

专题 02 相交线与平行线

考点归纳

考点 01 两直线相交

考点 02 两直线垂直

考点 03 命题、定理与证明

考点 04 两直线平行

考点 05 平行线中的倒角模型

考点专练

题型一 两直线相交

解 | 题 | 技 | 巧

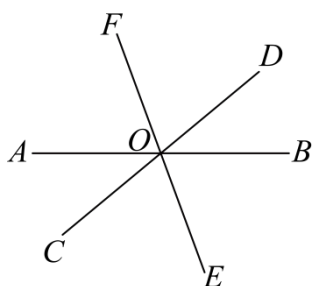
1. 利用对顶角相等、邻补角和为 180° 列等式求角度。
2. 已知一个角，快速求其余三个角。

易 | 错 | 点 | 拨

1. 别把“对顶角”和“邻补角”概念弄混。
2. 角度的计算结果容易漏写单位“ $^\circ$ ”或度。

1. (24-25 七年级下·上海普陀·期中) 已知 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是对顶角，且 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互余，那么 $\angle 1 = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.

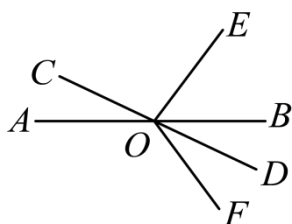
2. (24-25 七年级下·全国·期中) 如图，直线 AB ， CD ， EF 相交于点 O .



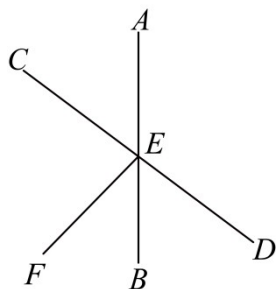
(1) $\angle AOD$ 的对顶角是 $\underline{\hspace{1cm}}$ ， $\angle AOC$ 的邻补角是 $\underline{\hspace{1cm}}$ ；

(2) 若 $\angle AOD = 140^\circ$ ， $\angle COF = 110^\circ$ ，求 $\angle AOF$ 的度数 .

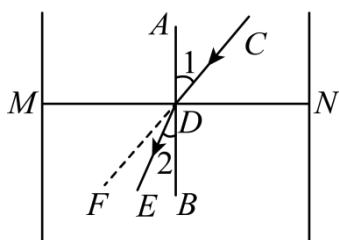
3. (23-24 七年级下·辽宁丹东·期中) 如图，直线 AB, CD 相交于点 O ， OE, OF 分别在 $\angle BOC$ 和 $\angle AOD$ 内部， OD 平分 $\angle BOF$ 。



- (1) 若 $\angle BOF = 50^\circ$ ， $\angle COE = 110^\circ$ ，求 $\angle BOE$ 的度数；
- (2) 若 OB 平分 $\angle EOF$ ， $\angle AOC : \angle AOF = 1:7$ ，求 $\angle COE$ 的度数。
4. (24-25 七年级上·上海徐汇·期末) 如图，直线 AB, CD 相交于 E ， $EF \perp CD$ ，垂足为 E 。当 $\angle BEF = 33^\circ$ 时， $\angle AEC =$ _____。



5. (24-25 八年级上·广东广州·月考) 当光线从空气中射入某种液体中时，光线的传播方向发生了变化，在物理学中这种现象叫做光的折射。如图， MN 为液面， $AB \perp MN$ 于点 D ，一束光线沿 CD 射入液面，在点 D 处发生折射，折射光线为 DE ，点 F 为 CD 的延长线上一点，若入射角 $\angle 1 = 50^\circ$ ，折射角 $\angle 2 = 36^\circ$ ，则 $\angle EDF$ 的度数为_____。



题型二 两直线垂直

答 | 题 | 模 | 板

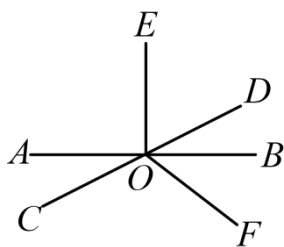
1. 看到垂直直接写夹角等于 90° ；

2. 判定两条直线垂直通常就要证明它们的夹角等于 90° .

