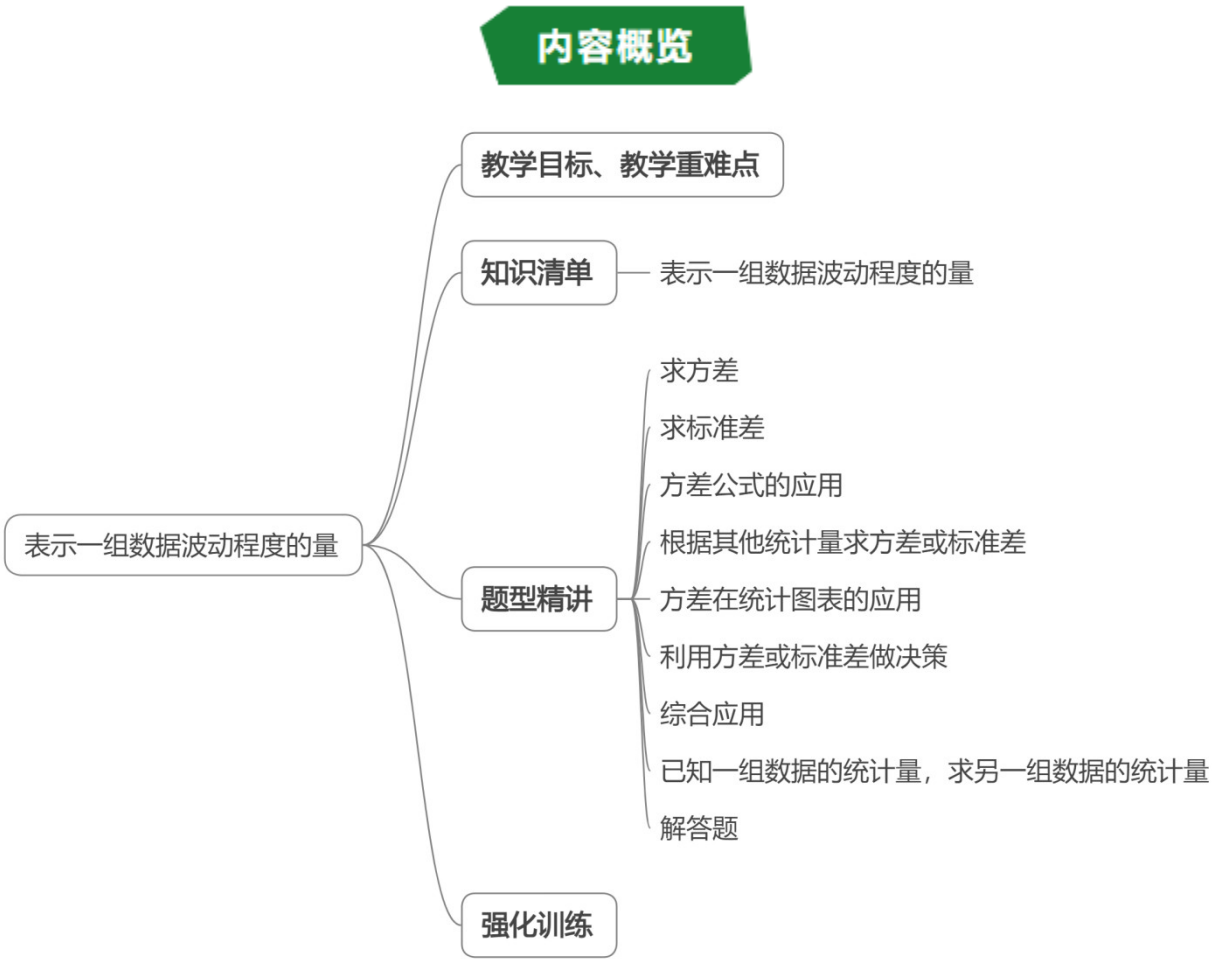


专题 28.5 表示一组数据波动程度的量



教学目标、教学重难点

教学目标	1. 了解方差与标准差的概念，并学会计算； 2. 学会用方差决策； 3. 掌握用计算器计算方差、标准差。
教学重难点	1.重点 (1) 计算方差、标准差； (2) 方差、标准差与其他统计量综合； (3) 方差在统计图表中的应用。 2.难点 (1) 已知一组数据的统计量，求另一组数据的统计量；

(2) 方差的综合应用。

知识清单

知识点1 表示一组数据波动程度的量

一、*极差、方差和标准差

用一组数据中的最大值减去最小值所得的差来反映这组数据的变化范围，用这种方法得到的差称为***极差**，***极差** = 最大值 - 最小值。

要点：极差是最简单的一种度量数据波动情况的量，它受极端值的影响较大。一组数据极差越小，这组数据就越稳定。

方差是反映一组数据的整体波动大小的特征的量。方差 s^2 的计算公式是：

$$S^2 = \frac{1}{n} \left[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2 \right]$$

