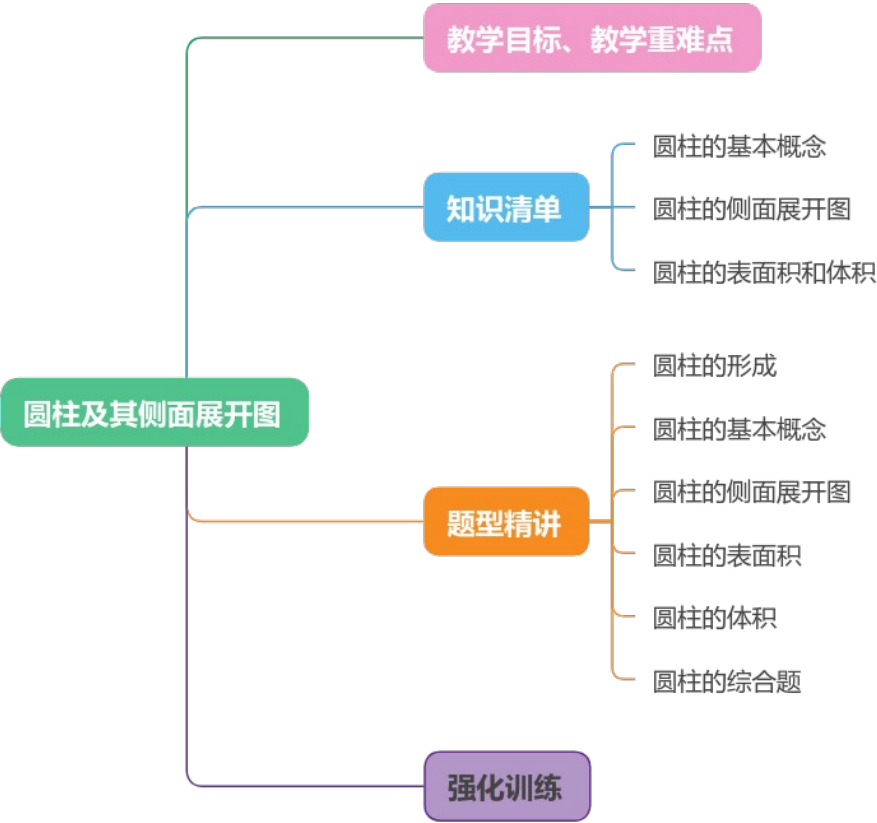


专题 8.1 圆柱及其侧面展开图

内容概览



教学目标、教学重难点

教学目标	1.理解圆柱是由长方形旋转形成的立体图形； 2.掌握圆柱是由 2 个底面、1 个侧面组成的；理解底面、侧面、高、母线等概念； 3.理解圆柱侧面沿高展开后的图形是“长方形”能说出长方形的“长 与圆柱底面“周长”之间的关系；计算侧面展开图的长和宽或根据侧面展开图的长和宽，反求圆柱的底面周长或高。 4.掌握圆柱表面的组成，能计算圆柱表面积和体积
教学重难点	1.重点

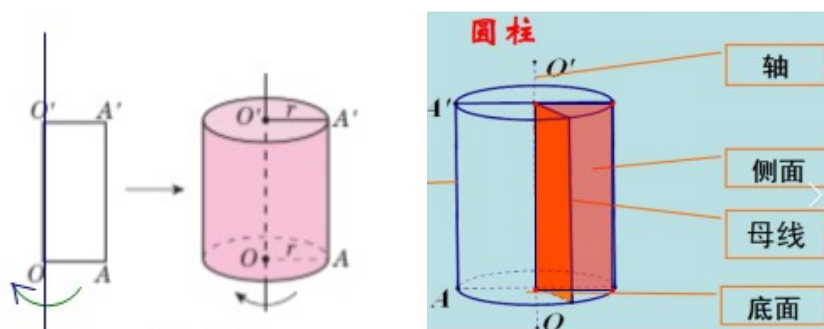
	圆柱侧面展开图形及表面积、体积的计算；
	2.难点
	理解圆柱侧面展开图的长和宽与圆柱底面圆及高的关系.

