

专题 10.2 合并同类项 整式 (续)



教学目标、教学重难点

教学目标	1. 由一次式的合并同类项扩展到整式的合并同类项； 2. 掌握整式的项、项数与次数； 3. 学会将整式按某个字母进行降幂排列或升幂排列； 4. 根据整式的项、项数与次数求参数。
教学重难点	1.重点 (1) 对已知整式进行合并同类项，并学会初步的去括号，方便学习下节整式的加减；

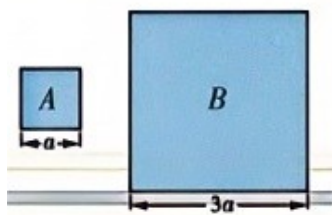
	(2) 对已知整式的项、项数与次数进行辨析、理解、运用等； (3) 将整式按某个字母进行降幂排列或升幂排列。 2. 难点 (1) 整式的有关概念理解，其中包含整体与局部思想； (2) 整式的有关概念的应用，如求参数等； (3) 分类讨论思想。
--	---

知识清单

知识点 1 合并同类项

1. 复习引入：

在之前的学习中，我们已经掌握了合并一次式的同类项。如图，有两个边长分别为 a 和 $3a$ 的正方形，它们的周长之和为 $4a+12a$ ，利用乘法对加法的分配律，可以写成 $4a+12a=(4+12)a=16a$ 。同样地，这两个正方形的面积之和为 a^2+9a^2 ，利用乘法对加法的分配律，可以写成 $a^2+9a^2=(1+9)a^2=10a^2$ 。



2. 合并同类项

像这样，把整式中的同类项合并成一项的过程叫作合并同类项。

3. 合并同类项的法则：

在合并同类项时，把同类项的系数相加的结果作为合并后的系数，而字母和字母的指数不变。

【即学即练】

1. 合并同类项：

(1) $2ab - 3ab + 5ab$ ；

(2) $-3a^2 + 2ab - 4ab + 2a^2$ 。

2. 先去括号，再合并同类项：

(1) $4(x^2 + xy - 6) - 3(2x^2 - xy)$ ；

(2) $(a^2 - ab) + (2ab - b^2) - 2(a^2 + b^2)$ 。

知识点2 整式（续）— 整式的项、项数与次数

1. 整式的项、项数与次数

①整式的项：合并同类项后，整式中的每一个单项式叫作整式的项，每一项的次数是几，就称为几次项，不含字母的项叫作常数项。

②整式的次数：各项中次数最高项的次数叫作这个整式的次数。

③整式的项数：合并同类项后，整式有几项，就称为几项式。

要点：

每一项的次数是几，就称为几次项。

这句话的理解：例如 $3t^2-t-4$ ，对于这个整式， $3t^2$ 是这个整式的一个单项式，它的次数是 2，所以它是（这个整式的）二次项；同理 $-t$ 是（这个整式的）一次项； -4 是（这个整式的）常数项。

【即学即练】

1. 整式 $-\frac{1}{3}x^2y+4xy^3-7$ 的项数是_____，次数是_____，常数项是_____。

2. 整式 $4-2y^2+\frac{\pi}{2}xy^2$ 的次数是_____。

3. 下列语句正确的是（ ）

A. $2x^2-2x+3$ 是二次三项式

B. $3m^2-\frac{2}{n}+1$ 是二次二项式

C. x^2-2x-3^4 是四次三项式

D. $3x^3-2x^2+1$ 是五次三项式

4. 整式 $\frac{1}{3}x^2y+3x-1$ 的最高次项的系数为_____。

5. 整式 $2x^m-3xy+5y$ 是四次三项式，则 m 的值为_____。

6. 若整式 $(m-6)a^{|m|}b^3+2$ 是关于 a 、 b 的九次二项式，则 m 的值为_____。

知识点3 整式中的各项按某一个字母指数大小顺序排列

1. 为了表达方便或计算需要，在合并同类项后，可以根据加法的交换律将一个整式中的各项按照其中某一个字母指数的大小顺序来排列。

2. 按某个字母的降幂排列：例如，将 $x^2+5x+4x^4-3x^3+2$ 按 x 的指数从大到小的顺序排列，写成 $4x^4-3x^3+x^2+5x+2$ ，称为按 x 降幂排列；

3. 按某个字母的升幂排列：或者按 x 的指数从小到大的顺序排列，写成 $2+5x+x^2-3x^3+4x^4$ ，称为按 x 升幂排列。

要点：

①重新排列的依据是加法的交换律；

②重新排列整式时，每一项一定要连同它的正负号一起移动；

③含有两个或两个以上字母的整式,常常按照其中某一个字母的升幂排列或降幂排列.

