

专题 01 期末解答压轴题

考点归纳

考点 01 角平分线、垂直平分线、HL 的综合应用

考点 02 直角三角形的性质的综合应用

考点 03 含特殊三角形的分类讨论

考点 04 新定义题

考点 05 旋转问题

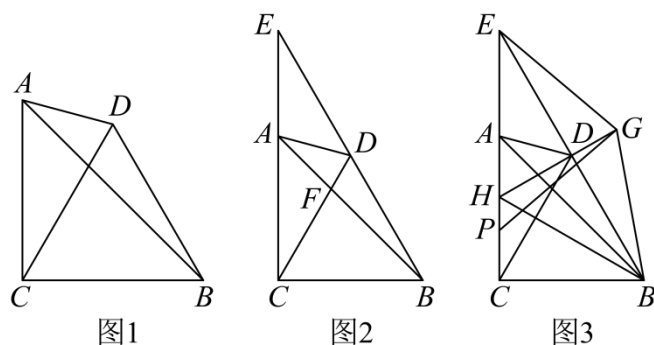
考点 06 翻折问题

考点 07 代数部分综合

考点专练

考点 01 角平分线、垂直平分线、HL 的综合应用

1. 如图 1，以等腰直角 $\triangle ABC$ 的腰 BC 边为边作等边 $\triangle BCD$ ，其中 $\angle ACB = 90^\circ$ ，连接 AD 。



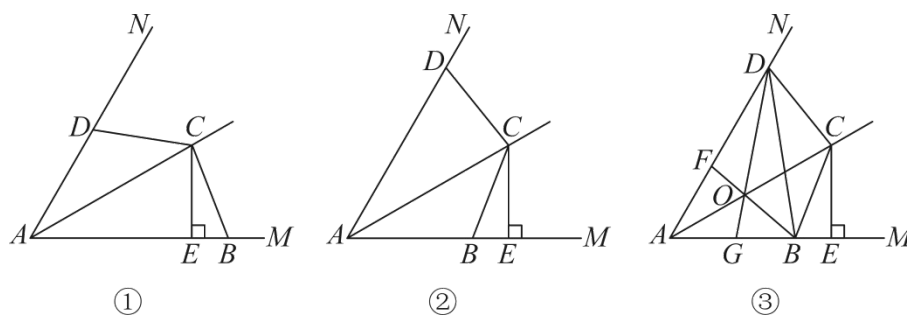
(1) 求 $\angle BAD$ 的度数；

(2) 如图 2， CD 交 AB 于点 F ，延长 CA ， BD 交于点 E ，求证： $AE = CF$ ；

(3) 在 (2) 的条件下，作 $DH \perp BE$ 交 CE 于点 H ，点 G 在 HD 的延长线上，连接 EG ， BG ，点 P 在线段 CH 上，若点 P 在线段 BG 的垂直平分线上，连接 PG ， $HP = 4$ ， $CP = 6$ ， $BC = 10\sqrt{3}$ ，求 $\triangle EHG$ 的面积。

2. 已知点 C 是 $\angle MAN$ 平分线上的一点， $\angle BCD$ 的两边 CB ， CD 分别与射线 AM ， AN 相交于 B ， D 两点，

且 $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$ ，过点 C 作 $CE \perp AB$ ，垂足为 E 。



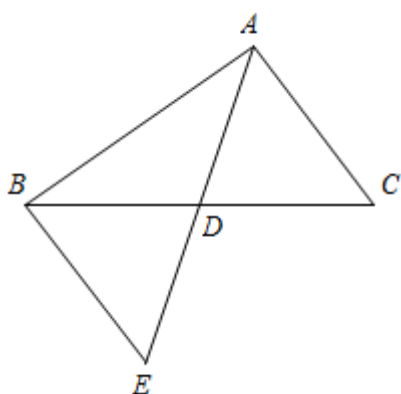
(1) 如图 ①，当点 E 在线段 AB 上时，求证： $BC = DC$ ；

(2) 如图 ②，当点 E 在线段 AB 的延长线上时，探究线段 AB ， AD 与 BE 之间的等量关系，并说明理由；

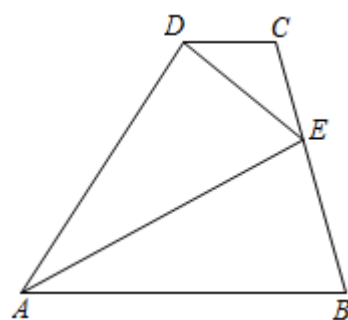
(3) 如图 ③，在 (2) 的条件下，若 $\angle MAN = 60^\circ$ ，连接 BD ，作 $\angle ABD$ 的平分线 BF 交 AD 于点 F ，交 AC 于点 O ，连接 DO 并延长交 AB 于点 G ，若 $BG = 1$ ， $DF = 2$ ，求线段 DB 的长。

