

第 24 章 相似三角形 单元测试卷·提升卷

(考试时间：100 分钟 试卷满分：150 分)

一、选择题：(本大题共 10 题，每题 4 分，共 40 分.下列各题四个选项中，有且只有一个选项是正确的.)

1. 下列各组图形中一定是相似形的是 ()

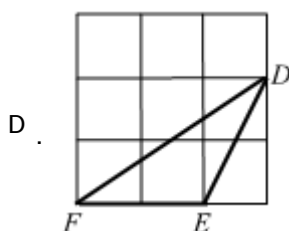
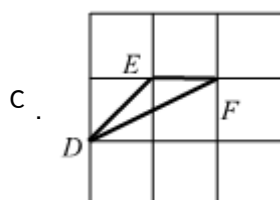
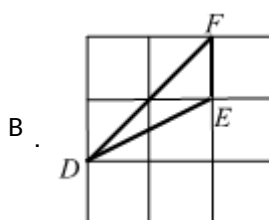
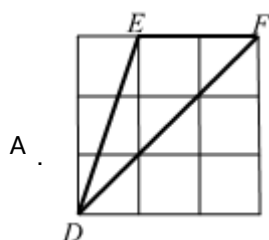
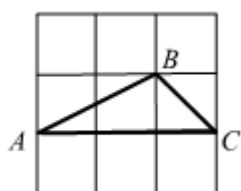
- A. 两个等腰梯形 B. 两个矩形 C. 两个直角三角形 D. 两个等边三角形

2. 在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别在 AB 、 AC 上，且 $DE \parallel BC$ ，那么下列结论中错误的是 ()

- A. $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ B. $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ C. $\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{DB}$ D. $\frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC}$

3. 如图，已知每个小正方形的边长均为 1， $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的顶点都在小正方形的顶点上，那么 $\triangle DEF$ 与

$\triangle ABC$ 相似的是 ()



4. 已知 P 是线段 AB 的黄金分割点，且 $AP > BP$ ，下列各式不正确的是 ()

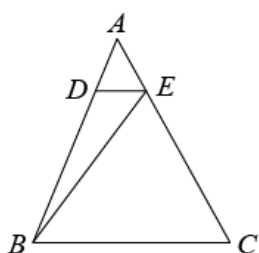
A. $\frac{AP}{AB} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

B. $AP^2 = PB \cdot AB$

C. $\frac{AP}{BP} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

D. $\frac{BP}{AB} = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$

5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，D, E 分别是 AB, AC 上的点，且 $DE \parallel BC$ ，若 $AE : EC = 1 : 4$ ，那么 $S_{\triangle ADE} : S_{\triangle BEC}$ 的值为 ()



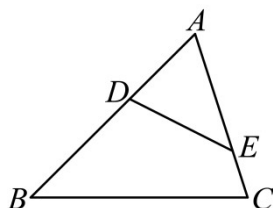
A. 1:16

B. 1:18

C. 1:20

D. 1:24

6. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D, E 分别在边 AB, AC 上，下列条件中，不能确定 $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ 的是 ()



A. $\angle ADE = \angle C$

B. $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB} = \frac{DE}{BC}$

C. $AD \cdot BC = AC \cdot DE$

D. $AD \cdot AB = AC \cdot AE$

7. 已知 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 是两个非零向量， $\vec{e}$ 是一个单位向量，下列等式中正确的是 ()

A. $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = \vec{e}$

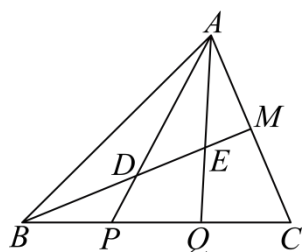
B. $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$

C. $|\vec{a}| \vec{e} = \vec{a}$

D. $|\vec{e}| \vec{a} = \vec{a}$

8. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， M 是 AC 的中点， P, Q 为 BC 边上的点，且 $BP=PQ=CQ$ ， BM 与 AP, AQ 分别交于 D, E

点，则 $BD:DE:EM$ 等于



A. $3:2:1$

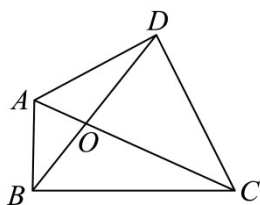
B. $4:2:1$

C. $5:3:2$

D. $5:2:1$

9. 如图，四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O ， $OA=2$ ， $OB=3$ ， $OC=6$ ， $OD=4$ ，那么下列