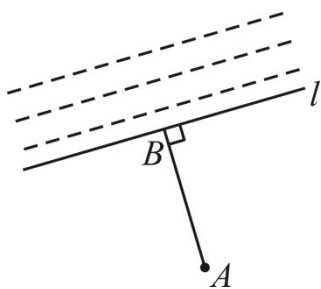
易 | 错 | 点 | 拨

在计算和推理时判定两条直线是否垂直不能凭“目测”——看起来像垂直，必须要有依据。

1. (24-25 七年级下·上海嘉定·期末) 如图，直线 AB 、 CD 相交于点 O ， OD 平分 $\angle EOF$ ， $OE \perp AB$ 。如果 $\angle BOF = 28^\circ$ ，那么 $\angle COF = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ 。

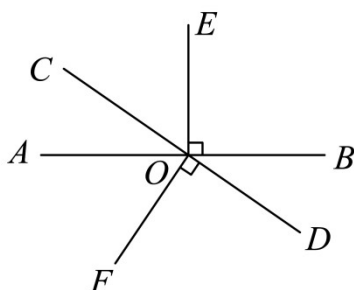


2. (24-25 七年级下·全国·期中) 如图，要在河岸 l 上建一个水泵房引水到 A 处。可过点 A 作 $AB \perp l$ 于点 B ，则将水泵房建在 B 处最节省水管长度，其数学道理是 ()



- A. 两点之间线段最短
B. 点到直线之间的距离垂线段最短
C. 两点确定一条直线
D. 垂直距离最短

3. (24-25 七年级下·全国·期中) 如图，已知直线 AB 与 CD 相交于点 O ， $EO \perp AB$ ， $FO \perp CD$ ，垂足均为 O 。若 $\angle AOC = 35^\circ$ ，则 $\angle EOF$ 的度数为 ()



- A. 155° B. 145° C. 130° D. 125°

4. (25-26 七年级上·上海·期中) 如图，直线 AB 和 CD 相交于点 O ， OE 把 $\angle AOC$ 分成两部分，且

$\angle AOE : \angle COE = 2:3$, OF 平分 $\angle BOE$.

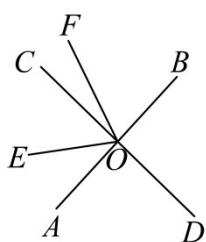


图1

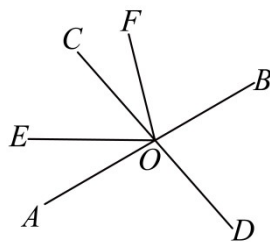


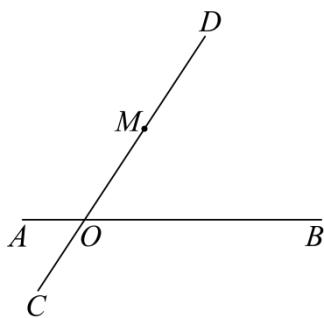
图2

(1) 如图 1 , 如果 $AB \perp CD$, 求 $\angle BOF$ 的度数 ;

(2) 如图 2 , 如果 $\angle BOF = \angle AOC + 12^\circ$, 则 $\angle BOF$ 的度数为_____ .

5. (23-24 七年级下·上海金山·期中) 按下列要求画图并填空 :

如图 , 直线 AB 和 CD 相交于点 O , M 是 CD 上的一点 ,



(1) 过点 M 画出直线 CD 的垂线 , 交直线 AB 于点 N ;

(2) 过点 M 画出直线 AB 的垂线 , 垂足为点 F ;

(3) 点 M 到点 N 之间的距离是线段_____的长 ;

(4) 点 O 到直线 MN 的距离是线段_____的长 .