3. 通过对下面数学模型的研究学习，解决下列问题：

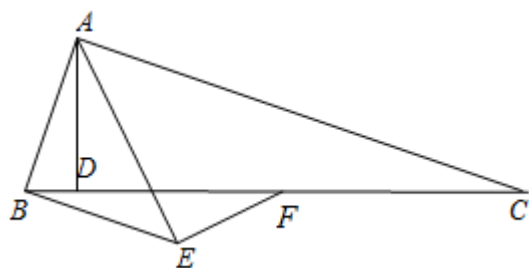
(1) 【模型呈现】如图， AD 为 $\triangle ABC$ 的中线， $BE \parallel AC$ 交 AD 的延长线于点 E ，求证： $AD = DE$ 。



(2) 【模型应用】如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ， E 是 BC 中点，连接 AE ， DE ， AE 平分 $\angle BAD$ ，求证： DE 平分 $\angle ADC$ 。

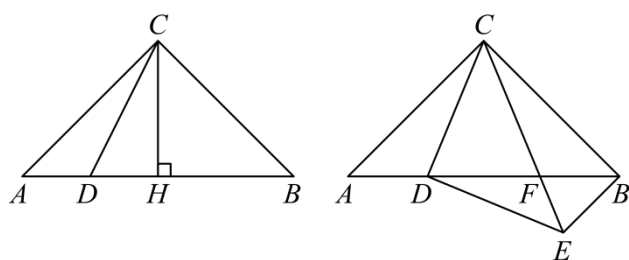


(3) 【拓展探索】如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AD \perp BC$ 于点 D ，过点 B 作 $BE \perp AB$ 交 $\angle BAC$ 的平分线于点 E ，过点 E 作 $EF \perp AE$ 交 BC 于点 F ，若 $AE + EF = AC$ ，求证： $CF = 2BD$ 。



考点 02 直角三角形的性质的综合应用

4. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = BC$ ， D 为边 AB 上一点。



(1) 作 $CH \perp AB$ 交 AB 于点 H ，若 $\angle DCH = 30^\circ$ ， $CD = 2$ ，求 AC 。

(2) 作 $DE \perp CD$ ，且 $DE = CD$ ，连结 CE 交边 AB 于点 F ，连结 BE 。若 $BC = BD$ 。

① 求证： $\angle ADC = \angle BED$ 。

② 写出线段 AD, BD, CE 之间的等量关系并证明。

5. 已知线段 AC ，以 AC 为斜边作 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle ADC$ ，连接 BD ， M, N 分别是线段 AC, BD 的中点，连接 MN, MB 。

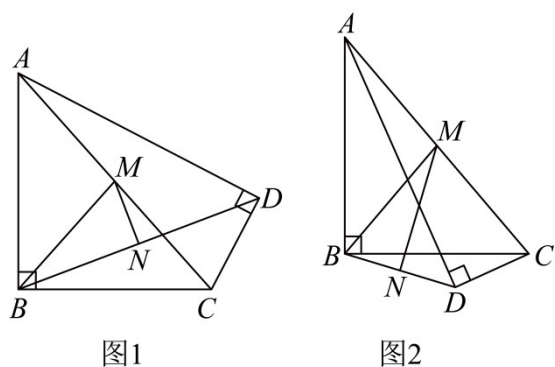


图1

图2

(1) 如图 1， $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle ADC$ 在线段 AC 的两侧。

① 求证： $MN \perp BD$ ；

② 若 $\angle BAC = 45^\circ$ ， $\angle DAC = 28^\circ$ ；请求出 $\angle BMN$ 的度数；

(2) 如图 2， $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle ADC$ 在线段 AC 的同侧，若 $\angle BAC = \alpha$ ， $\angle DAC = \beta$ ($\alpha > \beta$)，则 $\angle BMN$ 的度数为

_____ (用含 α 、 β 的代数式表示)

考点 03 含特殊三角形的分类讨论

6. 已知在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, 点 P 在边 AC 上, 连接 BP .

