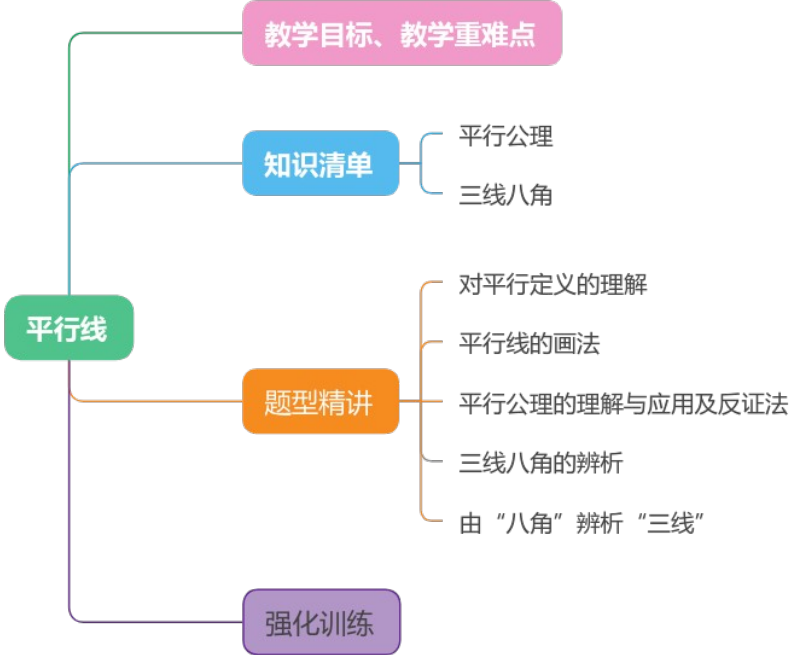


专题 16.2 平行线（平行公理与三线八角）

内容概览



教学目标、教学重难点

教学目标	1.理解平行线的定义（同一平面内，不相交的两条直线），掌握平行符号“ $\parallel$ ”的读写，明确同一平面内两直线位置关系：相交（含垂直）、平行。 2.掌握平行公理（经过直线外一点，有且只有一条直线与概直线平行）及其推论（平行的传递性：若 $a\parallel c$ ， $b\parallel c$ ，则 $a\parallel b$ ），能准确表述并用于简单说理。 3.理解“三线八角”的概念（两条直线被第三条直线所截形成的八个角），能准确识别同位角、内错角、同旁内角，并能在复杂图形中剥离出“三线”模型。 4.会用直尺和三角板（平移法）画已知直线的平行线，能按几何语言规范作图并标注。
教学重难点	1.重点 （1）平行公理及其推论的理解与应用（核心：“有且只有一条”的唯一性、平行传递性的逻辑表达）； （2）三线八角中同位角、内错角、同旁内角的准确识别（核心：抓住截线与被截线，明确角的位置特征）；