【即学即练】

1. 将整式 $3xy^3 - x^2y - 6 - x^3$ 按 x 降幂排列为_____.
2. 把整式 $-1 + 3a^3b^2 - 4ab^3 + 6b$ 按 b 的降幂排列为_____.
3. 把整式 $-b^4 + 2a^3b + 5ab^3 - 3a^2b^2$ 按 a 的降幂排列为_____.

题型精讲

题型 01 整式有关概念填空

【典例 1】. 填写下表：

整式	$\frac{1}{3}a^2 - \pi b - c$	$\frac{4}{5}x^2 + 3xy^5 - \frac{3}{2}xy - \frac{2x^2y^2}{5}$
写出每一项		
每一项系数		
每一项次数		
几次几项式	_____次_____项式	_____次_____项式

【变式 1】. 填表：

整式	次数最高的项	整式的次数	项数	常数项
$-7x^3 + 2^3x^2 - 4$				
$y^3 - 4x^2y + 7x^3y^2 - 5$				

题型 02 整式的项、项数、次数

【典例 1】. 整式 $-\frac{1}{3}x^2y + 4xy^3 - 7$ 的项数是_____, 次数是_____, 常数项是_____.

【变式 1】. 整式 $rl + 2r^3 + 5$ 的次数是_____.

【变式 2】. 整式 $-\frac{4}{5}x^3y - \frac{2}{3}x^4y^2 - x + 1$ 是_____次_____项式.

【变式3】. 下列代数式是二次三项式的是 ()

A. $x - y$

B. $x + y + 2$

C. $x^2 - 2xy + y^2$

D. $x^3 - y^3$

【变式4】. $\frac{1}{4}b^2a - 5 - 6a^2b$ 是_____次_____项式，三次项是_____.

【变式5】. 整式 $-\frac{3}{7}xy^3 + 3x^2y + 5$ 的最高次项为_____.

【变式6】. 在一次式 $\frac{3x+4}{5}$ 中，常数项是_____.

题型 03 整式的项的系数

【典例1】. 已知整式 $x^4 - y - 3xy - 2xy^2 - 5x^2y^3 - 1$ ，该整式的次数是_____，三次项的系数是_____.

【变式1】. 整式 $x^3 - 2x^2y^2 + 3y^2$ 每项的系数和是_____.

【变式2】. 整式 $-\frac{1}{3}a^2b - \frac{2}{3}a^3b^2 + \frac{1}{4}a^3 + \frac{1}{4}b^2$ 是_____次四项式，最高次项是_____，最高次项的系数是_____.

题型 04 写出满足条件的整式

【典例1】. 写出一个只含有字母 a 的二次三项式_____.

【变式1】. 请写出一个只含 a, b 两个字母，且常数项为 -1 的三次二项式：_____.

【变式2】. 写出一个同时满足下列条件的二次三项式：

① 只含有字母 a 和 b ；② 每一项的次数都是2；③ 按字母 a 的降幂排列.

【变式3】. 已知一个关于 y 的二次三项式，它的二次项系数为 2 ，一次项系数为 -2 ，常数项为 $\frac{1}{2}$ ，则这个二次三项式为_____.

题型 05 整式按某个字母升幂或降幂排列

【典例1】. 把整式 $y^3 - x^3 - xy^2 - x^2y$ 按 x 的降幂排列是_____.

【变式1】. 把 $a^5 - ab^4 + \frac{1}{3}a^3b^2 - b^3$ 按照字母 b 降幂排列_____.

【变式2】. 将整式 $2xy^2 + x^3y - 3x^2y^3 - 1$ 按字母 y 升幂排列，结果是_____.

【变式3】. 将整式 $3x^7y - 4x^{m+1}y^4 + 2x^m y^2 + x^3 y^6$ 按 y 降幂排列后，第二项的系数为_____.

题型 06 整式综合辨析

【典例1】. 关于整式 $4x^2y + 2xy - 1$ ，下列说法正确的是（ ）

- A. 次数是 3 B. 次数是 5 C. 常数项是 1 D. 二次项是 $4x^2y$

【变式1】. 关于整式 $-abx^2 - \frac{1}{3}x^3 + 9$ 的说法错误的是（ ）

- A. 有三项，次数是 4 B. 常数项为 9
C. 不含二次项 D. 各项分别是 $-abx^2$ ， $\frac{1}{3}x^3$ ，9

题型 07 根据整式的有关概念求参数

【典例1】. 若关于 x, y 的整式 $x^3 - 3x^2y + \bullet y^2$ 的各项系数之和是 7，则“ $\bullet$ ”代表的数是_____.