要点：(1) 方差反映的是一组数据偏离平均值的情况。方差越大，数据的波动越大；方差越小，数据的波动越小。

(2) 一组数据的每一个数都加上（或减去）同一个常数，所得的一组新数据的方差不变。

(3) 一组数据的每一个数据都变为原来的 k 倍，则所得的一组新数据的方差变为原来的 k^2 倍。

方差的算术平方根叫做这组数据的**标准差**，用符号 s 表示，即：

$$S = \sqrt{\frac{1}{n} \left[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2 \right]}$$

；标准差的单位与原数据一致。

二、*极差、方差和标准差的联系与区别

联系：*极差与方差、标准差都是表示一组数据离散程度的特征数。

区别：*极差表示一组数据波动范围的大小，它受极端数据的影响较大；方差反映了一组数据与其平均值的离散程度的大小。方差越大，稳定性也越小；反之，则稳定性越好。所以一般情况下只求一组数据的波动范围时用极差，在考虑到这组数据的稳定性时用方差。

三、用样本估计总体

在考察总体的平均水平或方差时，往往都是通过抽取样本，用样本的平均水平或方差近似估计得到总体的平均水平或方差。

要点：(1) 如果总体数量太多，或者从总体中抽取个体的试验带有破坏性，都应该抽取样本。取样必须具有尽可能大的代表性。

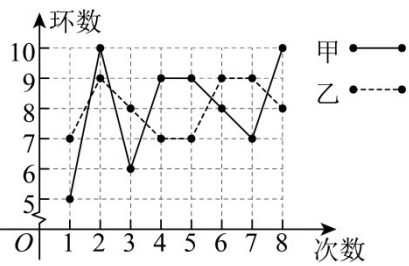
(2) 用样本估计总体时，样本容量越大，样本对总体的估计也越精确。样本容量的确定既要考虑问题本身的需要，又要考虑实现的可能性所付出的代价。

四、用计算器计算方差、标准差

序号	步骤	按键	屏幕显示
1	进入统计模式	MODE 2	屏幕上方出现“SD”
2	清除存储旧内容	SHIFT CLR 1 =	stat clear 0
3	输入-2	(-) 2 DT	n= 1
4	输入2个0	0 DT DT	n= 3
5	输入3个1	1 SHIFT ; 3 DT	n= 6
6	求 s	SHIFT S-VAR 2 =	σn 1.067187373
7	求 s^2	X^2 =	1.138888889

【即学即练】

1. 计算数据 3, 4, 5, 6, 7 的标准差为_____.
2. 为了增强学生的体质，海燕老师组织本班学生进行投篮比赛，每人投 5 次，现从班级 45 人中随机抽取 5 名同学的投中次数，得到数据如下：5, 5, 4, 3, 3，则样本的方差是 ()
- A. 0.8 B. 0.7 C. 1 D. 0.9
3. 若一组数据 4, 5, x , 6, 7 的平均数是 5，则这组数据的方差为 () .
- A. 4 B. 5 C. 2 D. $\sqrt{2}$
4. 甲、乙两位射击运动员在一次射击训练中的射击成绩如下折线统计图. 设甲、乙两组数据的方差分别为 $s_{\text{甲}}^2$ 、 $s_{\text{乙}}^2$ ，则 $s_{\text{甲}}^2$ _____ $s_{\text{乙}}^2$ (填“>”“=”或“<”).



5. 某同学根据体育素质测试成绩，对某小组 5 名同学的成绩 (单位：分) 进行统计 (如下表)，其中有两个数据被遮盖 .

编号	1	2	3	4	5	方	平均成绩
----	---	---	---	---	---	---	------

						差	
成绩	38	34	■	37	40	■	37

被遮盖的两个数据依次是 ()

- A . 35 , 2 B . 36 , 4 C . 35 , 3 D . 36 , 3

6 . 一组数据 : 3 , 3 , 3 , 5 , 9 , 11 , 13 . 若加入一个整数 a , 一定不会发生变化的统计量是 ()

- A . 平均数 B . 中位数 C . 方差 D . 众数

题型精讲

题型 01 求方差

【典例 1】 . 数据 $2, 1, 1, 0, 1$ 的方差为_____ .

【变式 1】 . 已知一组数据为 $2, 3, 4, 5, 6$, 则该组数据的方差为_____ .

【变式 2】 . 已知一组数据 $136, 138, 139, 137, 140$, 则该组数据的方差为_____ .