	2.难点 (1) 平行公理推论的逻辑说理(初步接触演绎推理,易出现“跳跃说理”,缺乏依据)。 (2) 复杂图形中三线八角精准剥离与识别。
--	---

知识清单

知识点 01 平行公理

1. 平行线的定义

在同一平面内,不相交的两条直线叫作_____。

易错点:强调是“同一平面内”.平行线的“线”是直线而不是线段、射线。

A _____ B

C _____ D

平行线的表示方法:若直线 AB 与直线 CD 平行,记作:_____,读作:_____。

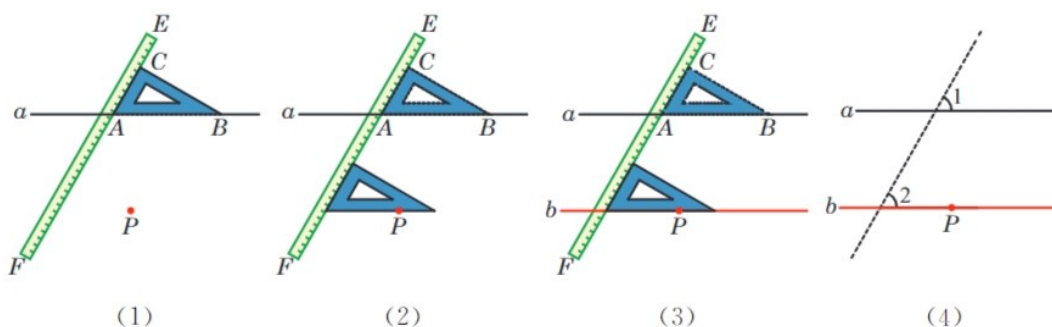
【即学即练】

1.判断:

- (1) 不相交的两条直线一定是平行线 ()
- (2) 在同一平面内,没有公共点的两条线段叫作平行线. ()

2.平行线的画法

口诀:一靠、二移、三画



3. 一个基本事实

基本事实(平行公理)：**经过直线外一点**，有且只有_____条直线与该直线平行。

易错点：强调是“**直线外一点**”

4. 平行公理的推论——平行的传递性

定理：在同一平面内，如果两条直线都和第三条直线平行，那么这两条直线也互相_____。



几何语言：

$\because a \parallel b, b \parallel c$

$\therefore a \parallel b$

5. 反证法：

反证法的证题步骤：

- (1) 先假设求证的结论是_____的；
- (2) 由此推导出与已知定义、公理、定理或条件等相_____的结果；
- (3) 从而否定开始的假设，肯定先前求证的结论的正确性。

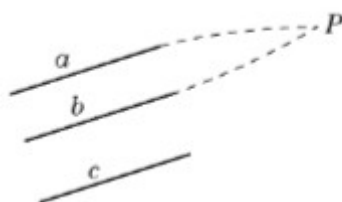
【即学即练】

1. 判断：

- (1) 不相交的两条直线一定是平行线 ()
- (2) 在同一平面内，不平行的两条直线一定相交 ()
- (3) 经过一点，有且只有一条直线与已知直线平行 ()
- (4) 如果直线 $a \parallel b, a \parallel c$, 那么 $b \parallel c$. ()

2. 已知：直线 a, b, c 在同一平面上， $a \parallel c, b \parallel c$.

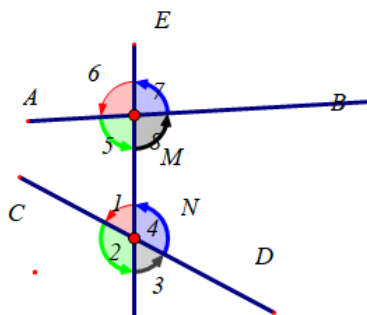
求证： $a \parallel b$.



知识点 02 三线八角

1. 两条直线被第三条直线所截

直线 AB、CD 都和直线 EF 相交叫作直线 AB、CD 被直线 EF 所截，在两个交点处形成八个角叫作“**三线八角**”，其中 AB、CD 叫作_____，EF 叫作_____。