【变式1】. 若整式 $x^{n-1} + x - 2$ 是二次三项式，则 n 的值为_____.

【变式2】. 化简代数式 $2x^m y^n + 3y^{m+1} x^{n-1} - 1$ (m, n 是正整数) 可得一个关于 x, y 的三次二项式，则 m^{-n} 的值为_____.

【变式3】. 若关于 x 的整式 $(a-3)^2 x^3 + x^{|b|} - 2x + b + 1$ 的次数与单项式 $-2xy$ 的次数相同，则 $a = \underline{\hspace{1cm}}$;
; $b = \underline{\hspace{1cm}}$.

【变式4】. 如果 $mx^3 y^{m+n} - (n-3)x^2 y^{n-m} - 2xy + 1$ 是关于 x, y 的四次三项式，则 $\frac{1}{m+n} = \underline{\hspace{1cm}}$.

题型 08 合并同类项

【典例1】. 合并下列整式中的同类项：

(1) $5m + 2n - m - 3n$;

(2) $\frac{1}{4}a^2b - 0.4ab^2 - \frac{1}{2}a^2b + \frac{2}{5}ab^2$.

【变式1】. 合并下列同类项：

(1) $0.12x^2y + 0.15x^2y^2 - 0.1y^2x + \frac{1}{2}yx^2$;

(2) $3x^{n+1}y^2 - 4x^n y^n - 2y^2 x^{n+1} - y^2 x^{n+1}$;

$$(3) 0.8a^2b - 6ab - 3.2a^2b + 5ab + a^2b .$$

【变式 2】 . 去括号，合并同类项：

$$(1) (2x - 3y) - 2(x + 2y) ;$$

$$(2) 3x^2 - [2x - (x - 5)x^2] ;$$

$$(3) (2x^2y + 3xy^2) - (x^2y - 3xy^2) ;$$

$$(4) 4m^2n - 2(2mn - m^2n) + mn .$$

题型 09 合并同类项，并代数式的值

【典例 1】 . 先化简，再求代数式的值：

$$(1) 0.2y^2 - 1.3y^2 + 0.3y^2 + 0.8y^2 - \frac{1}{5}y^2 + 3 , \text{ 其中 } y = \frac{1}{2} ;$$

$$(2) \frac{1}{5}x^3 - \frac{2}{7}x^2 + \frac{4}{5}x^3 + 5x - \frac{5}{7}x^2 + 7 , \text{ 其中 } x = \frac{1}{5} ;$$

$$(3) 5a^2 - 2a^2 + a - 2(a^3 - 3a^2) - 1 , \text{ 其中 } a = -1 ;$$

$$(4) 5ab - \frac{1}{2}a^3b^2 - \frac{9}{4}ab + \frac{5}{4}ab - a^3b^2 , \text{ 其中 } a = 1 , b = -2 .$$

【变式 1】 . 若 $\frac{1}{2}a^{6+x}b^{3y}$ 与 $3a^4b^6$ 是同类项，试求 $3y^3 - 4x^3y - 4y^3 + 2x^3y$ 的值 .

题型 10 合并同类项的代数应用

【典例 1】 . 若 $3a^2b^n - 5a^mb^4$ 所得的差是单项式，则这个单项式为_____ .

【变式 1】 . 如果关于 x 、 y 的单项式 $\frac{1}{3}x^{m-1}y^n$ 与 $-x^{2n}y^4$ 的和是一个单项式，那么 $m+n=_____$.

【变式 2】 . 有甲、乙两个运算：甲： $2a+3b=5ab$ ；乙： $5y^3-4y^3=1$ ，其中正确的运算是（ ）

A . 甲对 B . 乙对 C . 甲、乙都对 D . 甲、乙都不对

【变式 3】 . 已知 m, n 为正整数，若整式 $2a^2b - a^3b^2 + 3a^{m-1}b^n$ 合并同类项后只有两项，则 $m+n$ 的值为_____ .

【变式 4】 . 已知关于 x 的整式 $3x^4 - (m+5)x^3 + (n-1)x^2 - 5x + 3$ 不含 x^3 和 x^2 ，则（ ）

A . $m = -5, n = -1$ B . $m = 5, n = 1$ C . $m = -5, n = 1$ D . $m = 5, n = -1$

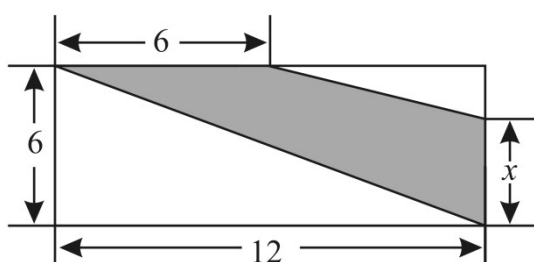
题型 11 合并同类项的实际应用+几何应用

【典例 1】 . 鸡公山风景区的成人门票单价是 80 元，儿童门票单价是 40 元 . 某旅行团有 a 名成人和 a 名儿童，则旅行团的门票费用总和为_____元 .