题型 02 求标准差

【典例 1】 . 数据 $-1, 0, 1, 2, 3$ 的标准差为_____ .

【变式 1】 . 已知一组数据 : $2, 3, 4, 5, 6$, 则这组数据的标准差是 ____ .

【变式 2】 . 一组数 $99, 97, 96, 98, 95$ 的标准差是_____ .

题型 03 方差公式的应用

【典例 1】 . 计算一组数据的方差的式子为 $s^2 = \frac{1}{8} [(x_1 - 4)^2 + (x_2 - 4)^2 + (x_3 - 4)^2 + \cdots + (x_n - 4)^2]$, 则该组数据共_____个数据 .

【变式 1】 . 某组数据的方差计算公式为 $s^2 = \frac{1}{4} [(x_1 - 7)^2 + (x_2 - 7)^2 + (x_3 - 7)^2 + (x_4 - 7)^2]$, 则这组数据的平均数是_____ .

【变式 2】 . 小明在计算一组数据的方差时 , 列式计算如下 : $S^2 = \frac{1}{6} [2(7 - \bar{x})^2 + (8 - \bar{x})^2 + 3(9 - \bar{x})^2]$, 这组数据的众数是 ____ .

题型 04 根据其他统计量求方差或标准差

【典例 1】. 有一组数据如下： $2, 3, a, 5, 6$ ，它们的平均数是 4. 则这组数据的标准差是_____.

【变式 1】. 某班七个兴趣小组人数分别为 $4, x, 5, 5, 4, 6, 7$ ，已知这组数据的平均数是 5，则方差为_____.

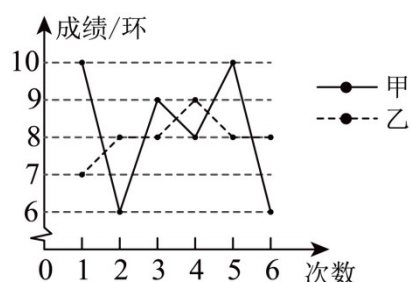
【变式 2】. 已知一组数据 $1, 3, x, 5, 6$ 的平均数是 $x-1$ ，则这组数据的方差为_____.

题型 05 方差在统计图表的应用

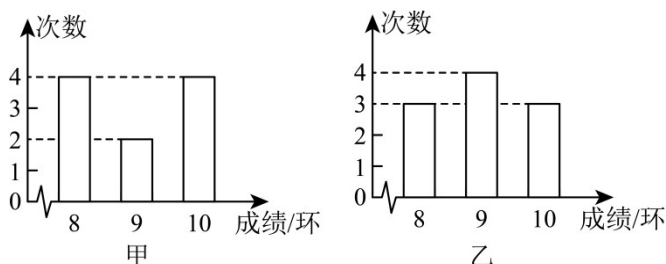
【典例 1】. 某年甲、乙两座城市四季的平均气温（单位： $^{\circ}\text{C}$ ）如下表：则甲、乙两座城市四季的平均气温的方差的大小关系为： $s_{\text{甲}}^2$ _____ $s_{\text{乙}}^2$ （填“>”或“<”）.

城市	春	夏	秋	冬
甲	-4	27	18	-10
乙	16	30	24	11

【变式 1】. 如图是甲、乙两名同学 6 次射击成绩的折线统计图，甲、乙两入射击成绩的方差 $s_{\text{甲}}^2$ _____ $s_{\text{乙}}^2$.



【变式 2】. 甲、乙两名运动员的 10 次射击成绩（单位：环）如图所示，射击成绩的方差依次记为 $s_{\text{甲}}^2, s_{\text{乙}}^2$ ，则 $s_{\text{甲}}^2$ _____ $s_{\text{乙}}^2$ （填“>”“<”或“=”）.



题型 06 利用方差或标准差做决策

【典例 1】. 甲、乙、丙、丁四人进行射击测试，每人 10 次射击成绩的平均数都是 8.9 环，方差分别是 $S_{甲}^2=0.45$ ， $S_{乙}^2=0.55$ ， $S_{丙}^2=0.50$ ， $S_{丁}^2=0.65$ ，则射击成绩最稳定的是 ()

A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

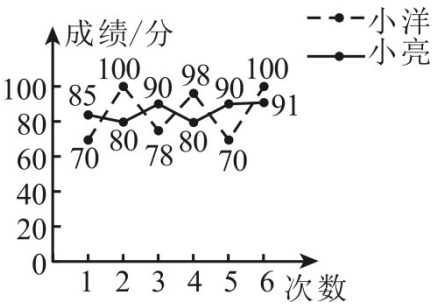
【变式 1】. 甲和乙两人进行射击比赛，两人各射击 10 次，成绩如下表 (单位：环) . 经计算，发现两人平均成绩都是 7 环，则本次比赛甲乙两人发挥更稳定的是_____ .