知识清单

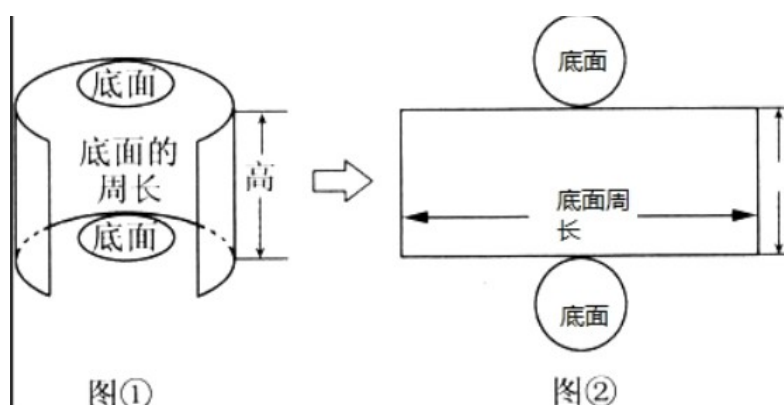
知识点 01 圆柱的基本概念

1. 面动成体，认识 “圆柱的形成”

如图，将长方形 $OAA'O'$ 以它的一条边 OO' 所在的直线为轴顺时针(或逆时针)方向旋转一周，形成的立体图形叫作_____，简称_____.



2. “拆解” 圆柱，认识 “圆柱的组成”



3. 核心概念:

底面: 2 个大小相等的圆形，互相平行；

侧面: 1 个曲面，围成圆柱的“侧面部分”；

高：连接两底面_____的线段（或两底面之间的_____），所有高的长度_____。

母线：圆柱的母线长就等于圆柱的_____。

侧面展开图：侧面展开是个长方形，它的长是底面圆的_____，它的宽是圆柱的_____。

知识点 02 圆柱的侧面展开图

1.圆柱的侧面积公式： $S =$ _____

其中， $S_{侧}$ 表示圆柱的侧面积， r 、 C 、 l 和 h 分别表示它的底面半径、底面周长、母线长和高。

【即学即练】

例 1 如图以长方形 ABCD 的一边所在的直线为轴旋转一周，得到了圆柱₁和圆柱₂。

回答下列问题：

- (1)分别指出圆柱₁、圆柱₂是以该长方形的哪一条边所在的直线为轴旋转而成的；
- (2)根据图中的已知数据，分别求圆柱₁、圆柱₂的侧面积(π 取 3.14,结果精确到 0.1 cm^2)



解：(1) 圆柱₁是长方形 ABCD 以_____边所在的直线为轴旋转一周得到的；

圆柱₂是长方形 ABCD 以_____边所在的直线为轴旋转一周得到的。

(2) 根据题意，圆柱₁的母线长为_____cm,它的底面半径为_____cm;

圆柱₂的母线长为_____cm,它的底面半径为_____cm.

所以，圆柱₁的侧面积： $S_{侧} =$ _____ $=$ _____ $\pi \approx$ _____ (cm^2).

同样地，圆柱₂的侧面积： $S_{侧} =$ _____ $=$ _____ $\pi \approx$ _____ (cm^2).

知识点 03 圆柱的表面积和体积

1. 圆柱的表面积

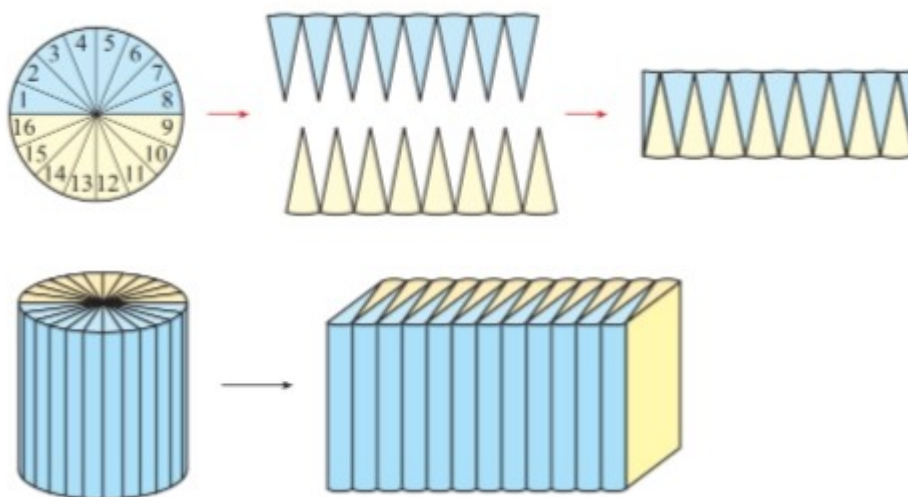
圆柱的表面由它的侧面和两个底面组成.因此，圆柱的表面积等于它的侧面积与两个底面积的和，即