2. 同位角、内错角、同旁内角

两条直线被第三条直线所截，在两个交点处共有 8 个角，我们来研究那些**没有公共顶点**的两个角的关系。

(1) **同位角**，如： $\angle 1$ 与 $\angle 6$

在两条被截直线的**同侧**（上方），第三条截线的**同旁**，具有这种位置关系的两个角叫做_____

同位角形如字母“**F**”。图中的同位角还有 $\angle 2$ 与_____， $\angle 3$ 与_____， $\angle 4$ 与_____

(2) **内错角**，如： $\angle 4$ 与 $\angle 5$

在两条被截直线**之间**，第三条截线的**两侧**

具有这种位置关系的两个角叫做_____。

内错角形如字母“**N**”。

图中的内错角还有 $\angle 1$ 与_____

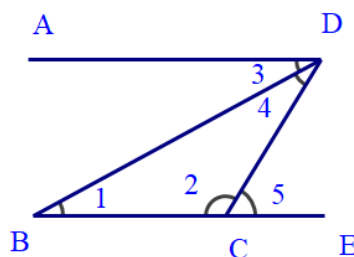
(3) **同旁内角**，如： $\angle 1$ 与 $\angle 5$

在两条被截直线**之间**，第三条截线的**同旁**，具有这种位置关系的两个角叫做_____。

同旁内角形如字符“**C**”。图中的同旁内角还有 $\angle 4$ 与_____

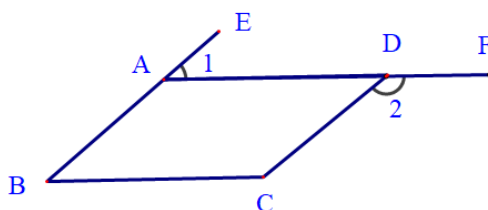
【即学即练】

1. 如图， $\angle 1$ 的同位角是_____； $\angle 5$ 的内错角是_____； $\angle 2$ 的同旁内角是_____。（每空各填一个符合要求的角）



2.如图：

- (1) $\angle 1$ 和 $\angle B$ 是由直线_____与_____被直线_____所截得的_____角；
- (2) $\angle 2$ 和 $\angle C$ 是由直线_____与_____被直线_____所截得的_____角；
- (3) $\angle B$ 和 $\angle C$ 是由直线_____与_____被直线_____所截得的_____角；



题型精讲

题型 01 对平行定义的理解

【典例 1】在同一平面内，没有公共点的两条直线的位置关系是（ ）

- A. 垂直 B. 相交 C. 平行 D. 相交或垂直

【变式 1】判断：若两条线段没有公共点，则这两条线段是平行的。（ ）

【变式 2】若两条直线不相交，则它们就平行。_____。（判断对错）

【变式 3】下列说法中，正确的有（ ）

- A. 在同一平面内，两条直线的位置关系有平行、相交、垂直三种
- B. 在同一平面内，直线 a 与 b 相交，直线 b 与 c 相交，则直线 a 与 c 相交
- C. 在同一平面内，直线 a 与 b 垂直，直线 b 与 c 垂直，则直线 a 与 c 垂直
- D. 在同一平面内，直线 a 与 b 相交，直线 b 与 c 平行，则直线 a 与 c 相交

C、在同一平面内，直线 a 与 b 垂直，直线 b 与 c 垂直，则直线 a 与 c 平行；

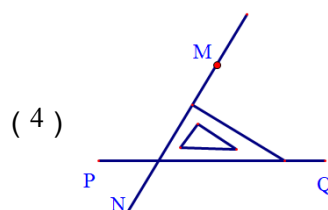
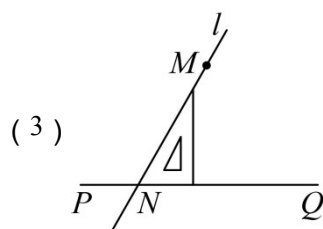
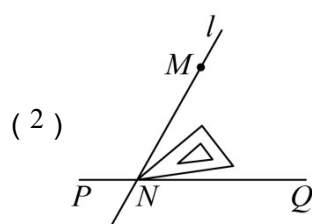
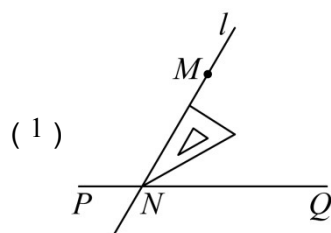
【变式4】下面各语句中，正确的有()

- ①不相交的两条直线叫做平行线；
- ②在同一平面内，两条直线的位置关系只有相交和平行两种；
- ③如果线段 AB 和线段 CD 不相交，那么直线 AB 和直线 CD 平行；
- ④如果 $a \parallel b$ ， $b \parallel c$ ，那么 $a \parallel c$ ；