题型三 命题、定理、定理

答 | 题 | 模 | 板

- 命题先折成**“如果……那么……”** , 分清题设和结论。
- 判断真假 : 真要说理 , 假举反例即可。

易 | 错 | 点 | 拨

改写命题时，容易漏写主语、条件写反。

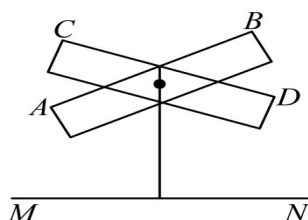
1. (24-25 七年级下·上海·月考) 下列叙述正确的是 ()

- A. 过直线外一点可作两条直线与已知直线平行
- B. 直线外一点到这条直线的垂线的长度叫作点到直线的距离
- C. 过一点与已知直线垂直的直线有且只有一条
- D. 如果两条直线不垂直，那么这两条直线平行

2. (24-25 七年级下·上海崇明·期中) 下列命题①互为补角的两个角都是锐角；②相等的角是对顶角；③两条直线被第三条直线所截，内错角相等；④在同一平面内，平行于同一条直线的两条直线平行；⑤在同一平面内，过一点有且只有一条直线与已知直线垂直．是真命题的个数为 ()

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

3. (24-25 七年级下·全国·单元测试) 如图，当风车的一片叶子 AB 旋转到与地面 MN 平行时，叶子 CD 所在的直线与地面 MN _____，理由是_____。



4. (24-25 七年级下·上海杨浦·期中) 下列命题的逆命题是假命题的是 ()

- A. 若 $a > b$ ，则 $a + c > b + c$
- B. 若 $a > b$ ，则 $-a - c < -b - c$
- C. 若 $a > b$ ，则 $ac > bc$
- D. 若 $a > b$ ，则 $ac^2 > bc^2$

5. (24-25 七年级下·上海虹口·期末) “和为钝角的两个角都是锐角”的逆命题是_____

6. (2025·江苏扬州·一模) 要说明命题“若 $a^2 = 4$ ，则 $a > 2$ ”是假命题，请举出一个反例： $a =$ _____。

题型四 两直线平行

答 | 题 | 模 | 板

1. 由角的关系推平行（判定），由平行推角的关系（性质）。

2. 多线平行时，用平行传递性： $a \parallel b, b \parallel c \Rightarrow a \parallel c$ 。

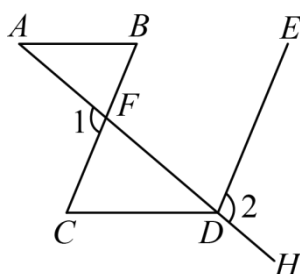
易 | 错 | 点 | 拨

1. 判定和性质互逆，经常用反。

2. 只有两直线平行，同旁内角才互补，不平行不能用。

1. (24-25 七年级下·上海浦东新·期末) 完成下列证明：

已知： $\angle B + \angle CDE = 180^\circ$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ，求证： $AB \parallel CD$ 。



证明： $\because \angle 1 = \angle BFD$ (①____)，

又： $\because \angle 1 = \angle 2$ ，

$\therefore \angle BFD = \angle 2$ ，

$\therefore BC \parallel$ ②____ (③____)。

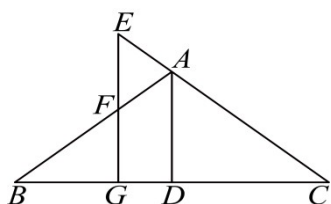
$\therefore \angle C +$ ④____ $= 180^\circ$ (⑤____)。

$\because \angle B + \angle CDE = 180^\circ$ (已知)，

$\therefore \angle B = \angle C$ 。

$\therefore AB \parallel CD$ (⑥____)。

2. (24-25 七年级下·上海虹口·期末) 已知：如图， $\triangle ABC$ 中， $AD \perp BC$ 于点 D ， $EG \perp BC$ 于点 G ，线段 $AE = AF$ ，点 E 、 A 、 C 在同一直线上，求证： AD 平分 $\angle BAC$ 。请把以下证明过程补充完整。



证明： $\because AD \perp BC$ 于点 D ， $EG \perp BC$ 于点 G ，

$\therefore \angle EGC = \angle ADC = 90^\circ$

$\therefore EG \parallel AD$ ()

$\therefore \angle E =$ () ,

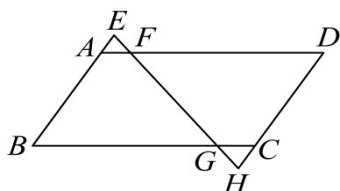
$\angle EFA =$ ()

$\therefore AE = AF$,

$\therefore \angle E =$ ()

$\therefore \angle BAD = \angle CAD$, 即 AD 平分 $\angle BAC$.