2. 圆柱的体积

(1) 分析策略

推导圆的面积公式时的策略是：化圆为方（长方形）；

推导圆柱体积公式时的策略是：化曲为方（长方体）。



(2) 圆柱体积公式

$$V = \underline{\hspace{2cm}}$$

【即学即练】

例2 如图这是一个用新型合金片制作的空心圆柱形工件.已知该工件的底面直径 $d=10\text{cm}$,高 $h=15\text{cm}$.请确定制作这样一个工件所需合金片的面积(π 取 3.14).



解：根据题意，制作这样一个工件所需合金片的面积即为该圆柱的表面积

因为 $S_{\text{表}} = \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}}$

得 $S_{\text{表}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} (\text{cm}^2)$.

例3

把一个长、宽、高分别是15cm、10cm、6cm的长方体金属块和一个棱长3cm的正方体金属块铸成一个圆柱体金属块，使这个圆柱的底面直径为12cm. 求该圆柱体金属块的高。(π取3.14, 结果精确)



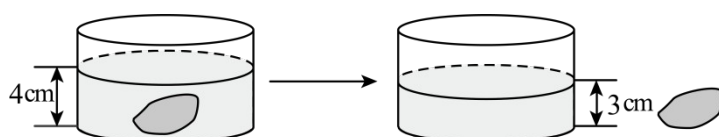
分析：因为 $V_{\text{圆柱体}} = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$

$V_{\text{圆柱体}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ (cm}^3\text{)}.$

又因为圆柱的底面直径为12cm, 所以圆柱的底面积 $S_{\text{底}} = \underline{\hspace{2cm}} \pi \text{ (cm}^2\text{)}.$

又因为圆柱的体积 $V = Sh$, 所以圆柱体金属块的高 $h = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ (cm)}.$

例4 琳琳不小心将石头扔进了一个底面半径为6厘米的圆柱形容器里. 如图, 浸入石头后水深为4厘米, 拿出石头后水深为3厘米, 这块石头的体积是多少?



