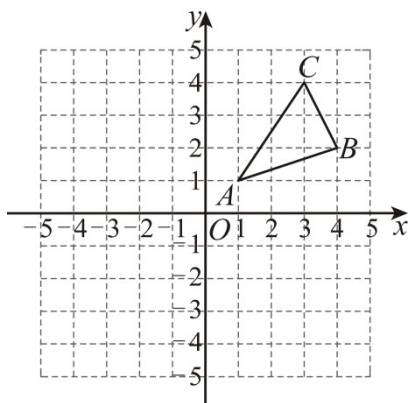
(2) 在 x 轴上找一点 F ，使 $AF+BF$ 最小。(保留画图痕迹，不写画法)

【变式 1】如图，在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$ 的顶点的坐标分别为 $A(-2,3)$ ， $B(-4,1)$ ， $C(-1,2)$ 。



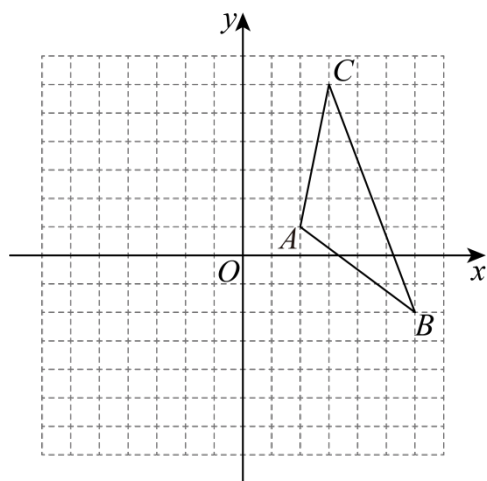
- (1) 画出 $\triangle ABC$ 关于 y 轴的对称图形 $\triangle A_1B_1C_1$;
- (2) 直接写出点 A_1 关于 x 轴对称的点的坐标_____ .

【变式 2】 如图，在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$ 的三个顶点分别为 $A(1,1), B(4,2), C(3,4)$.



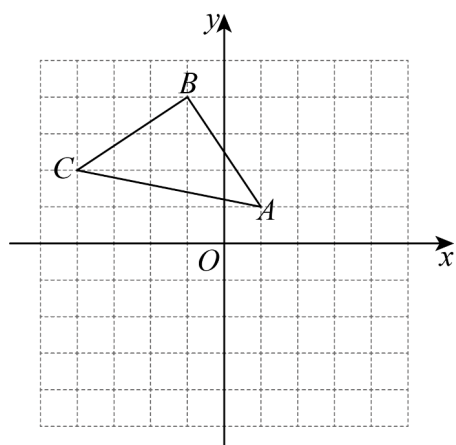
- (1) 请在图中作出 $\triangle ABC$ 关于 y 轴对称的图形 $\triangle DEF$ (点 A, B, C 的对应点分别是点 D, E, F) , 并写出 E 的坐标 ;
- (2) 请在图中作出 $\triangle ABC$ 关于 x 轴对称的图形 $\triangle HMN$ (点 A, B, C 的对应点分别是点 H, M, N) .

【变式 3】 如图，在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$ 的三个顶点均在格点上，其坐标分别为 $A(2,1), B(6,-2), C(3,6)$.



- (1) 画出 $\triangle ABC$ 关于 x 轴对称的 $\triangle A_1B_1C_1$;
- (2) 在 y 轴上找一点 P , 使得 $PA + PC$ 的值最小 , 并直接写出点 P 的坐标 . (不写作法 , 保留作图痕迹)

【变式 4】 如图 , 在平面直角坐标系 xOy 中 , $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别为 $A(1,1)$, $B(-1,4)$, $C(-4,2)$.



- (1) ① 画出 $\triangle ABC$ 关于 x 轴对称的 $\triangle A_1B_1C_1$, 点 A , B , C 的对应点分别为点 A_1 , B_1 , C_1 , 并直接写出点 C_1 的坐标 .
- ② 画出 $\triangle ABC$ 关于 y 轴对称的 $\triangle A_2B_2C_2$, 点 A , B , C 的对应点分别为点 A_2 , B_2 , C_2 , 并直接写出点 C_2 的坐标 .
- (2) 点 P 为 $\triangle ABC$ 内部一点 , 若点 P 关于 y 轴对称的点 P_1 的坐标为 (m, n) , 则点 P 关于 x 轴对称的点 P_2 的坐标为_____ .