A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

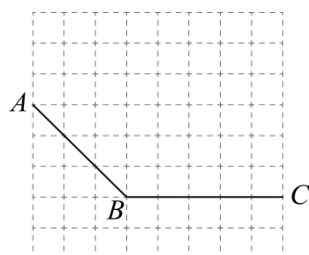
题型 02 平行线的画法

【典例1】已知点 M 在直线 PQ 外，要求过点 M 画直线 PQ 的平行线．某位同学他通过三角板从点 N 处沿着直线 l 平移画出所要求作的直线．在点 N 处，他的三角板摆放方法正确的有几种()



A. 1种 B. 2种 C. 3种 D. 4种

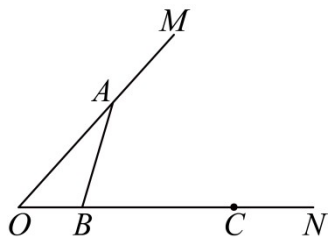
【变式1】 (24-25 七年级下·全国·单元测试) 如图，在方格纸中，有两条线段 AB ， BC ，利用方格纸完成以下操作：



(1)过点 A 作 BC 的平行线；

(2)过点 C 作 AB 的平行线，与 (1) 中的平行线交于点 D .

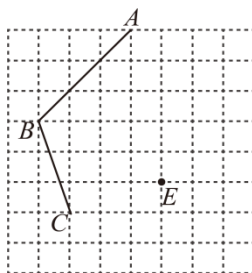
【变式2】 如图：点 A, B, C 分别是 $\angle MON$ 的边 OM, ON 上的点 . 连接 AB, AC , 过 B 点作 $BE \parallel AC$ 交 AO 于点 E , 点 D 是线段 BC 上任意一点，过点 D 作 $DF \parallel AB$ 交线段 AC 于点 F .



(1)补全图形；

(2)请观察 $\angle ABE$ 与 $\angle CFD$, 猜想它们的数量关系 .

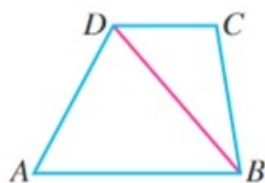
【变式3】 (1) 在如图所示的方格纸上，画 $DE \parallel AB$, $EF \parallel BC$.



(2) 你发现 $\angle ABC$ 与 $\angle DEF$ 的大小有什么关系？请直接写出结论 .

【变式4】 如图，用直尺和三角尺画平行线：

过点 C 画 $CE \parallel DA$, 与 AB 交于点 E ; 过点 C 画 $CF \parallel DB$, 与 AB 的延长线交于点 F .



题型 03 平行公理的理解和应用

【典例1】 下列说法中错误的个数是 ()

(1) 过一点有且只有一条直线与已知直线平行

(2) 不相交的两条直线叫做平行线

(3) 在同一平面内，不重合的两条直线的位置关系只有相交、平行两种

(4) 过一点有且只有一条直线上垂直于已知直线.

A . 1 个

B . 2 个

C . 3 个

D . 4 个

【变式 1】 用反证法证明：在同一平面内，垂直于同一条直线的两条直线平行 .

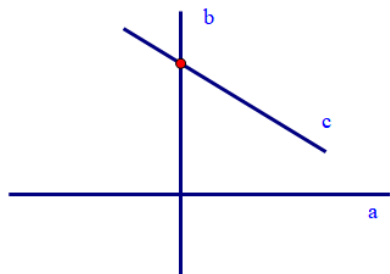
【变式 2】 用反证法证明“如果两条直线都和第三条直线平行，那么这两条直线也互相平行”这条定理的正确性，请帮他将步骤补充完整 .

已知：直线 a, b, c 在同一平面内， $a \parallel c, b \parallel c$,

求证：_____ .

证明：

【变式 3】 已知直线 $a \perp b$, 直线 c 与 b 相交但不垂直 . 用反证法证明 a 与 c 必然相交 . 请帮他将步骤补充完整 .



已知：如图，已知直线 a, b, c 在同一平面内，且 $a \perp b$, b 与 c 相交但不垂直，

求证：_____ .