【变式 1】 . 一个旅游团成人有 a 人，儿童人数是成人人数的 2 倍，这个旅游团有 _____人 .

【变式 2】 . 甲、乙两车分别从 A、B 两地同时出发，相向而行，2 小时后相遇 . 甲车每小时 a km，乙车每小时比甲车多行驶 10 km，则 A、B 两地间的距离为_____ km .

【变式 3】 . 如图，所示是一个长方形，阴影部分的面积 $S =$ _____ . (用含 x 的代数式)



题型 12 解答题

【典例 1】 . 已知整式 $x^2y^{7-m} + xy^2 - 3x^4 - 6$ 是关于 x 、 y 的五次四项式 .

(1) 求 m 的值；

(2) 把这个整式按 x 的降幂重新排列 .

【变式 1】 . 已知整式 $-4x^2y^{a-1} - x^2y + \frac{1}{2}x^2y^2 - 2xy$ 是五次四项式，单项式 $\frac{1}{2}\pi x^{b+1}y^{a-2}$ 的次数与这个整式的次数相同 .

(1) 求 a ， b 的值；

(2) 求该整式的各项的系数之和 .

【变式 2】 . 已知关于 x ， y 的整式 $-\frac{3}{5}x^2y^{m+1} + \frac{1}{2}x^2y^2 - 3y^2 + 8$ 的次数是 8，单项式 $5x^n y^{6-m}$ 的次数与该整式的次数相同，求 m ， n 的值 .

【变式 3】 . 有这样一道题：“求 $(2x^3 - 3x^2y - 2xy^2) - (x^3 - 2xy^2 + y^3) + (-x^3 + 3x^2y - y^3)$ 的值，其中

$x = -\frac{1}{2}, y = -1$ ”，小马虎把“ $x = -\frac{1}{2}$ ”错抄成“ $x = \frac{1}{2}$ ”，但他计算的结果却是正确的，你觉得可能吗？请用具

体过程说明为什么？

【变式4】 . 我们知道， $4x - 2x + 3x = (4 - 2 + 3)x = 5x$ ，类似的，若把 $(a + b)$ 看成一个整体，则
 $4(a + b) - 2(a + b) + 3(a + b) = (4 - 2 + 3)(a + b) = 5(a + b)$. “整体思想”是数学解题中一种非常重要的数学思想方法，它在整式的化简与求值中应用极为广泛 .

(1) 把 $(x - y)^2$ 看成一个整体，合并 $-4(x - y)^2 + 2(x - y)^2 - 5(x - y)^2 = \underline{\hspace{1cm}}$.

(2) 已知 $x^2 - 2xy = -5$ ，求 $8xy - 4x^2 + 3$ 的值 .

(3) 已知 $xy + 3x = 4$ ， $3y - xy = 2$.

① $x + y = \underline{\hspace{1cm}}$;

② 求 $2[3x - (3y - xy)^2] - 3[(xy + 3x)^2 - 2y]$ 的值 .

强化训练

一、单选题

1 . 下列说法中，不正确的是 ()

A . $\frac{xy}{3} - 1$ 是整式

B . $x^2 + 2x$ 是二次二项式

C . $6x^2 - 2x + 1$ 的项分别为 $6x^2$ ， $-2x$ ， 1

D . 整式 $-\frac{a^2b}{3} - 3ab$ 的三次项的系数为 -3

2 . 下列选项中合并同类项正确的是 ()

A . $3a^2 + b^2 = 3ab$ B . $4a^2b - 2ab^2 = 2ab$ C . $4a^2b^2 + 2a^2b^2 = 6a^2b^2$ D . $7a - 7b = 7$

3 . 关于整式 $-5a^2b + 2ab - \pi b^4 + 2^6$ ，下列说法正确的是 ()

A . 这个整式是六次四项式

B . 四次项的系数是 π

C . 二次项是 $2ab$

D . 这个整式的次数是 5

4 . 下列说法错误的是 ()

A . $x^2 + x^2y + xy - 1$ 是三次四项式

B . $7xy + 3$ 是二次二项式

C. $-2x^2y + x^2 - 2^4$ 是四次三项式 D. $x + x^2y^2$ 是四次二项式

5. 关于整式 $-a^3b^4 + 2a^2b^4 - 3$ ，下列说法正确的是 ()

A. 七次二项式

B. 最高次项是 a^3b^4

C. 常数项是 -3

D. 最高次项的系数是 0

6. 若多项式 $3x^3 - 2x^2 - (15 - 6x - kx^2)$ 中不含 x^2 项，则 k 的值为 ()

A. 0

B. 2

C. -2

D. ± 2

二、填空题

7. 整式 $-5xy^3 + 2x^2y^4 - 2$ 的次数是为_____，常数项为_____.