甲	10	10	10	8	7	7	7	5	4	2
乙	9	8	8	7	7	7	7	6	6	5

【变式 2】. 甲、乙、丙、丁四位同学五次数学测验成绩的平均数和标准差统计如下表，如果从这四位同学中，选出一位成绩较好且状态稳定的同学参加初中数学竞赛，那么应选_____同学 .

	甲	乙	丙	丁
平均数	78	92	92	85
标准差	7.5	6	7	6

【变式 3】. 2024 年 11 月 9 日是第 33 个“全国消防日”. 为迎接全市的消防知识竞赛，某校进行了消防知识测试，经过层层预赛，小洋和小亮进入了最后的决赛. 如图是他们 6 次的测试成绩 (包括决赛和所有预赛)，计算发现 $\bar{x}_{小洋} = \bar{x}_{小亮}$ ，若要从中选一名成绩更稳定的同学去参加竞赛，则应选_____ (填“小洋”或“小亮”)



题型 07 综合应用

【典例 1】. 对于一组统计数据 $2, 3, 5, 3, 7$ ，下列说法错误的是 ()

A. 众数是 3 B. 平均数是 4 C. 方差是 3.2 D. 中位数是 5

【变式1】．一组数据 $16, 32, 32, 36, 46, \blacksquare 7, 42$ 进行统计分析，其中一个两位数的十位上的数字被墨水涂污看不到，则下列统计量与被涂污数字无关的是（ ）

- A．平均数 B．中位数 C．众数 D．方差

【变式2】．某校为响应“节约用电，从我做起”的号召，随机对校内的 10 个教室的日用电量进行统计，并计算得到这 10 个教室的日平均用电量为 6 千瓦·时，方差为 0.6 ，若又统计了 1 个教师办公室的日用电量是 6 千瓦·时，则关于这 11 个地方日用电量的说法正确的是（ ）

- A．平均数变大，方差变小 B．平均数变小，方差变大
C．平均数不变，方差变小 D．平均数不变，方差变大

题型 08 已知一组数据的统计量，求另一种组数据的统计量

【典例1】．在一组数据： $1, 2, 4, 5$ 中加入一个新数 3 之后，新数据与原数据相比，下列说法正确的是（ ）

- A．平均数不变，方差不变 B．平均数变大，方差不变
C．平均数变小，方差变小 D．平均数不变，方差变小

【变式1】．一组数据 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 的方差是 a ，平均数是 b ，则另一组数据 $3x_1+2, 3x_2+2, 3x_3+2, \dots, 3x_n+2$ 的方差是_____，平均数是_____．

【变式2】．已知一组数据 x_1, x_2, x_3, x_4 的方差为 5 ，则 $3x_1-2, 3x_2-2, 3x_3-2, 3x_4-2$ 的方差为_____．

【变式3】．已知一组数据 m, n, k 的平均数为 3 ，方差为 2 ，那么数据 $2m-1, 2n-1, 2k-1$ 的平均数与方差分别是（ ）

- A． $3, 2$ B． $5, 8$ C． $5, 4$ D． $3, 8$

题型 09 解答题

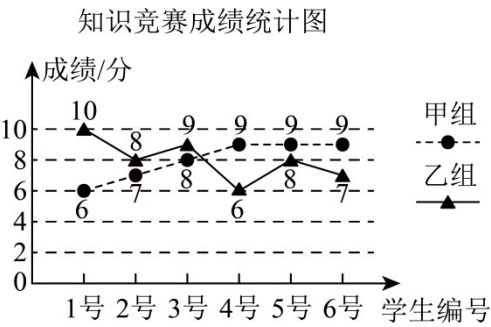
【典例1】．某校开展暑假读数学课外书活动，开学后 802 班小明同学在自己班进行调查，统计了全班 40 位同学暑假所读数学课外书的本数，得到下表：

本数（本）	0	1	2	3	4	5
人数（人）	1	9	21	7	2	0

(1)全班同学暑假读数学课外书本数的众数是_，中位数是_；

(2)求全班同学暑假读数学课外书本数的标准差．

【变式 1】．践行双碳目标，共建绿色校园．某校举行了一次以“节能省电”为主题的知识竞赛（竞赛成绩为十分制），各班以小组为单位组织竞赛．一班分成甲、乙两组同学（每组⁶人）竞赛，两组成绩整理成如图所示的统计图：