强化训练

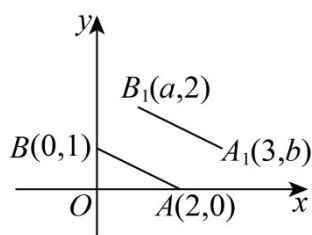
1. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $P(-2,3)$ 向下平移 2 个单位长度后的坐标为 ()

- A. $(-2,-1)$ B. $(2,-3)$ C. $(-2,1)$ D. $(2,3)$

2. 点 $M(2,-3)$ 向上平移 6 个单位长度得到的对应点 M' 的坐标为_____.

3. 在平面直角坐标系中，把点 $A(2,1)$ 向下平移 2 个单位长度后的坐标为_____.

4. 如图，点 A, B 的坐标分别为 $(2,0), (0,1)$. 若将线段 AB 平移至 A_1B_1 ，则 $a+b$ 的值为_____.



5. 过点 $A(-2,-4)$ 和点 $B(2,-4)$ 作直线，则直线 AB ()

- A. 平行于 y 轴 B. 平行于 x 轴 C. 与 x 轴相交 D. 与 x 轴垂直

6. 点 $P(3,-4)$ 关于 x 轴对称的点的坐标是 ()

- A. $(3,4)$ B. $(-3,-4)$ C. $(-3,4)$ D. $(-4,3)$

7. 点 $A(1,-3)$ 关于 x 轴的对称点 B 的坐标是_____.

8. 在平面直角坐标系中，点 $A(6,7)$ 关于 x 轴对称的点的坐标是 ()

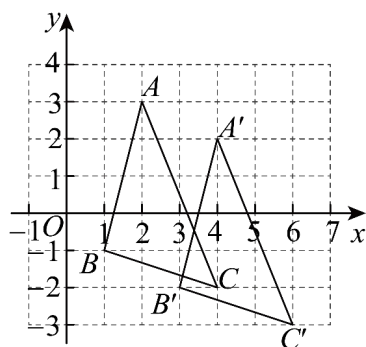
- A. $(-6,-7)$ B. $(6,-7)$ C. $(-6,7)$ D. $(-7,-6)$

9. 在平面直角坐标系中，点 $(-3,2)$ 关于 y 轴对称的点的坐标是 ()

- A. $(3,2)$ B. $(-3,-2)$ C. $(3,-2)$ D. $(2,-3)$

10. 在平面直角坐标系中，点 P 与点 M 关于 y 轴对称，点 N 与点 M 关于 x 轴对称. 若点 P 的坐标为 $(-2,3)$ ，则点 N 的坐标为_____.

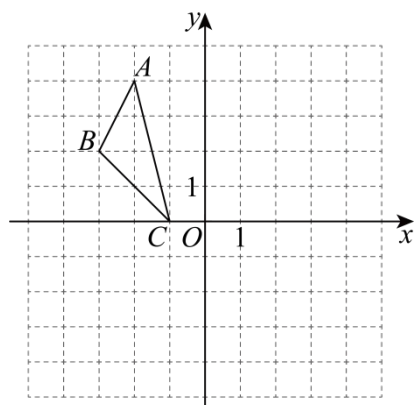
11. 在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$ 经过平移得到 $\triangle A'B'C'$ ， $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的位置如图所示.



(1) 分别写出点 A , A' 的坐标 .

(2) 请结合平移的相关知识说明 $\triangle A'B'C'$ 可由 $\triangle ABC$ 经过怎样的平移得到 .

12 . 在平面直角坐标系中 , $\triangle ABC$ 的三个顶点的位置如下图所示 .