结论中，错误的是 ()



A. $\frac{AB}{CD} = \frac{1}{2}$

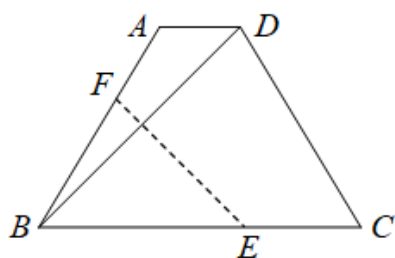
B. $\frac{C_{\triangle AOD}}{C_{\triangle BOC}} = \frac{2}{3}$

C. $S_{\triangle AOD} + S_{\triangle BOC} = S_{\triangle COD}$

D. $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle COD}$

10. 如图，梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AB=DC$ ， $\angle DBC=45^\circ$ ，点 E 在 BC 上，点 F 在 AB 上，将梯形 $ABCD$ 沿

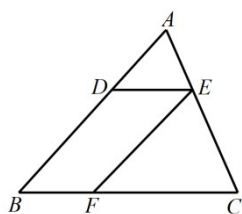
直线 EF 翻折，使得点 B 与点 D 重合。如果 $\frac{AD}{BC} = \frac{1}{4}$ ，那么 $\frac{AF}{BF}$ 的值是 ()



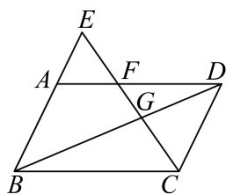
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

二、填空题（本题共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分。）

11. 如果两个相似三角形面积的比为 $1:3$ ，那么它们周长的比为_____。
12. 已知线段 MN 的长是 $20cm$ ，点 P 、 Q 都是线段 MN 的黄金分割点，则点 P 、 Q 之间的距离是 _____ cm 。
13. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 、 F 分别在边 AB 、 AC 、 BC 上， $DE \parallel BC$ ， $EF \parallel AB$ ，如果 $DE:BC = 2:5$ ，那么 $EF:AB$ 的值是_____。

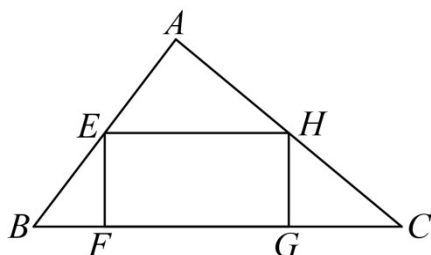


14. 如图， E 是平行四边形 $ABCD$ 的边 BA 延长线上的一点， CE 交 AD 于点 F ，交 BD 于点 G ， $AE:AB = 1:2$ ，设 $\vec{BA} = a$ ， $\vec{BC} = b$ 。用向量 a 、 b 分别表示向量 $\vec{CG} =$ _____。

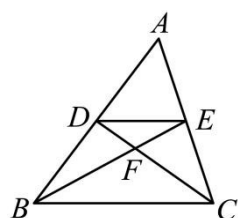


15. 如图， $\triangle ABC$ 中，矩形 $EFGH$ 的顶点 F 、 G 在边 BC 上， E 、 H 分别在边 AB 、 AC 上，

$2EH = BC = 6$, $S_{\triangle ABC} = 9$, 则矩形 $EFGH$ 的周长为_____ .



16 . 如图 , $\triangle ABC$ 中 , 点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上 , 且 $DE \parallel BC$, CD 与 BE 相交于点 F , 如果 F 是 $\triangle ABC$ 的重心 , 那么 $S_{\triangle ADE} : S_{\triangle BFC} =$ _____ .



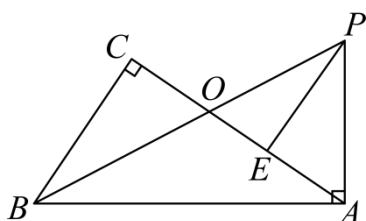
17 . 如果一个三角形的两个内角 α 与 β , 满足 $2\alpha + \beta = 90^\circ$, 那么我们称这样的三角形为“倍角互余三角形” ,

已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中 , $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 3$, $BC = 4$, 点 D 在边 BC 上 , 且 $\triangle ABD$ 是“倍角互余三角形” ,

那么 BD 的长等于_____ .