8. 整式 $2x^3 - 3x^2 - 5x + 4$ 的二次项系数是_____.

9. 请写出一个五次三项式，满足以下条件：__.

(¹) 含有 x, y 字母，(²) 常数项为 -6 .

10. 整式 $\frac{1}{2}x^2y^3 - xy^2 + xy - 3$ 的次数是 a ，常数项是 b ，则 ab 的值是_____.

11. 合并同类项： $2xy^2 - 4xy - 3y^2x + 2xy =$ _____.

12. 将整式 $x^5y^2 - 3x^2y^3 + x^3y^4 + 2x^4y - 7$ 按字母 x 降幂排列_____.

13. 若单项式 $\frac{2}{3}x^2yn$ 与 $2xmy^3$ 的和仍为单项式，则 nm 的值为_____.

14. 整式 $5x^4y^{|a|} + (a-2)x^3y^2 - 1$ 是关于 x, y 的六次三项式，则 a 的值为_____.

三、解答题

15. 将下列各式合并同类项

(1) $(a^3 + b) - 2(3a^3 - b)$;

(2) $\frac{1}{2}x^2y + \left(-\frac{2}{3}xy\right) - (-xy + 3x^2y)$.

16. 先合并同类项，再求值.

(1) $4x^2 + 3y^2 + 2xy - 4x^2 - 5y^2$ ，其中 $x = 2$ ， $y = -1$.

(2) $8x^2 - 9x^2 + 7 - x + 2x^2 - 6$ ，其中 $x = -1$ 。

17. 已知关于 x, y 的整式 $-\frac{5}{6}x^2y^{m+5} + xy^2 - \frac{1}{2}x^3 + 6$ 是六次四项式，单项式 $\frac{2}{3}x^{3n}y^2z$ 的次数与这个整式的次数相同，求 $m+n$ 的值。

18. 对于整式 $\frac{1}{2}x^{|m|} - (m-3)x + k^2 - 1$

(1) 若此整式是关于 x 的三次三项式，求 m 的值。

(2) 若此关于 x 的整式不含常数项，求 k 的值。

19. (1) 关于 x, y 的整式 $4x^2y^{m+2} + xy^2 + (n-2)x^2y^3 + xy - 4$ 是七次四项式，求 m 和 n 的值；

(2) 关于 x, y 的整式 $(5a-2)x^3 + (10a+b)x^2y - x + 2y + 7$ 不含三次项，求 $5a+b$ 的值。

20. 已知关于 x, y 的整式 $\frac{1}{5}x^{m+1}y^2 + xy - 4x^3 + 1$ (m 是自然数)。

(1) 当 $m=1$ 时，该整式是几次项式；

(2) 该整式的次数最小是几次；

(3) 若该整式是八次整式，且单项式 $\frac{1}{8}x^{2n}y^{m-3}$ 与该整式的次数相同，求 $(-m)^3 + 2n$ 的值。

21. 有下列三个代数式： $x^4 + 3xy - 2xy^4 - 5x^3y^3 - 1$, 2024 , $-x$ 。

(1) 单项式的个数是——。

(2) 2024 的次数是——， $-x$ 的系数是——。

(3) 写出 $x^4 + 3xy - 2xy^4 - 5x^3y^3 - 1$ 的二次项、常数项。

(4) $x^4 + 3xy - 2xy^4 - 5x^3y^3 - 1$ 是——次——项式。

22. 定义：如果代数式 $a_1x^2 + b_1x + c_1$ ($a_1 \neq 0, a_1, b_1, c_1$ 为常数) 与 $a_2x^2 + b_2x + c_2$ ($a_2 \neq 0, a_2, b_2, c_2$ 为常数)，

满足 $a_1 + a_2 = 0, b_1 + b_2 = 0, c_1 + c_2 = 0$ ，则称两个代数式互为“相关式”。

(1) 直接写出 $-x^2 + 2x - 4$ 的相关式；

(2) 若 $-x^2 - 18mx - 3$ 与 $x^2 - 2nx + n$ 互为“相关式”，求 $(mn)^{2023} + m + n$ 的值。