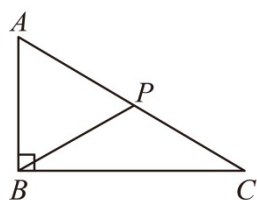


图1

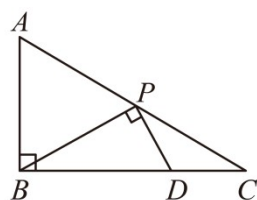
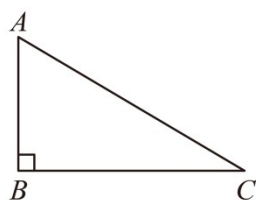


图2



备用图

(1) 如图 1, 如果点 P 在线段 AB 的垂直平分线上, 求证: $AP = PC$;

(2) 过点 P 作 $PD \perp BP$, 交边 BC 于点 D ,

① 如图 2, 如果点 P 是线段 AC 的中点, 且 $BD = 2CD$, 求 $\angle C$ 的度数;

② 填空: 如果 $AB = 6$, $BC = 8$, 且 $\triangle ABP$ 是以 BP 为腰的等腰三角形, 那么 PD 的长等于 _____.

7. 已知, $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, 其中 $AC = BC$, $\angle ACB = 90^\circ$, D 是 BC 边上一点.

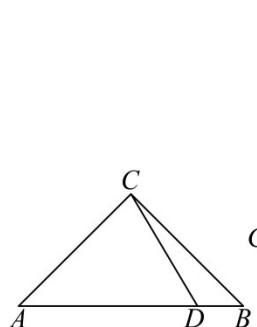


图1

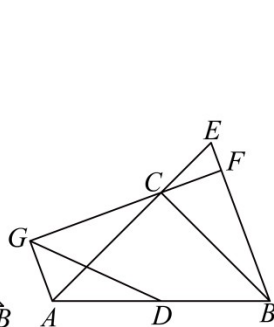


图2

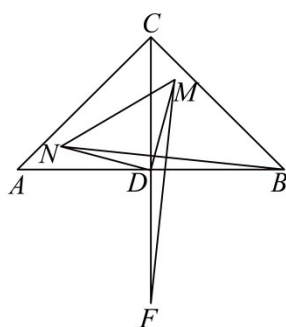
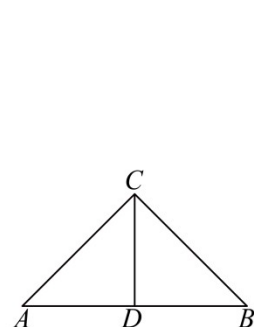


图3



备用图

(1) 如图 1, 若 $BC = 6$, 且满足 $\angle BCD = 15^\circ$, 求 BD 的长度;

(2) 如图 2, E 为 AC 延长线上一点, 连接 BE , 过点 C 作 $CF \perp BE$ 于点 F , 点 A 作 $AG \perp CF$ 于点 G , 当 D 点为 AB 中点时, 连接 D, G , 若 $AG = m$, $BF = n$, 求 DG 的长 (用含 m, n 的式子表示);

(3) 如图 3, 当 D 点为 AB 中点时, 连接 CD 并延长至点 F , 使得 $DF = CD$. $\triangle DMN$ 是以 D 为直角顶点的等腰直角三角形, 将 $\triangle DMN$ 绕点 D 旋转 360° , 已知 $BD = 2$, $DM = \sqrt{2}$, 当 $\triangle MNF$ 为直角三角形时, 直接写出 BN^2 的值.

考点 04 新定义题

8. 新定义: 至少有一组邻边相等且对角互补的四边形叫作邻补四边形.