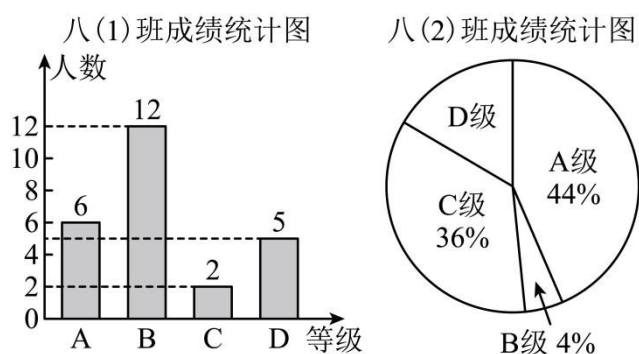
组别	平均数	中位数	众数	方差
甲组	8	— —	9	— —
乙组	— —	8	— —	$\frac{5}{3}$

请认真阅读上述信息，回答下列问题：

(1)将表格中的信息补全．

(2)请从平均数、中位数、众数和方差四个方面进行分析，比较哪组的成绩更加优秀？

【变式 2】．在学校组织的汉字听写大赛中，每班参加比赛的人数相同，成绩分为 A ， B ， C ， D 四个等级，其中相应等级的得分依次记为 90 分，80 分，70 分，60 分，学校将八年级（¹）班和（²）班的成绩整理并绘制成如图所示的统计图：



(1)根据图中提供的数据列出如下统计表：

班级	平均数	中位数	众数	方差
八(1)班	77.6	80	b	106.24
八(2)班	77.6	a	90	138.24

则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2)此次大赛中八(2)班成绩在70分以上(含70分)的人数是多少?

(3)八(1)班的同学认为他们班的成绩更好,你能写出一条支持该班同学的理由吗?

强化训练

一、单选题

1. 5个同学进行投篮比赛,投中的个数分别是6, 8, 10, 7, 9, 这组数据的方差是 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

2. 数据1, 3, 7, 1, 3, 3的平均数和标准差分别为 ()

- A. 2, 2 B. 2, 4 C. 3, 2 D. 3, 4

3. A, B两名射击运动员进行了相同次数的射击. 下列是关于他们射击成绩的平均数和方差的描述, 其中能说明A成绩较好且更稳定的是 ()

- A . $\bar{x}_A > \bar{x}_B$ 且 $s_A^2 > s_B^2$

B . $\bar{x}_A < \bar{x}_B$ 且 $s_A^2 > s_B^2$

C . $\bar{x}_A > \bar{x}_B$ 且 $s_A^2 < s_B^2$

D . $\bar{x}_A < \bar{x}_B$ 且 $s_A^2 < s_B^2$

4 . 某同学参加射击训练，共发射⁸发子弹，击中的环数分别为⁵，³，⁷，⁵，⁶，⁴，⁵，⁵，则下列说法错误的是（ ）

- A . 其平均数为⁵

B . 其众数为⁵

C . 其方差为⁵

D . 其中位数为⁵

5 . 有甲、乙、丙、丁四架机床生产一种直径为^{20mm}圆柱形零件，从各自生产的零件中任意抽取¹⁰件进行检测，得出各自的平均直径均为^{20mm}，每架机床生产的零件的方差如表：

机床型号	甲	乙	丙	丁
方差 mm ²	0.012	0.020	0.015	0.102

则在这四台机床中生产的零件最稳定的是（ ） .

- A . 甲

B . 乙

C . 丙

D . 丁

6 . 为了解某社区居民的用电情况，随机对该社区¹⁰户居民进行了调查，下表是这¹⁰户居民²⁰¹⁵年⁵月份用电量的调查结果：

居民（户）	1	3	2	4
月用电量 （度/户）	40	50	55	60

那么关于这¹⁰户居民用电量（单位：度），下列说法错误的是（ ）

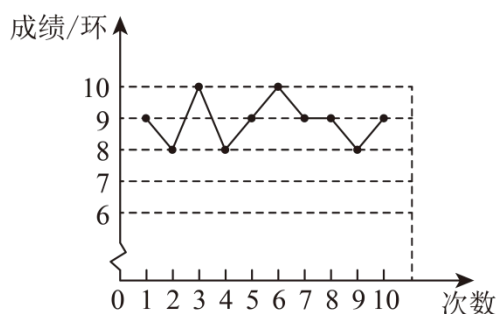
- A . 中位数是⁵⁵

B . 众数是⁶⁰

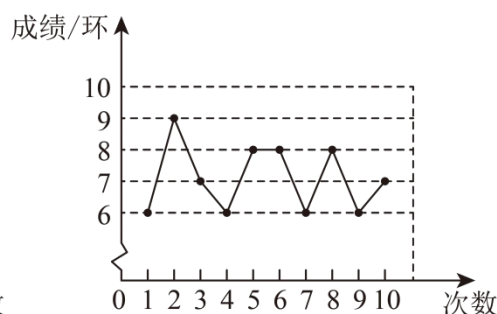
C . 方差是²⁹

D . 平均数是⁵⁴

7 . 想要获得高超的技术，不付出一番努力是绝对做不到的 . 在射击训练过程中，新手的表现一般不太稳定，会有较大的波动 . 下图是小逸和小亮在射击训练中进行¹⁰次射击之后的成绩统计图，根据图中信息推测，可能是新手的是（ ）