解：根据圆柱的体积公式 $V = \pi r^2 h$ 可得，

这块石头的体积 = $\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ (立方厘米)},$

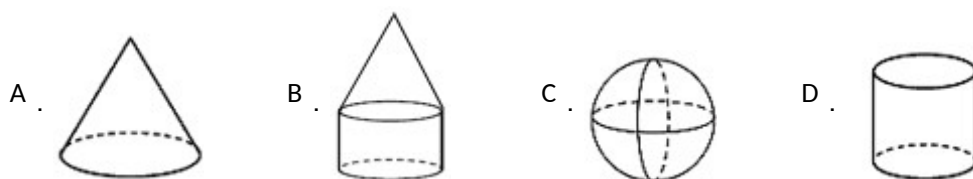
题型精讲

题型01 圆柱的形成

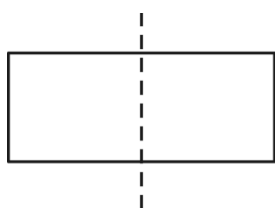
【典例1】 如图, 下面的平面图形绕轴旋转一周, 可以得到圆柱体的是 ()。



【变式1】纸片和小棒做成下面的小旗，快速旋转小棒，想象纸片旋转所形成的图形是（ ）。

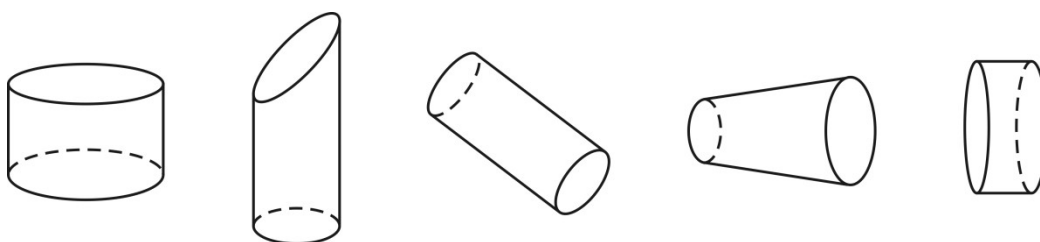


【变式2】下图是一个长方形，沿着它的一条对称轴旋转一周得到的立体图形是一个（ ）



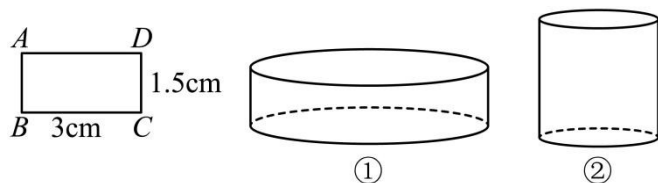
- A. 圆锥 B. 圆柱 C. 长方体 D. 球

【变式3】下列图形中，有几个圆柱体（ ）



- A. 0 B. 3 C. 2 D. 1

【变式4】沿长方形 $ABCD$ 的一条边旋转一周，形成下面的两个圆柱。



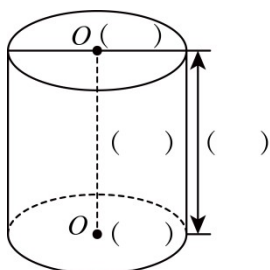
(1) 圆柱①是以 边所在的直线为轴旋转而成的，高是 cm，底面半径是 cm。

(2)圆柱②是以_边所在的直线为轴旋转而成的，高是_cm，底面半径是_cm。

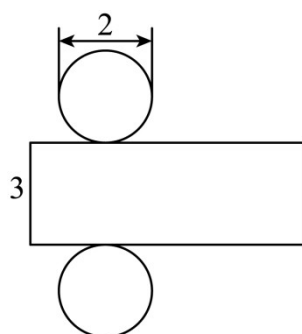
题型 02 圆柱的基本概念

【典例 1】圆柱的上、下两面都是_____形，而且大小_____，圆柱的侧面沿高展开是_____形或_____形，它的一边是圆柱的_____，相邻的另一边是圆柱的_____。一个圆柱体有_____条高。

【变式 1】 圆柱的组成。



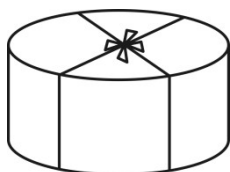
【变式 2】 在航天科技领域，为了给航天器内的精密仪器设计冷却管道，工程师绘制出了如图所示的管道表面展开图。



(1)该几何体的名称是_____，其底面半径为_____，上底面周长为_____。

(2)根据图中所给信息，求该几何体的侧面积。（结果保留 π ）

【变式 3】 一个圆柱形蛋糕盒的底面直径是40cm，高是25cm，用彩绳捆扎蛋糕盒，打结处需要彩绳20cm（如图），捆扎这个蛋糕共需要_____cm彩绳。



【变式4】一个长5cm、宽3cm的长方形，以长为轴旋转一周，形成的圆柱的底面半径是_____cm，高是_____cm。

题型 03 圆柱的侧面展开图

【典例1】圆柱的体积是³⁰立方厘米，底面积是⁶平方厘米，高是_____厘米。一个圆柱的底面周长是10厘米，高是1.5厘米，它的侧面积是_____平方厘米。

【变式1】矩形 $ABCD$ ， $AB=4$ ， $BC=3$ ，以直线 AB 为轴旋转一周所得到的圆柱侧面积为（ ）

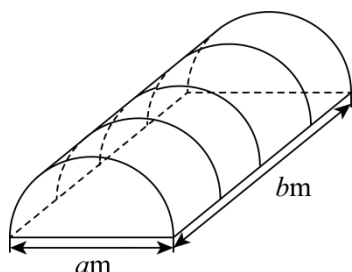
- A. 20π B. 24π C. 28π D. 32π

【变式2】把一个圆柱形食品罐头的侧面包装纸展开，得到一个正方形，这个圆柱形罐头的底面半径是⁵厘米，圆柱形罐头的高是（ ）。

- A. 31.4 厘米 B. 15.7 厘米 C. 78.5 厘米 D. 10 厘米

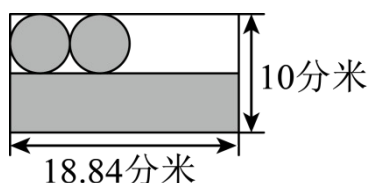
【变式3】一个圆柱的侧面积是^{188.4}平方分米，底面半径是²分米。它的高是多少分米？