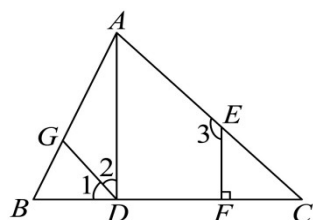
3. (24-25 七年级下·上海崇明·期中) 四边形 $ABCD$ 中, 点 F , 点 G 分别是 AD , BC 上一点, 直线 FG 分别交 BA , DC 的延长线于 E , H . $\angle AFE = 50^\circ$, $\angle FGC = 130^\circ$;



(1) 求证 : $AD \parallel BC$;

(2) 若 $\angle B = \angle D$, 那么 AB 会和 CD 平行吗? 为什么?

4. (24-25 七年级下·上海奉贤·期中) 阅读 :



如图, 已知 $EF \perp BC$, $\angle 1 = \angle C$, $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$. 求证 : $AD \perp BC$.

证明 : 因为 $\angle 1 = \angle C$,

所以 $GD \parallel AC$ (依据) ,

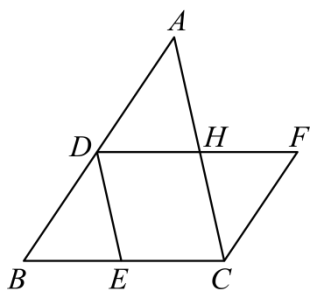
所以 $\angle CAD = \angle 2$ (依据) ,

(1) 补说依据

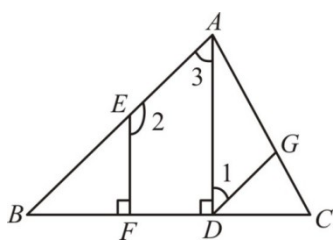
(2) 请继续完成本题的证明过程 .

5. (24-25 七年级下·上海闵行·期中) 如图, 点 D 、 E 、 H 分别在线段 AB 、 BC 、 AC 上, 连接 DE , 过点 C

画 CF 交 DH 的延长线于点 F ，且满足 $\angle BDE = \angle FCA$ ，若 $BC \parallel DF$ ， $\angle B = \angle F$ ，求证 $DE \parallel AC$ 。



6. (22-23 七年级上·四川乐山·期末) 如图， $AD \perp BC$ 于 D ， $EF \perp BC$ 于 F ， $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ 。



求证： $\angle CAB = \angle CGD$ 。

7. (24-25 七年级下·上海静安·期中) 如图 1，数学课上老师将一副三角板按图中所示位置摆放，点 F 在直线 AC 上，且 $ED \parallel AC$ ， DF 与 AB 相交于点 G ，其中 $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ， $\angle BAC = 30^\circ$ ， $\angle EFD = 90^\circ$ ， $\angle DEF = \angle EDF = 45^\circ$ 。

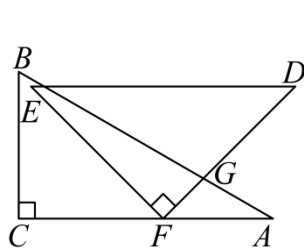


图1

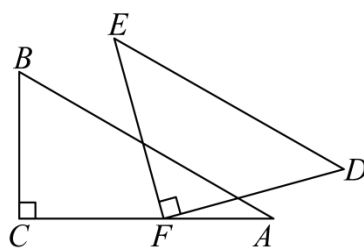
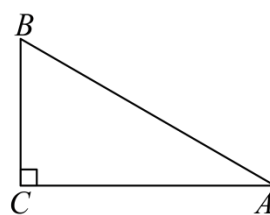