证明：假设_____

则， a 与 c _____

$\therefore a \perp b$ (_____)

$\therefore b \perp c$ (垂直于同一条直线的两直线平行)

这与_____相矛盾，

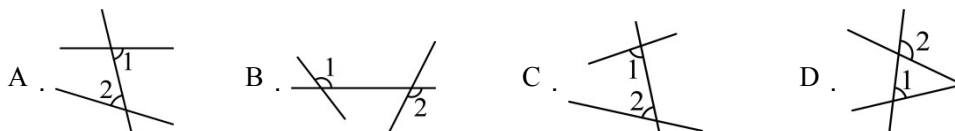
$\therefore$ 假设_____

∴ a 与 c 相交

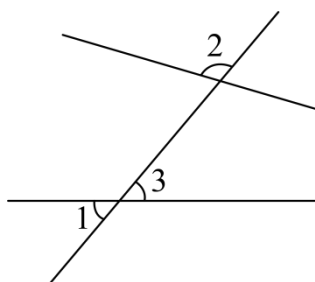
【变式 4】 求证：与两条平行线中的一条相交的直线必然与另一条直线也相交．

题型 04 三线八角的认识

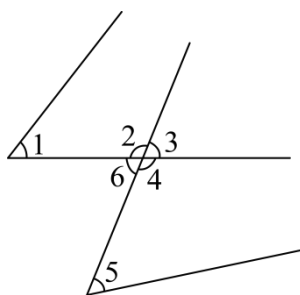
【典例 1】 如图， $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是同位角的是 ()



【变式 1】 如图，如果 $\angle 1 = 40^\circ$ ， $\angle 2 = 100^\circ$ ，那么 $\angle 3 =$ _____， $\angle 3$ 的同位角等于 _____， $\angle 3$ 的内错角等于 _____， $\angle 3$ 的同旁内角等于 _____．

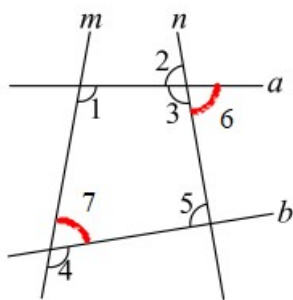


【变式 2】 如图所示，下列说法错误的是 ()



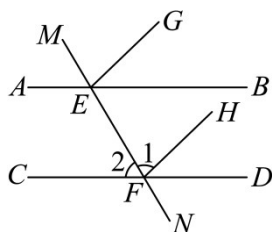
- | | |
|----------------------------------|---------------------------------|
| A. $\angle 1$ 和 $\angle 5$ 是同位角 | B. $\angle 3$ 和 $\angle 6$ 是对顶角 |
| C. $\angle 4$ 和 $\angle 5$ 是同旁内角 | D. $\angle 1$ 和 $\angle 6$ 是内错角 |

【变式 3】 观察图，并完成下面的填空：



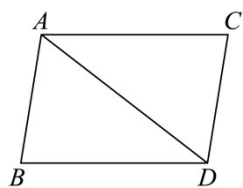
- (1) $\angle 1$ 与 _____ 是同位角；
 (2) $\angle 2$ 与 _____ 是内错角；
 (3) $\angle 5$ 与 _____ 是同旁内角。

【变式 4】 如图， $\angle 1$ 的同旁内角是 _____， $\angle 2$ 的内错角是 _____。

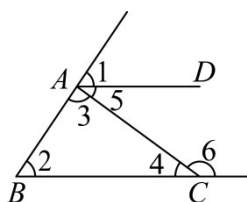


题型 05 由八角辨识三线

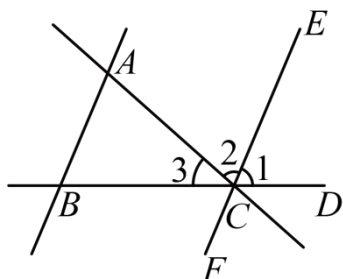
【典例 1】 如图， $\angle BAD$ 与 $\angle ADC$ 是直线 _____ 与直线 _____ 被直线 _____ 所截得到的内错角。