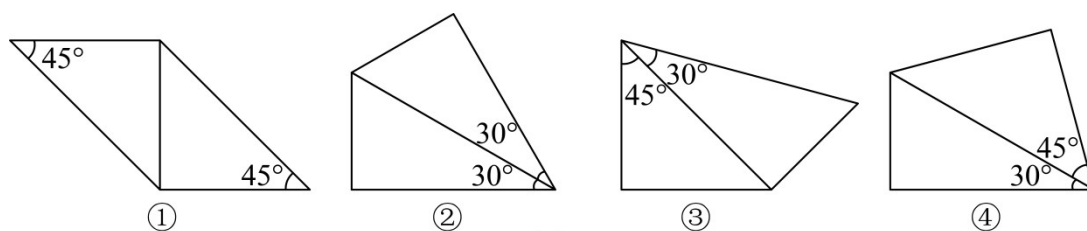


图1

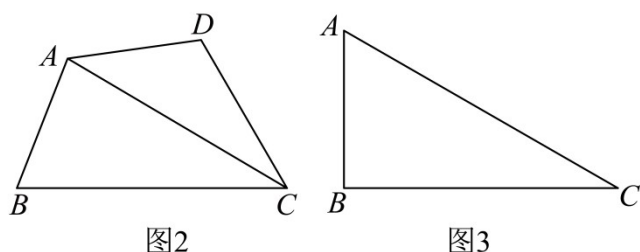


图2

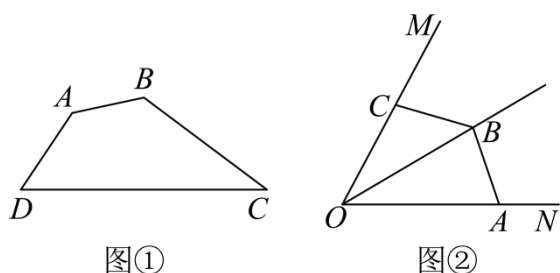
图3

- (1)如图1，用分别含有 30° 和 45° 的直角三角形纸板拼出的4个四边形，其中邻补四边形的是_____；
- (2)如图2，已知四边形 $ABCD$ 是邻补四边形， $AB = AD$ ， $\angle BCD = 60^\circ$ ， $BC = 5$ ， $CD = 3$ ，求边 AC 的长；
- (3)如图3，已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ， $\angle C = 30^\circ$ ， $AC = 4$ ，点 M 、 N 分别在 BC 、 AC 上，连接 MN 、 BN ，如果四边形 $ABMN$ 是邻补四边形，请直接写出 BN 的长。

9. 【问题背景】

如图①，在四边形 $ABCD$ 中， $\angle A$ 和 $\angle C$ 称为它的对角，若这个四边形满足： $\angle A + \angle C = 180^\circ$ ，则这个四边形叫做“对角互补四边形”。

【问题解决】



图①

图②

- (1)若四边形 $ABCD$ 是“对角互补四边形”，且 $\angle B = 3\angle D$ ，求 $\angle B$ 的度数；
- (2)如图②， $\angle MON = 60^\circ$ ， OB 平分 $\angle MON$ ， A 是射线 ON 上一动点， C 是射线 OM 上的动点，且四边形 $COAB$ 是“对角互补四边形”。
- ①若 $\triangle COB$ 是等腰三角形，求 $\angle BAN$ 的度数；
- ②若 $OB = 2$ ，若 $S_{\triangle BOC} : S_{\triangle BOA} = \frac{3}{5}$ ，求 OC 的长。

10. 用一条直线分割一个三角形，如果能分割出等腰三角形，那么就称这条直线为该三角形的一条等腰分

割线，在直角三角形 ABC 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 4$ ， $BC = 3$ 。

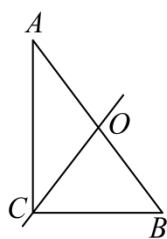


图1

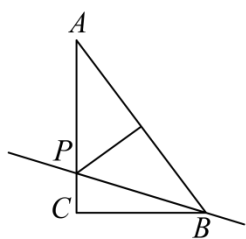


图2

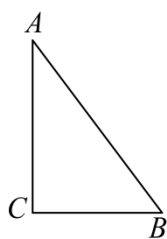


图3

(1)如图1，若 O 为 AB 的中点，求证：直线 OC 是 $\triangle ABC$ 的等腰分割线。

(2)如图2，已知 $\triangle ABC$ 的一条等腰分割线 BP 交边 AC 于点 P ，且 $PB = PA$ ，请求出 CP 的长度。

(3)如图3，在 $\triangle ABC$ ，点 Q 是边 AB 上的一点，如果直线 CQ 是 $\triangle ABC$ 的等腰分割线，求线段 BQ 的长度。