图2



备用图

(1) 求此时 $\angle DGA$ 的度数；

(2) 如图 2，若三角板 DEF 绕点 F 按顺时针方向旋转，当 $ED \parallel AB$ 时，求此时 $\angle DFA$ 的度数；

(3) 在 (2) 的前提下，三角板 DEF 绕 F 点按逆时针方向以每秒 5° 的速度旋转，设旋转的时间为

t ($0 < t < 72$) 秒，当三角板 DEF 第一次回到图 2 的位置时，在这个旋转过程中，是否还存在三角板 DEF 的某一条边与 AB 平行的情况？若存在，请求出所有满足题意的 t 值；若不存在，请说明理由。

题型五 平行线中的倒角模型

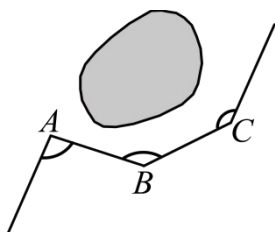
答 | 题 | 模 | 板

1. 平行线中的导角模型包括内拐和外拐。
2. 通常添加一条平行线，将问题转化为两直线平行同位角相等、内错角相等、同旁内角互补等问题。

易 | 错 | 点 | 拨

一定要先有平行，后有三线八角

1. (24-25 七年级下·上海浦东新·期中) 一条公路修到湖边时，需拐弯绕道而过，第一次拐弯 $\angle A$ 的度数为 95° ，第二次拐弯 $\angle B$ 的度数为 135° ，到了点 C 后需要继续拐弯，此次拐弯后与第一次拐弯之前的道路平行，则 $\angle C$ 的度数为 ()



- A . 145° B . 140° C . 120° D . 115°

2. (24-25 七年级下·上海黄浦·期中) 如图①，已知长方形纸带 $ABCD$ ， $AB \parallel CD$ ， $AD \parallel BC$ ， $\angle C = 90^\circ$ ，点 E 、 F 分别在边 AD ， BC 上， $\angle 1 = 30^\circ$ ，如图②，将纸带先沿直线 EF 折叠后，点 C 、 D 分别落在 H 、 G 的位置，如图③，将纸带再沿 FS 折叠一次，使点 H 落在线段 EF 上点 M 的位置，那么 $\angle 2$ 的度数为 _____ .

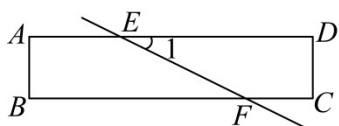


图1

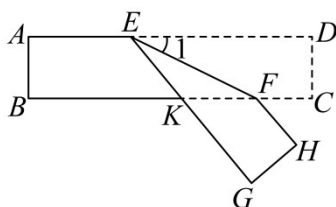


图2

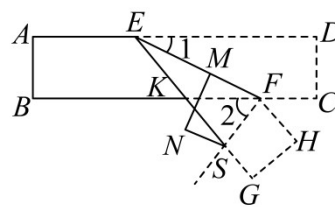


图3

3. (24-25 七年级下·重庆·月考) 如图，已知 $AB \parallel CD$ ， P 是直线 AB ， CD 间的一点， $PF \perp CD$ 于点 F ， PE 交 AB 于点 E ， $\angle FPE = 120^\circ$.

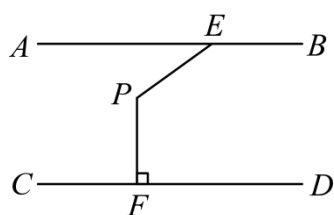


图1

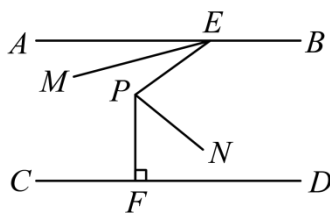


图2

(1) $\angle AEP = \underline{\quad}$.