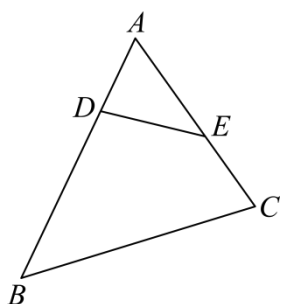
【变式 1】 如图，直线 AD 与 BC 被直线 AC 所截得的内错角是 _____；直线 AB 与 BC 被直线 AC 所截得的同旁内角是 _____；图中 $\angle 6$ 的同位角是 _____。



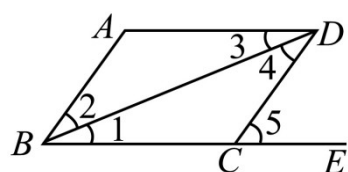
【变式2】 如图，直线 BD 上有一点 C , $\angle 1$ 和 $\angle ABC$ 是直线 AB, CE 被直线_____所截形成的_____角；
 $\angle 2$ 和 $\angle BAC$ 是直线 CE 和 AB 被直线_____所截形成的_____角； $\angle 3$ 和 $\angle ABC$ 是直线_____和_____
 被直线_____所截形成的_____角。



【变式3】 如图，_____与 $\angle C$ 是直线 BC 与_____被直线 AC 所截的同位角；_____与_____是直线 DE 与 BC 被直线 AB 所截的同位角。



【变式4】 如图，

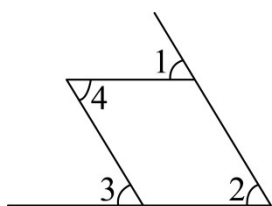


- (1) $\angle 1$ 和 $\angle 3$ 是由直线_____与直线_____被直线_____所截形成的_____角；
 (2) $\angle 2$ 和 $\angle 4$ 是由直线_____与直线_____被直线_____所截形成的_____角；
 (3) $\angle ABC$ 和 $\angle 5$ 是由直线_____与直线_____被直线_____所截形成的_____角。

强化训练

一、单选题

1. 如图，下列说法不正确的是 ()



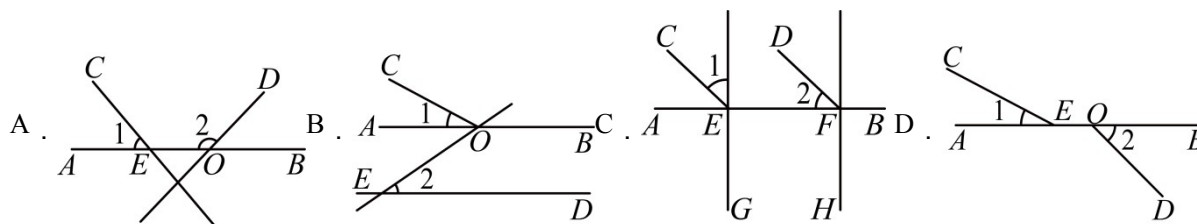
A. $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是同位角

B. $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 是同位角

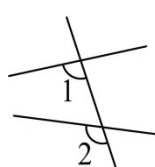
C. $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 是同位角

D. $\angle 1$ 与 $\angle 4$ 是内错角

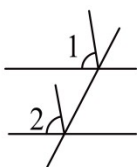
2. 下列选项中， $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是同位角的是 ()



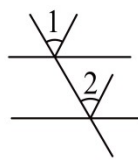
3. 在下列图①-④中， $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是同位角的有 ()



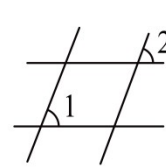
图①



图②



图③



图④

A. ①②③④

B. ①②③

C. ②③

D. ①③

4. 下列说法：

(1) 不相交的两条线是平行线；

(2) 在同一平面内，两条直线的位置关系有两种；

(3) 若线段 AB 与 CD 没有交点，则 $AB \parallel CD$ ；

(4) 若 $a \parallel b$, $b \parallel c$ ，则 a 与 c 不相交；

若以上的说法均不考虑重合的情况，则其中正确的说法个数为 ()