考点 05 旋转问题

11. 已知，在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle COD$ 中， $\angle AOB = \angle COD = 90^\circ$ ， $OA = OB = 6$ ， $OC = OD = 4\sqrt{2}$ 。

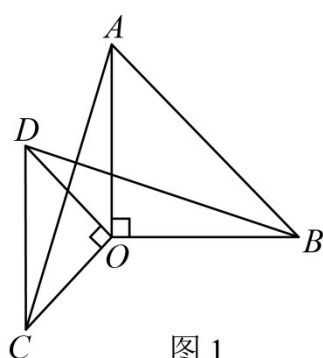


图 1

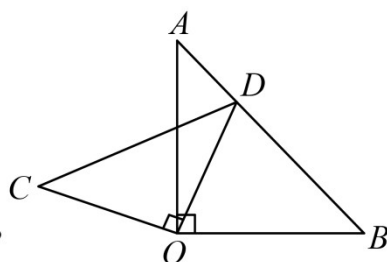
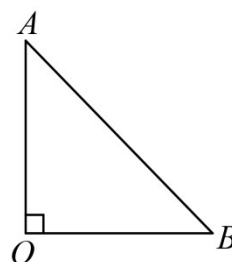


图 2



备用图

(1)如图1，连接 AC 、 BD ，则 AC 与 BD 的数量关系是_， AC 与 BD 的位置关系_；

(2)如图2，将 $\triangle COD$ 绕点 O 旋转，当点 D 落在 AB 边上时，求证： $AD^2 + BD^2 = CD^2$ ；

(3)当点 A 、 C 、 D 共线时，请直接写出线段 AC 的长。

12. 如图1，点 O 是等边 $\triangle ABC$ 内一点，连接 AO 、 BO 、 CO 。

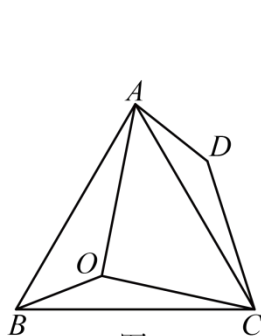


图1

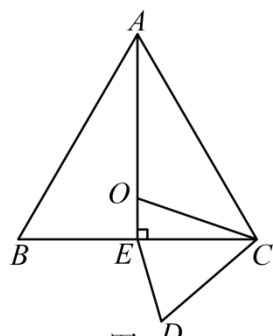


图2

【初步探究】

(1) 线段 CO 绕点 C 顺时针旋转 60° ，点 O 与点 D 重合，连接 AD ，求证： $AD = BO$ ；

【变式探究】

(2) 在 (1) 的条件下，若 $BO = 3$ ， $CO = 5$ ， $\angle BOC = 150^\circ$ ，请求出 AO 的长；

【拓展探究】

(3) 如图 2，若 $AB = BC = AC = 2$ ， $AE \perp BC$ ， O 在 AE 上运动，将线段 CO 绕点 C 逆时针旋转 60° 得到线段 CD ，连接 ED ，请直接写出当 ED 取最小值时 OC 的长度。

13. 如图 1，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ， AC 的垂直平分线分别交 AC ， AB 于点 M ， O ，且 CO 平分 $\angle ACB$ 。