(2) 如图2，射线 PN 从 PF 出发，以每秒 45° 的速度绕 P 点按逆时针方向旋转，当 PN 垂直 AB 时，立刻按原速返回至 PF 后停止运动；射线 EM 从 EA 出发，以每秒 20° 的速度绕 E 点按逆时针方向旋转至 EB 后停止运动，若射线 PN ，射线 EM 同时开始运动，设运动时间为 t 秒。

①当 $\angle MEP = 10^\circ$ 时，请求出 $\angle EPN$ 的度数；

②当 $EM \parallel PN$ 时，请求出 t 的值。

4. (24-25 七年级下·福建福州·期中) 已知点 A, B, C, D, E 均为定点，直线 $AB \parallel CD$ ，点 P 为射线 EA 上一个动点 (点 P 不与点 A 重合)，连接 PC 。

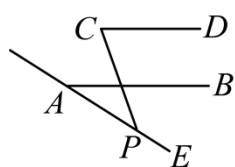


图1

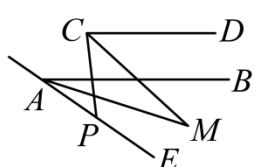


图2

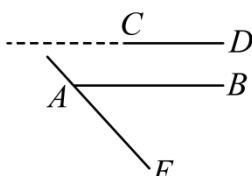
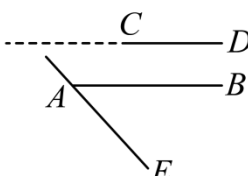


图3



备用图

(1) 如图1，当点 P 在线段 AE 上时，若 $\angle A = 30^\circ$ ， $\angle C = 72^\circ$ ，求 $\angle APC$ 的度数。

(2) 点 M 为直线 CD 下方的动点，连接 CM ，使得 CM 平分 $\angle DCP$ ，

①如图2，当点 P 在线段 AE 上时，连接 AM ，若 AM 平分 $\angle BAE$ ，探究 $\angle AMC$ 与 $\angle APC$ 之间的数量关系，并证明；

②如图3，当点 P 在直线 CD 的下方运动时 (点 P 在射线 EA 上)，射线 PN 平分 $\angle APC$ ，点 K 在直线 CD 的下方，且满足射线 $CK \parallel PN$ ，若 $\angle BAE = 34^\circ$ ，请直接写出 $\angle MCK$ 的度数。

5. (24-25 七年级下·山西·期末) 在学习了平行线的性质后，老师请同学们证明命题：两条平行线被第三

条直线所截，一组同旁内角的平分线互相垂直．

小颖根据命题画出图形并写出如下的已知条件．

已知：如图 1， $AB \parallel CD$ ，直线 EF 分别交 AB ， CD 于点 E ， F ． $\angle BEF$ 的角平分线 EG 与 $\angle DFE$ 的角平分线 FG 交于点 G ．

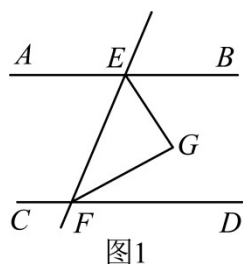


图1

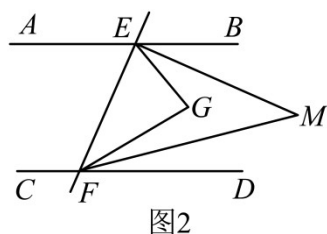


图2

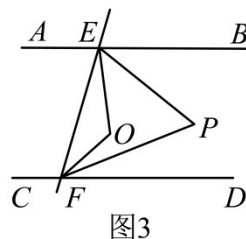


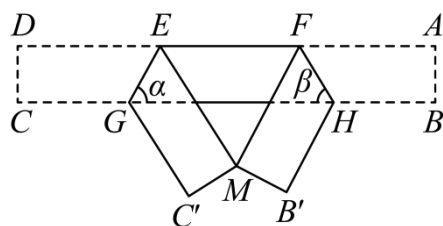
图3

(1) 直线 EG ， FG 有何位置关系？直接写出结论_．

(2) 在图 1 的基础上，分别作 $\angle BEG$ 的角平分线 EM 与 $\angle DFG$ 的角平分线 FM 交于点 M ，得到图 2，求 $\angle EMF$ 的度数．