【变式4】如图，用塑料薄膜搭建一个截面为半圆的暖房，至少需要塑料薄膜_____平方米。



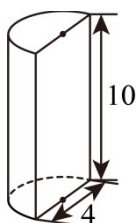
题型 04 圆柱的表面积

【典例1】有一张长方形铁皮按如图剪下阴影部分制成圆柱体，这个圆柱体的表面积是_____平方分米。

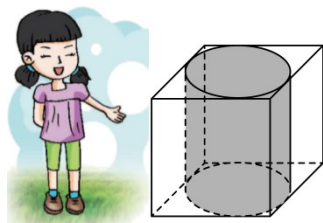


【变式1】长为⁴，宽为²的长方形绕其中一边旋转所构成几何体的表面积为多少？（结果保留 π ）

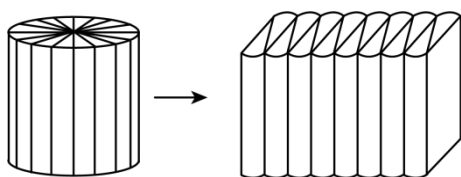
【变式2】 下面是一个圆柱沿着底面直径竖直对半切开后的图形，求它的表面积。（单位：cm）



【变式3】 把一个棱长8厘米的正方体削成一个最大的圆柱，这个圆柱的表面积是多少？



【变式4】 如图，把一个底面半径是8cm的圆柱，切拼成一个近似的长方体，长方体的表面积比原来增加了 80cm^2 ，原来圆柱的高是（ ）cm。



A. 10π

B. 10

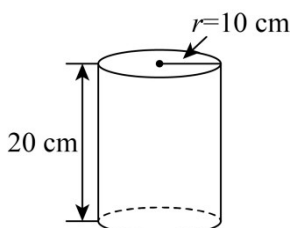
C. 5

D. 5π

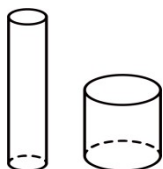
题型 05 圆柱的侧面展开图

【典例1】 圆柱的体积是 30 立方厘米，底面积是 6 平方厘米，高是_____厘米。一个圆柱的底面周长是 10 厘米，高是 1.5 厘米，它的侧面积是_____平方厘米。

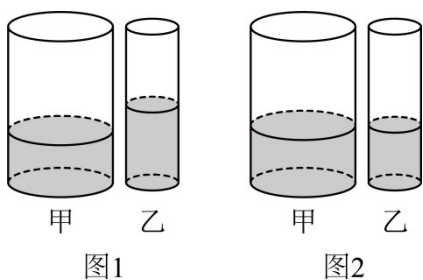
【变式1】 分别计算圆柱的表面积和体积（结果保留 π ）。



【变式2】 两个圆柱体容器如图所示，它们的底面直径分别为 4cm 和 8cm ，高分别为 20cm 和 9cm 。先在右侧容器中倒满水，然后把右侧容器的水向左侧容器倒，当左侧容器倒满水后，求：此时右侧容器的水面高为多少cm？



【变式3】有甲、乙两个圆柱形容器，从里面量得它们的半径分别是 10 厘米和 5 厘米，两个容器的水深分别是 10 厘米和 15 厘米。

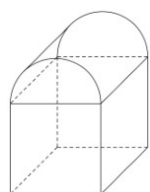


- (1)甲、乙两个容器分别装有多少毫升的水？
- (2)如果将乙容器中的一部分水倒入甲容器，使得两个容器的水面一样高。这时水深为多少厘米？

【变式4】把一个底面直径为 40mm 、高为 300mm 的圆柱形塑料杯装满水，再把水倒入一个底面直径为 50mm 的圆柱形玻璃杯中（没有溢出）。求这个玻璃杯中水的高度。