小逸射击训练成绩



小亮射击训练成绩

- A. 小亮 B. 小逸 C. 都是新手 D. 无法判定

8. 已知一组数据 26, 36, 36, 3■, 41, 45, 其中一个两位数的个位数字被墨水涂污, 则下列统计量的计算结果与被涂污数字无关的是 ()

- A. 平均数 B. 方差 C. 中位数 D. 众数

9. 已知数据 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的平均数是 2, 方差是 3, 则一组新数据 $x_1+8, x_2+8, \dots, x_n+8$ 的平均数和方差分别是 ()

- A. 10, 3 B. 10, 11 C. 2, 3 D. 2, 11

10. 一组数据: 3, 5, 7, 8, 10, 若加入一个数 a 后, 方差变小, 则 a 最可能为 ()

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

二、填空题

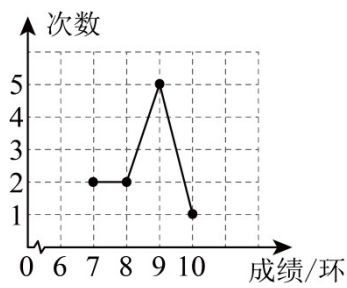
11. 若甲组数据 3, 3, 4, 5, 6 的方差是 $s_{\text{甲}}^2$, 乙组数据 5, 5, 6, 7, 8 的方差是 $s_{\text{乙}}^2$, 则 $s_{\text{甲}}^2$ _____ $s_{\text{乙}}^2$.

(填“>”、“<”或“=”)

12. 一组数据 6, 8, 10, x 的平均数是 8, 则这组数据的方差是_____.

13. 某样本方差的计算公式是 $S^2 = \frac{1}{16} [(x_1 - 36)^2 + (x_2 - 36)^2 + \dots + (x_{16} - 36)^2]$, 则它的样本容量是__

14. 如图是某射击运动员在射击训练中连续 10 次的射击成绩 (单位: 环), 则这些成绩的方差为__



15. 中国跳水队的奥运选拔赛中，甲、乙、丙、丁四名运动员的平均成绩 $\bar{x}$ 与标准差 S 如下表，因为中国跳水队的整体水平高，所以要从中选一名参赛，应选择_____。

选手	甲	乙	丙	丁
平均数	8	9	9	8
标准差 S	1	1	1.2	1.3

16. 若样本数据1，2，3，2的平均数是 a ，中位数是 b ，众数是 c ，则数据 a ， b ， c 的方差是_____。

17. 小芳测得连续五日最低气温并整理后得出下表：

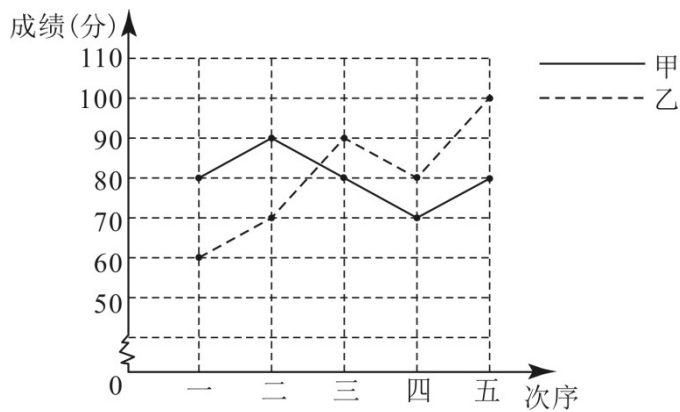
日期	一	二	三	四	五	方差	平均气温
最低气温	1	3	2		5		3

由于不小心第4日及方差两个数据被墨迹污染，这两个数据是_____。

18. 已知2，3，5， m ， n 五个数据的方差是16，那么3，4，6， $m+1$ ， $n+1$ 五个数据的标准差是_____。

三、解答题

19. 甲、乙两名同学本学期五次某项测试的成绩（单位：分）如图所示。



(1)甲、乙两名同学五次测试成绩的平均数分别是——分、——分；

(2)利用方差判断这两名同学该项测试成绩的稳定性；

(3)结合数据，请再写出一条与 (1) (2) 不同角度的结论 .