(3) 如图 3， $AB \parallel CD$ ，直线 EF 分别交 AB ， CD 于点 E ， F ，点 O 在直线 AB ， CD 之间，且在直线 EF 右侧， $\angle BEO$ 的角平分线 EP 与 $\angle DFO$ 的角平分线 FP 交于点 P ，请直接写出 $\angle EOF$ 与 $\angle EPF$ 满足的数量关系_．

6. (24-25 七年级下·上海·期末) 如图，现有一张长方形纸片 $ABCD$ ，点 E ， F 在 AD 上，点 G ， H 在 BC 上，分别沿 EG ， FH 折叠，使点 D 和点 A 都落在点 M 处，点 C 的对应点为点 C' ．点 B 对应点为点 B' ．若 $\angle \alpha + \angle \beta = 132^\circ$ ，则 $\angle C'MB'$ 的度数为 ()



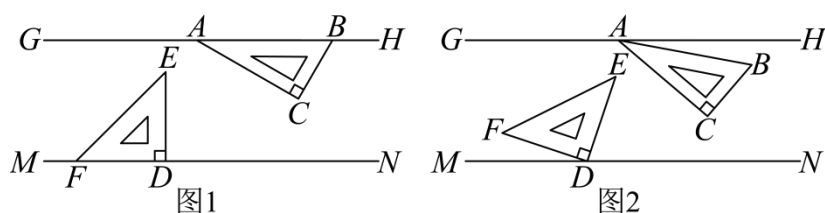
A . 104°

B . 106°

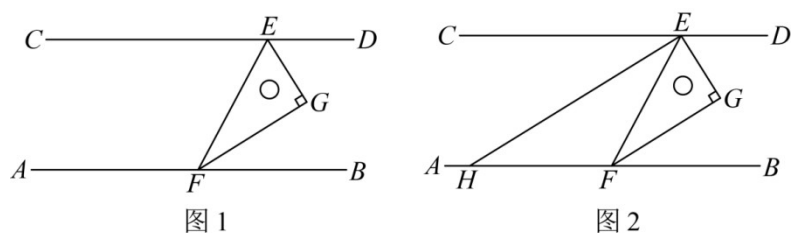
C . 96°

D . 132°

7. (24-25 七年级下·上海青浦·期末) 将一副三角尺如图 1 所示摆放， AB 、 FD 分别在直线 GH 、 MN 上， $\angle BAC = 30^\circ$ ， $\angle E = 45^\circ$ ，直线 $GH \parallel MN$ ．现将三角尺 ABC 绕点 A 以每秒 1° 的速度顺时针旋转，同时三角尺 DEF 绕点 D 以每秒 2° 的速度顺时针旋转，如图 2，设时间为 t 秒，当 $0 \leq t \leq 180$ 时，如果边 BC 与三角尺 DEF 的一条直角边平行（旋转过程中三角尺任意两边所在的直线不重合），那么所有满足条件的 t 的值为



8. (24-25 七年级下·上海闵行·期中) 如图, $CD \parallel AB$, 现将一块含 30° 的三角板 EFG 按如图 1 放置, $\angle G = 90^\circ$, $\angle EFG = 30^\circ$, 使点 E 、 F 分别在直线 CD 、 AB 上, 设 $\angle GFB = \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$).



(1) 求 $\angle DEG + \angle GFB$ 的度数;

(2) 如果 $\angle CEF$ 的角平分线 EH 交直线 AB 于点 H , 如图 2.

① 当 $EH \parallel FG$ 时, 求 α 的度数;

② 在①的条件下, 如果点 P 是射线 EC 上的一点, 将三角板 EFG 绕着点 E 以每秒 1° 的速度进行顺时针旋转, 同时射线 PC 绕着点 P 以每秒 4° 的速度进行顺时针旋转, 射线 PC 旋转一周后停止转动, 同时三角板 EFG 也停止转动. 当旋转多少时间时, CP 与 $\triangle EFG$ 的一边平行?