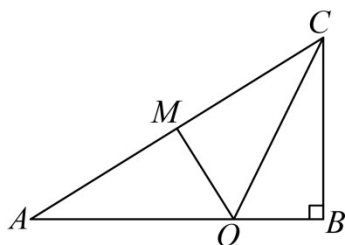


图 1

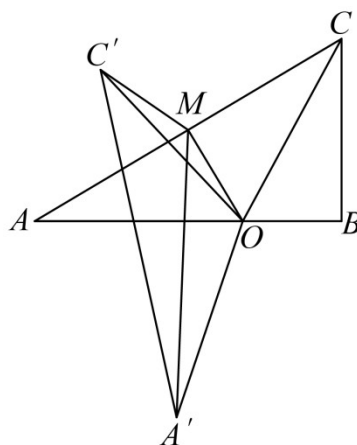


图 2

(1) 求 $\angle A$ 的度数；

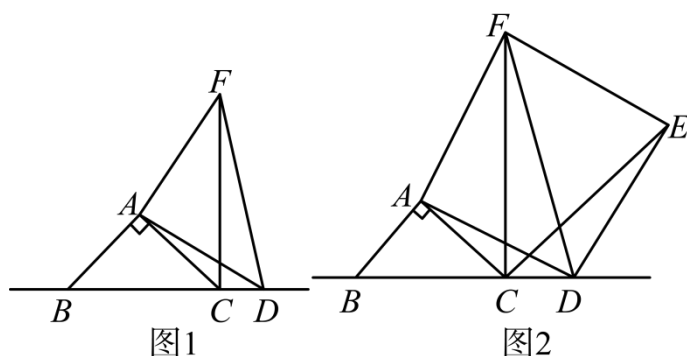
(2) 如图 2，将 $\triangle AOC$ 绕点 O 逆时针旋转得到 $\triangle A'OC'$ ，旋转角为 α ($0^\circ < \alpha < 360^\circ$)。连接 $A'M$ ， $C'M$ 。

① 若 $OB = 1$ ，求 $\triangle A'MC'$ 面积的最大值及此时旋转角 α 的度数；

② 当 $\triangle A'MC'$ 是直角三角形时，请直接写出旋转角 α 的度数。

考点 06 翻折问题

14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC$ ，点 D 为线段 BC 延长线上一点，以 AD 为腰作等腰直角 $\triangle DAF$ ，使 $\angle DAF = 90^\circ$ ，连接 CF 。

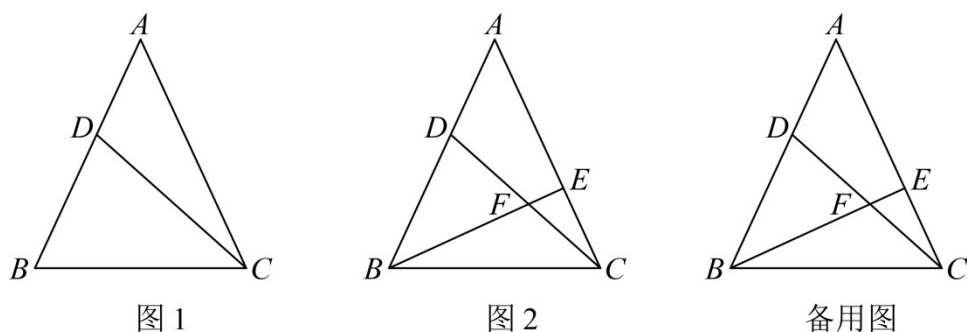


(1) 请判断 CF 与 BC 的位置关系，并说明理由；

(2) 若 $BC = 8$ ， $4CD = BC$ ，求线段 AD 的长；

(3) 如图 2，在 (2) 的条件下，将 $\triangle DAF$ 沿线段 DF 翻折，使点 A 与点 E 重合，连接 CE ，求线段 CE 的长。

15. 已知在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，点 D 是边 AB 上一点， $\angle BCD = \angle A$ 。

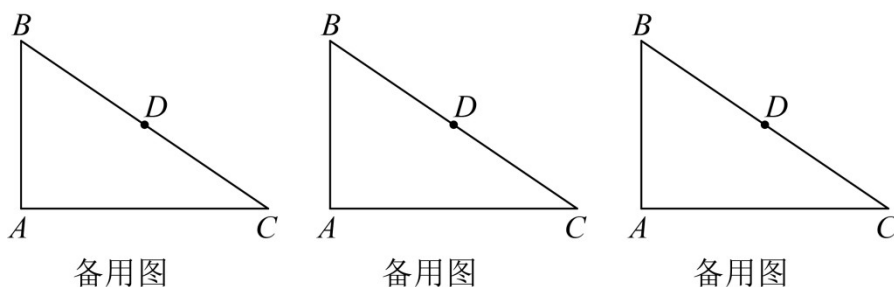
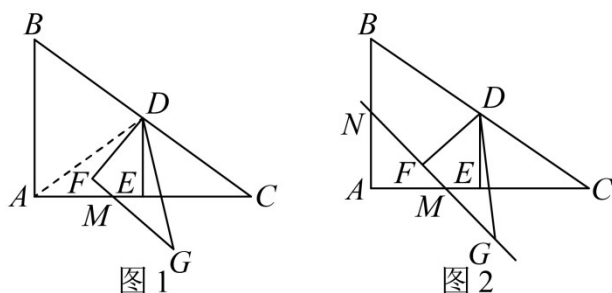