20 . 某篮球队对甲、乙两名运动员进行 3 分球投篮成绩测试，每天投 3 分球 10 次，五天中进球的个数统计结果如下：

队员	第 1 天	第 2 天	第 3 天	第 4 天	第 5 天
甲	10	6	10	6	8
乙	7	9	7	8	9

经过计算，甲进球的平均数为 8，方差为 3.2 .

(1)求乙进球的平均数；

(2)现在需要根据以上结果，从甲、乙两名队员中选出一人去参加 3 分球投篮大赛，你认为应该选哪名队员参赛？为什么？

21 . 王老师为了选拔一名学生参加数学比赛，对两名备赛选手进行了 10 次测验，成绩如下（单位：分）：

甲：5，6，6，6，6，6，7，9，9，10

乙：5，6，6，6，7，7，7，7，9，10

选手	平均数	中位数	众数	方差
甲	7	a	6	2.6
乙	b	7	c	d

(1)以上成绩统计分析表中 $a =$ ____， $b =$ ____， $c =$ ____；

(2) d ____2.6（填“>”、<或“=”）：

(3)根据以上信息，你认为王老师应该选哪位同学参加比赛，请说明理由 .

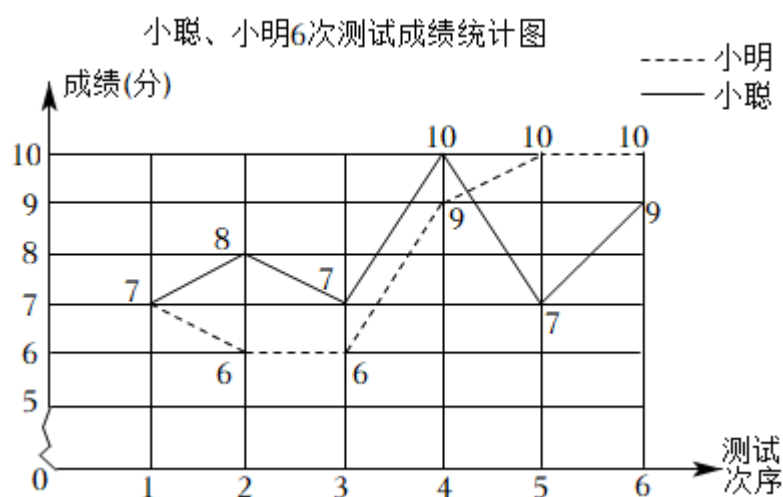
22 . 省射击队为从甲、乙两名运动员中选拔一人参加全国比赛，对他们进行了六次测试，测试成绩如下表（单位：环）：

	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	第六次
甲	10	8	9	8	10	9
乙	10	7	10	10	9	8

计算方差的公式： $s^2 = \frac{1}{n} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2]$.

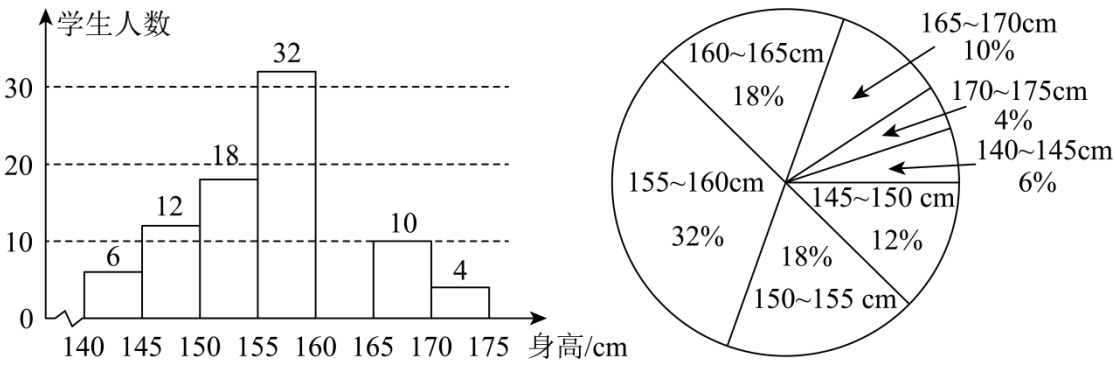
- (1)根据表格中的数据，计算出甲的平均成绩是_环，乙的平均成绩是_环；
- (2)分别计算甲、乙六次测试成绩的方差；
- (3)根据 (1)、(2) 计算的结果，你认为推荐谁参加全国比赛更合适，请说明理由 .