(1) 将 $\triangle ABC$ 平移 , 使点 A 变换为点 $A_1(2, 0)$, 点 B_1 , C_1 分别是 B , C 的对应点 . 请画出平移后的图形

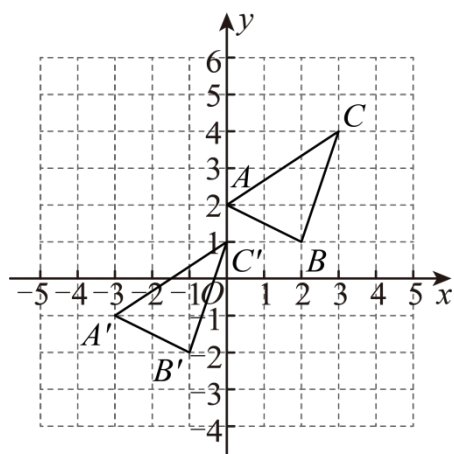
$\triangle A_1B_1C_1$. (不写画法) ;

(2) 请画出 $\triangle ABC$ 关于 y 轴的对称图形 $\triangle A_2B_2C_2$, 点 A_2 , B_2 , C_2 分别是 A , B , C 的对应点 . 并直接写出点

B_2 的坐标 $B_2(\underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}})$;

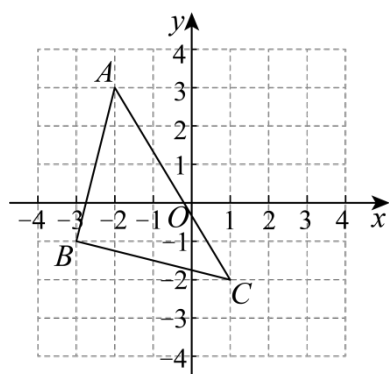
(3) 求四边形 $C_2B_2C_1B_1$ 的面积 .

13 . 如图 , 三角形 $A'B'C'$ 是由三角形 ABC 经过某种平移得到的 , 点 A 与点 A' , 点 B 与点 B' , 点 C 与点 C' 分别对应 , 且这六个点都在格点 (小正方形的顶点) 上 , 观察各点以及各点坐标之间的关系 , 解答下列问题 :



- (1) 分别写出点 B 和点 B' 的坐标，并说明三角形 $A'B'C'$ 是由三角形 ABC 经过怎样的平移得到的。
- (2) 若 $M(a-2, 2b-3)$ 是三角形 ABC 内一点，它随三角形 ABC 按 (1) 中方式平移后得到的对应点为 $N(2a-7, 9-b)$ ，分别求 a 和 b 的值。
- (3) 三角形 $A'B'C'$ 的面积为_____。

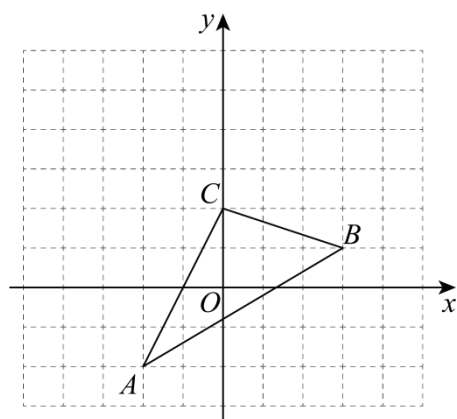
14. 如图，在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$ 的三个顶点的位置如图所示。



- (1) 若 $\triangle ABC$ 内有一点 $P(a, b)$ 随着 $\triangle ABC$ 平移后到了点 $P'(a-2, b+3)$ ，直接写出 A 点平移后对应点 A' 的坐标。
- (2) 直接作出 $\triangle ABC$ 关于 y 轴对称的 $\triangle A'B'C'$ (其中 A' 、 B' 、 C' 分别是 A 、 B 、 C 的对应点)
- (3) 求四边形 $ABC'C$ 的面积。

15. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中， $\triangle ABC$ 三个顶点的坐标分别为 $A(-2, -2)$ ， $B(3, 1)$ ， $C(0, 2)$ ，点