题型 06 圆柱的综合题

【典例1】有一个如图所示的箱子，其上半部分的形状是一个圆柱的一半，下半部分是以一个棱长为 1 米的正方体，已知每涂 1 平方米需要油漆 0.5 千克，那么要把这个箱子的外表面都涂上油漆，共需要油漆__
千克。（ π 取 3.14 ）



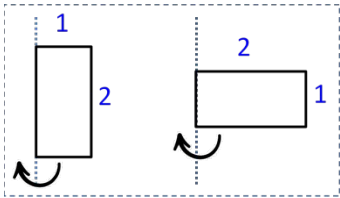
【变式1】圆柱、正方体和长方体的底面周长相等，高也相等，则（ ）的体积最大。

- A . 圆柱 B . 正方体 C . 长方体 D . 都一样

【点睛】解答此题的关键是明确：在平面图形中，当圆的周长、正方形的周长、长方形的周长相等时，圆

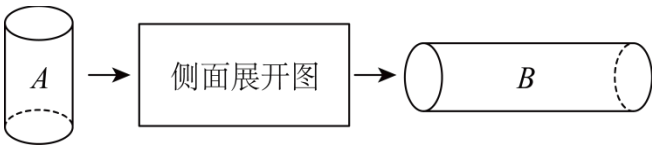
的面积最大。

【变式 2】 下图这个长方形的长是 2 厘米，宽是 1 厘米。分别以长和宽为轴旋转一周，得到两个圆柱。这两个圆柱的 ()。

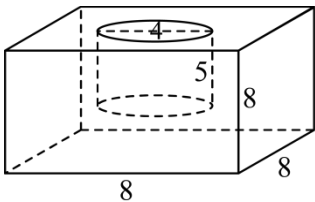


- A . 体积相等
- B . 底面积相等
- C . 表面积相等
- D . 侧面积相等

【变式 3】 如图，用高为 6cm、底面直径为 4cm 的圆柱 A 的侧面展开图，围成不同于圆柱 A 的另一个圆柱 B，则圆柱 B 的体积多少？



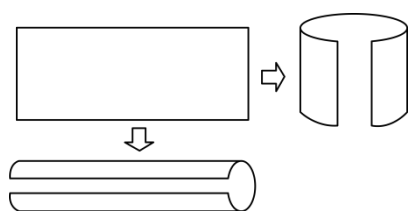
【变式 4】 求图形的表面积和体积 (单位：厘米)



强化训练

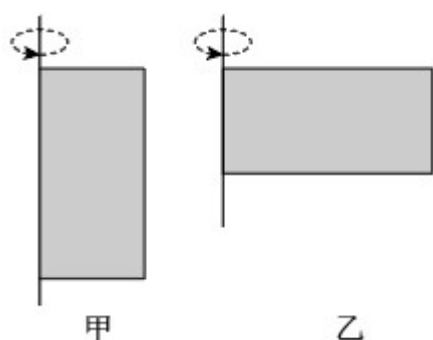
一、单选题

1 . 笑笑将一张长方形纸分别沿其长和宽围成两个不同的圆柱形纸筒，若给这两个纸筒都配上两个底面，则这两个圆柱相比较，它们 () (如图，接头处尽可能不重叠)



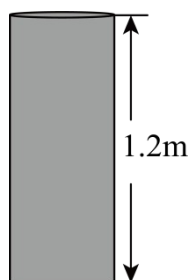
- A . 体积相等，表面积也相等 B . 体积不相等，表面积相等
C . 体积相等，表面积不相等 D . 体积不相等，表面积也不相等

2 . 如图，长方形的长是⁴厘米，宽是²厘米．分别以长边和宽边所在的直线为轴，旋转一周可以得到两个不同的圆柱．这两个圆柱的体积 ()



- A . 甲大 B . 乙大
C . 同样大 D . 无法判断谁大

3 . 张阿姨买了一个圆柱形透明玩具收纳桶 (如图) ，这个收纳桶的侧面积是¹¹³⁰⁴cm²，这个收纳桶的底面周长是 () cm .



- A . 9420 B . 706.5 C . 2826 D . 94.2

4 . 学校要制作¹⁰节圆柱形铁皮通风管，每节通风管的底面直径为^{0.6}米，长²米，做这些通风管至少需要 () 平方米的铁皮 .