18 . 如图 , 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中 , $\angle C = 90^\circ$, $\text{Rt}\triangle BAP$ 中 , $\angle BAP = 90^\circ$, 已知 $\angle CBO = \angle ABP$, BP 交 AC 于点

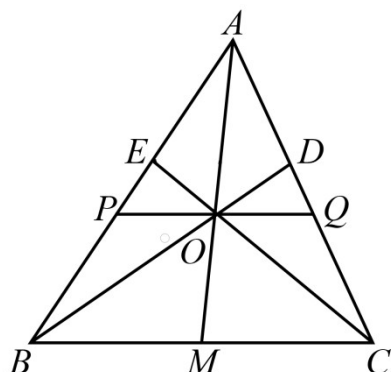
O , E 为 AC 上一点 , 且 $AE = OC$. 当 $AE = \frac{3}{8}AC$, $AB = 10$ 时 , 则线段 BO 的长度是_____ .



三、解答题: (本大题共 7 题, 共 78 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.)

19. 若实数 a, b, c 满足 $\frac{a+b-c}{c} = \frac{b+c-a}{a} = \frac{a+c-b}{b}$, 求 $\frac{(a+b) \cdot (b+c) \cdot (a+c)}{abc}$ 的值.

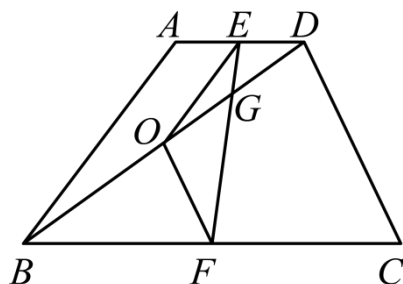
20. 如图, $\triangle ABC$ 中, M 为 BC 中点, O 为 AM 上一点, BO 的延长线交 AC 于点 D , CO 的延长线交 AB 于点 E , $PQ \parallel BC$, 且 PQ 过点 O 与 AB 、 AC 分别交于点 P 和点 Q . 求证:



(1) $PO = OQ$;

(2) $ED \parallel BC$.

21. 如图, 已知梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, E 、 F 分别是 AD 、 BC 的中点, BD 与 EF 交于点 G , O 为 BD 上一点, $OF \parallel DC$.



(1) 求 $\frac{OE}{AB}$ 的值;

(2) 设 $\vec{BA} = a$, $\vec{DC} = b$, 如果 $DE:BF = 1:3$, 那么 $\vec{FO} =$ _____, $\vec{EG} =$ _____. (用向量 a 、 b 表示)

22. 已知图 1、图 2、图 3 都是 12×9 的正方形网格图，每个最小的正方形的边长都为 1，它的顶点叫做格点。

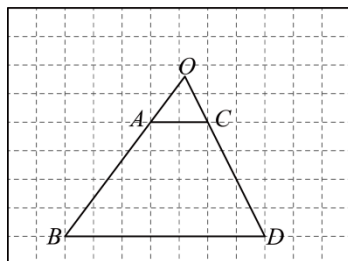


图1

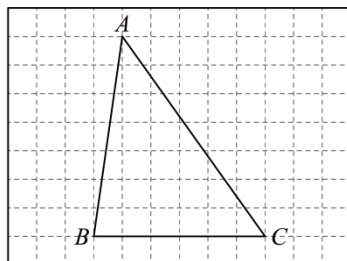


图2

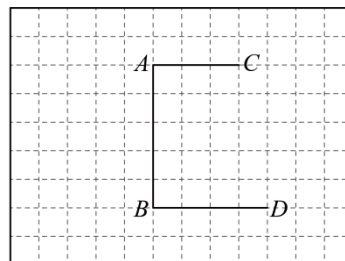


图3

(1) 填空：如图 1，点 A、点 B、点 C、点 D 都是格点，连接 BA、DC 并延长交于点 O，那么 OC 的长为 _____；

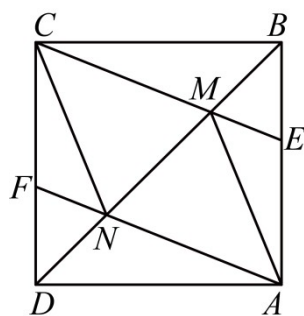
(2) 尺规作图是起源于古希腊的数学课题，在初中阶段的数学学习中我们已经有所了解和掌握，这里所使用的尺是指无刻度的直尺。我们规定在正方形网格图中，无刻度的直尺只能用来连接格点作线段。