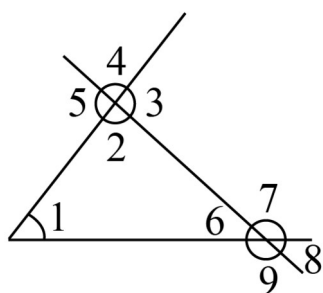
A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

5. 如图，同位角共有 () 对。



A . 6

B . 5

C . 8

D . 7

6 . 下列说法错误的是 ()

A . 两点之间的所有连线中，线段最短

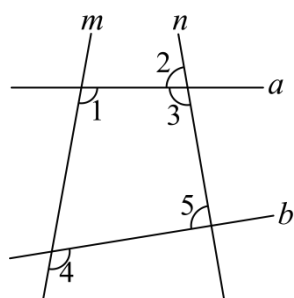
B . 经过一点有且只有一条直线与已知直线平行

C . 如果两条直线都与第三条直线平行，那么这两条直线也互相平行

D . 同一个平面上，经过一点有且只有一条直线与已知直线垂直

二、填空题

7 . 观察图，并完成下面的填空：

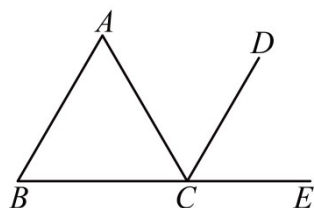


(1) $\angle 1$ 与 _____ 是同位角；

(2) $\angle 2$ 与 _____ 是内错角；

(3) $\angle 5$ 与 _____ 是同旁内角 .

8 . 如图， $\angle A$ 与 _____ 成内错角 .



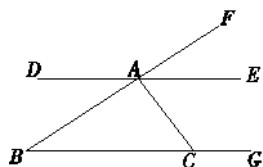
三、解答题

9 . 已知直线 $a \parallel b, b \parallel c, c \parallel d$, 则 a 与 d 的关系是什么?为什么?

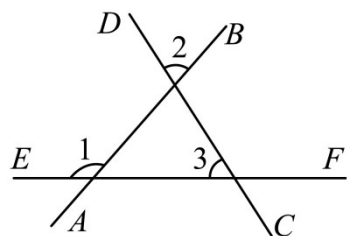
10. 如图，BF，DE 相交于点 A，BG 交 BF 于点 B，交 AC 于点 C。

(1) 指出 DE，BC 被 BF 所截形成的同位角、内错角、同旁内角；

(2) 指出 FB，BC 被 AC 所截形成的内错角、同旁内角。



11. 如图， $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是哪两条直线被哪一条直线所截形成的？它们是什么角？ $\angle 1$ 和 $\angle 3$ 是哪两条直线被哪一条直线所截形成的？它们是什么角？

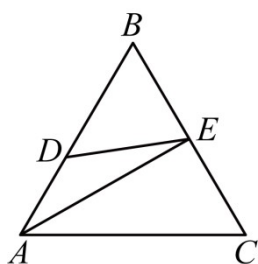


12. 如图所示，(1) $\angle BED$ 与 $\angle CBE$ 是直线_____，_____被直线_____所截形成的_____角；

(2) $\angle A$ 与 $\angle CED$ 是直线_____，_____被直线_____所截形成的_____角；

(3) $\angle CBE$ 与 $\angle BEC$ 是直线_____，_____被直线_____所截形成的_____角；

(4) $\angle AEB$ 与 $\angle CBE$ 是直线_____，_____被直线_____所截形成的_____角。



13. 用反证法证明：如果 $a + b > 0$ ，那么 a ， b 中至少有一个大于零。

14. 用反证法证明：在同一平面内，垂直于同一条直线的两条直线平行。

15. 求证：已知 a ， b ， c 是平面内 3 条不同的直线，如果 $a \perp b$ ， $b \perp c$ ，那么 $a \parallel c$ 。