- A . 3.768 B . 5.5652 C . 43.332 D . 37.68

5. 做一根长³米的圆柱形通风管，横截面直径是0.2米，做这根通风管至少需要材料()平方米。

- A . 1.884 B . 3.768 C . 18.84 D . 37.68

6. 有一支牙膏的口子直径为5mm，小丽每次挤出1cm长，共挤了³⁶次用完，后来公司把直径改为6mm，小丽还是每次挤出1cm长，挤了()次用完。

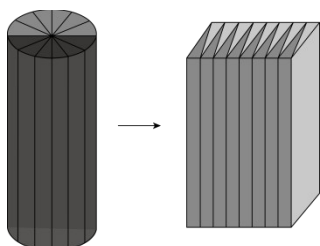
- A . 32 B . 30 C . 28 D . 25

二、填空题

7. 把一个底面直径是⁴厘米圆柱体的侧面展开后，正好得到一个正方形，圆柱体的高是_____厘米。

8. 一个长方形的长是⁴cm，宽是²cm，以它的一边为轴旋转一周，所得到的圆柱的表面积为____
cm²。

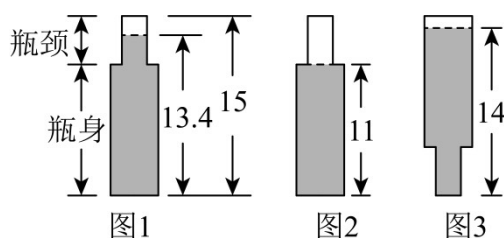
9. 如图所示，把一个圆柱的底面平均分成若干个扇形，然后切开拼成一个近似的长方体，表面积比原来增加了²⁰⁰平方厘米。已知这个圆柱的高为²⁰厘米，则这个圆柱的体积是_____立方厘米($\pi \approx 3.14$)



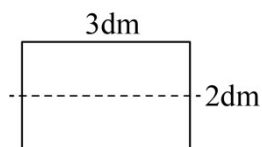
10. 如图所示，将一个长为12dm、宽为6dm的长方形铁片沿宽卷成一个圆桶，另加一个底面，则这个圆桶的最大容积是_____ (π 取³)。



11. 一个容积为600ml的瓶子未开封时相关数据如图1所示。将溶液倒出部分后，液面恰好在瓶身与瓶颈的交接处，此时溶液高度为11cm (如图2)。将图2中的瓶子倒放时，溶液高度为14cm (如图3)。则图2中溶液的体积为_____ ml，图1中溶液的体积为_____ ml。

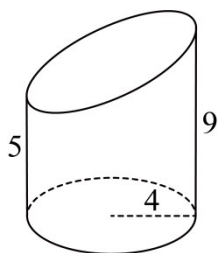


12. 如图，长方形的长是 3dm ，宽 2dm ，图中的虚线是长方形的宽的中点连线，以虚线为轴旋转一周，所形成的立体图形的表面积是_____ dm^2 ，体积是_____ dm^3 。

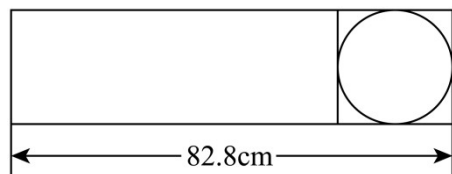


三、解答题

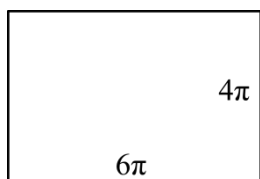
13. 求图中的体积（单位：厘米）。



14. 如下图：用一张长 82.8 厘米、宽 10 厘米的铁皮，剪下一个最大的圆做圆柱的底面，剩下的部分围在底面上做成一个无盖的铁皮水桶，算一算这个铁皮水桶的容积是多少？（铁皮厚度不计）。



15. 已知一个圆柱的侧面展开图是如图所示的长方形，长为 6π ，宽为 4π ，那么这个圆柱底面圆的半径是多少？



16. 一个圆柱形水池，从里面量得底面直径是 8 米，深 3.5 米。

(1) 在这个水池的底面和四周抹上水泥，抹水泥部分的面积是多少平方米？

(2) 这个水池最多能蓄水多少吨？（ 1 立方米水重 1 吨）