23 . 小聪、小明准备代表班级参加学校“党史知识”竞赛，班主任对这两名同学进行了 6 次测试，获得如下测试成绩折线统计图 . 根据图中信息，解答下列问题：



- (1)分别求小聪、小明的平均成绩；
- (2)求小聪成绩的方差；
- (3)现求得小明成绩的方差为 $S_{\text{小明}}^2 = 3$ ，根据折线统计图及上述计算结果，请说明哪位同学更适合参加学校竞赛？

24 . 某学校为了了解学生的身高情况，各年级分别抽样调查了部分同学的身高，并分年级对所得数据进行处理 . 下面的频数分布直方图 (部分) 和扇形统计图是根据七年级的调查数据制作而成 . (每组含最低值不含最高值，身高单位：cm，测量时精确到1cm)：



(1) 请根据以上信息，完成下列问题：

① 七年级身高在160cm~165cm 的学生有——人；

② 七年级样本的中位数所在范围是——，请说明理由；

(2) 已知七年级共有1000 名学生，若身高低于150cm，则认定该学生身高偏矮。请估计该校七年级身高偏矮的共有多少人，并说明理由。

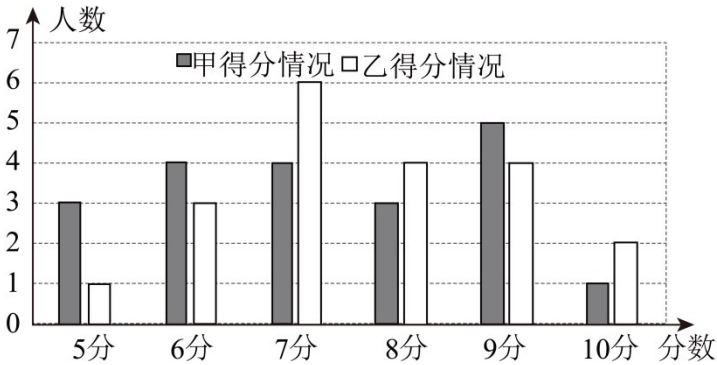
(3) 体育组对抽查的数据进行分析，计算出各年级的平均身高及方差如下表所示：

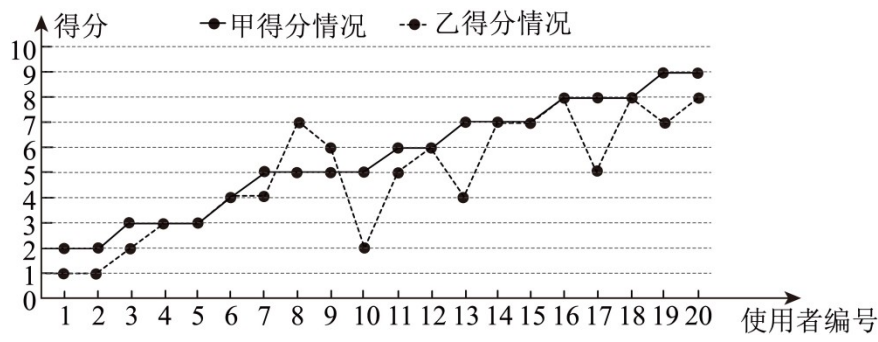
年级	七	八	九
$\bar{x}$ / cm	157	160	169
s^2	0.8	0.6	0.9

那么学生的身高比较整齐是哪个年级？为什么。

25. 从文本生成到语音识别，从绘画到编程，AI 的应用范围不断扩大，为各行各业带来了前所未有的创新与变革。为了解甲、乙两款 AI 软件的使用效果，数学兴趣小组从甲、乙两款软件使用者中各随机抽取 20 名，记录使用者对两款软件的相关评价，并进行整理、描述和分析如下：

a. 信息处理速度 (满分 10 分) b. 信息识别准确度 (满分 10 分)





c. 信息处理速度和信息识别准确度得分统计表

项目 统计量	信息处理速度得分			信息识别准确度得分	
	平均数	中位数	众数	平均数	方差
AI 软件					
甲	7.3	7	b	5.6	$S_{\text{甲}}^2$
乙	7.65	a	7	4.9	$S_{\text{乙}}^2$

根据以上信息，解答下列问题：

- (1) 表格中 $a = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{1cm}}$ ；观察统计图得： $S_{\text{甲}}^2 \underline{\hspace{1cm}} S_{\text{乙}}^2$ （填“>”“=”或“<”）；
- (2) 若某市共有 20.4 万人使用甲款 AI 软件，请估计对本款软件信息识别准确度打分超过 7 分的人数；
- (3) 综合上表中的统计量，你认为哪款 AI 软件使用效果更好？请说明理由（列出两条即可）。