以下两题请你只能使用无刻度的真尺和铅笔作图（保留作图痕迹）：

① 如图 2，点 A、点 B、点 C 都是格点，作出 $\triangle ABC$ 的重心 G；

② 如图 3，点 A、点 B、点 C、点 D 都是格点，在边 AB 上作出点 M，使得 $\triangle ACM$ 与 $\triangle MBD$ 相似。

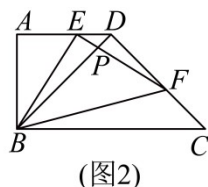
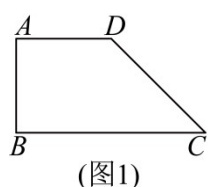
23. 已知：如图，在正方形 ABCD 中，点 E、F 分别在边 AB、CD 上，且 $AF = CE$ 。对角线 BD 分别交 EC、AF 于点 M、N，联结 AM、CN。



(1) 求证：四边形 $AMCN$ 是菱形；

(2) 过点 C 作 $CP \perp CE$ 交 BD 的延长线于点 P ，如果 $CM^2 = MN \cdot NB$ ，求证： $\frac{NC}{NP} = \frac{PD}{PC}$ 。

24. 在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AD = AB = 1, BC = 2, \angle A = 90^\circ$ 。（如图 1）



(1) 试求 $\angle C$ 的度数；

(2) 若 E, F 分别为边 AD, CD 上的两个动点（不与端点 A, D, C 重合），且始终保持 $\angle EBF = 45^\circ$ ， BD 与

EF 交于点 P 。（如图 2）

① 求证： $\triangle BDE \sim \triangle BCF$ ；

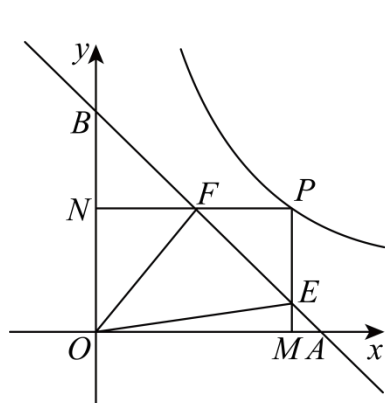
② 试判断 $\triangle BEF$ 的形状（从边、角两个方面考虑），并加以说明；

③ 设 $AE = x, DP = y$ ，试求 y 关于 x 的函数解析式，并写出定义域。

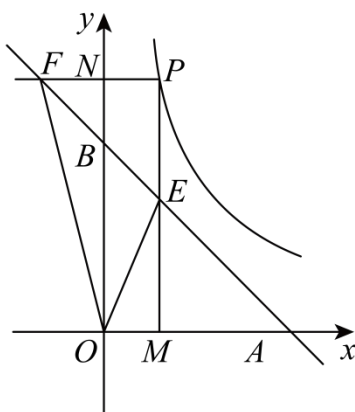
25. 已知直角平面内有一条直线和一条曲线，这条直线与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 和 B ，且 $OA = OB = 1$ ，这

条曲线是函数 $y = \frac{1}{2x}$ 的图像在第一象限内的一个分支，点 P 是图像上的任意一点，它的坐标为 (a, b) ，由

点 P 向 x 轴、 y 轴作垂线 PM ， PN ，垂足为 M ， N ，分别与直线 AB 相交于点 E 和点 F 。



图①



图②

(1) 设交点 E ， F 都在线段 AB 上（如图①）

① 直接写出直线 AB 的解析式，并求出 $\triangle OEF$ 的面积（结果用 a ， b 的代数式表示）；

② 求证： $\triangle AOF \sim \triangle BEO$ 。

(2) 当点 P 在曲线上运动时，（如图②）

① 判断： $\triangle AOF$ 与 $\triangle BOE$ 是否一定相似？答：_____（填：是或否）

② $\triangle OEF$ 中是否有大小始终保持不变的角，如果有，请找出这个角，并求出它的大小，如果没有，请说明

理由。