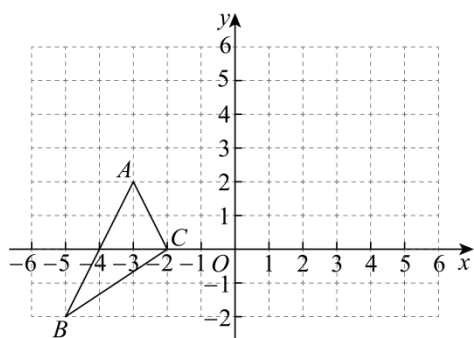
$P(a,b)$ 是 $\triangle ABC$ 的边 AC 上任意一点， $\triangle ABC$ 经过平移后得到 $\triangle A'B'C'$ ，点 P 的对应点为 $P'(a-2, b+3)$ 。



(1) 在图中画出平移后的 $\triangle A'B'C'$ ；

(2) 求 $\triangle A'B'C'$ 的面积。

16. 如图，在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$ 的三个顶点坐标分别是 $A(-3, 2)$ ， $B(-5, -2)$ ， $C(-2, 0)$ 。将 $\triangle ABC$ 平移，使点 B 与点 $B'(1, 0)$ 重合，得到 $\triangle A'B'C'$ ，其中点 A ， C 的对应点分别为点 A' ， C' 。

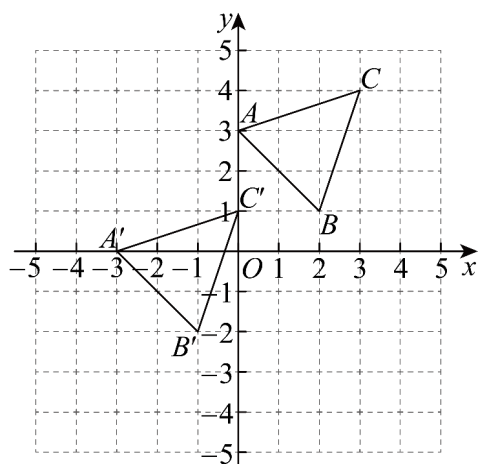


(1) 画出 $\triangle A'B'C'$ ；

(2) 若点 $P(m, n)$ 在 $\triangle ABC$ 内，点 P 经过平移后的对应点为点 P' ，则点 P' 的坐标为——；

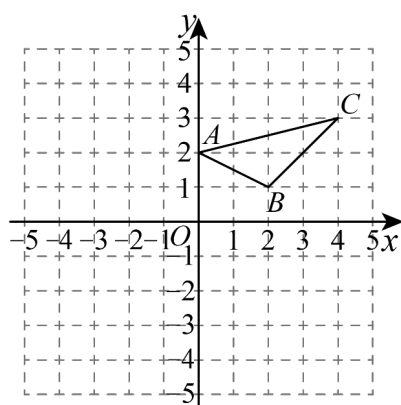
(3) 求 $\triangle A'B'C'$ 的面积。

17. 如图， $\triangle A'B'C'$ 是由 $\triangle ABC$ 经过平移得到的，点 A, B, C 的对应点分别为 A', B', C' ，且这六个点都在格点上，解答下列问题：



- (1) 分别写出点 B 和点 B' 的坐标，并说明 $\triangle A'B'C'$ 是由 $\triangle ABC$ 经过怎样的平移得到的；
- (2) 若点 $M(a+1, 2b-5)$ 是 $\triangle ABC$ 内一点，它随 $\triangle ABC$ 按 (1) 中方式平移后得到的对应点为 $N(2a-7, 4+b)$ ，求 a 和 b 的值；
- (3) 连接 BC' ，则 $\angle CBC' - \angle B'C'O = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ 。

18. 如图，已知三角形 ABC 的位置如图所示，请完成下列各题：



- (1) 在图中画出 $\triangle ABC$ 关于 x 轴对称的 $\triangle A'B'C'$ (点 A, B, C 的对称点分别为 A', B', C')；
- (2) 在 y 轴上找一点 Q ，使得 $\triangle QBC$ 的周长最短，在图中标记出点 Q 的位置；
- (3) 已知 P 为 y 轴上一点，若 $\triangle A'C'P$ 的面积为 4，请直接写出点 P 的坐标。