(1) 如图 1，试说明 $CD = CB$ 的理由；

(2) 如图 2，过点 B 作 $BE \perp AC$ ，垂足为点 E ， BE 与 CD 相交于点 F 。如果 $\triangle BDF$ 是等腰三角形，求 $\angle A$ 的度数。

(3) 如图 3，把 $\triangle ADC$ 以 AC 为对称轴翻折至 $\triangle AEC$ ，若此时 $BC \perp CE$ ， $AD = 2$ ，求 $\triangle ADC$ 的面积。

16. 如图 1，在直角三角形纸片 ABC 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = 3$ ， $AC = 4$ 。点 M 是射线 AC 上的动点 (点 M 不与点 A 重合)。



【数学活动】

将三角形纸片 ABC 进行以下操作：第一步：折叠三角形纸片 ABC 使点 C 与点 A 重合，然后展开铺平，得到折痕 DE ；第二步：连接 AD ，然后将 $\triangle ADE$ 沿直线 DM 翻折得到 $\triangle DFG$ ，点 E ， A 的对应点分别是点 F ， G ，直线 GF 与边 AB 所在直线交于点 N 。

【数学思考】

- (1) 折痕 DE 的长为_____；
- (2) $\triangle ADE$ 沿直线 DM 翻折至图 1 的位置时，试判断 MF 与 ME 的数量关系，并证明你的结论：

【数学探究】

- (3) ①将 $\triangle ADE$ 翻折至图 2 所示位置时，若直线 $GF \parallel BC$ ，则 AM 的长为_____；
- ② $\triangle ADE$ 翻折至 DG 与 $\triangle ABC$ 的某条边平行时， AM 的长为_____。

考点 07 代数部分综合

17. 材料一：由 $(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3}) = (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2 = 2$ 可以看出，两个含有二次根式的代数式相乘，积不含有二次根式，我们称这两个代数式互为有理化因式，在进行二次根式计算时，利用有理化因式，有时可以化去分母中的根号，例如：

$$\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})} = \sqrt{3} - \sqrt{2} ;$$

材料二：根式化简

$$\frac{1}{3+\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)} = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) ;$$

$$\frac{1}{5\sqrt{3}+3\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{15}(\sqrt{5}+\sqrt{3})} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{15}(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{5}} \right) .$$

根据以上材料，请完成下列问题：

(1) $\frac{3}{3-\sqrt{6}} = \underline{\hspace{2cm}}$; (直接写结果)

(2) 计算： $\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{100}+\sqrt{99}}$;

(3) 计算： $\frac{1}{3+\sqrt{3}} + \frac{1}{5\sqrt{3}+3\sqrt{5}} + \frac{1}{7\sqrt{5}+5\sqrt{7}} + \dots + \frac{1}{49\sqrt{47}+47\sqrt{49}}$;

(4) 计算： $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{3}\times\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}+\sqrt{7}+\sqrt{5}\times\sqrt{7}} + \dots + \frac{\sqrt{2025}-\sqrt{2023}}{1+\sqrt{2023}+\sqrt{2025}+\sqrt{2023}\times\sqrt{2025}}$.

18 . 我们定义：两根都为整数的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0, a, b, c \text{ 均为整数})$ 称为“幸运方程”，两整数根称为“幸运根”，代数式 $\frac{4ac-b^2}{2a}$ 的值为该“幸运方程”的“幸运数”．用 $F(a, b, c)$ 表示，即

$$F(a, b, c) = \frac{4ac-b^2}{2a} . \text{ 若有另一个“幸运方程” } px^2 + qx + r = 0 (p \neq 0, p, q, r \text{ 均为整数}) \text{ 的“幸运数”为}$$

$F(p, q, r)$ ，若 $r \cdot F(a, b, c) = c \cdot F(p, q, r)$ ，则称 $F(a, b, c)$ 与 $F(p, q, r)$ 互为“开心数”．

(1) 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (m+1)x + m = 0$ 是一个“幸运方程”．

① 当 $m = 2$ 时，该幸运方程的“幸运数”是 $\underline{\hspace{2cm}}$ ；

② 若该“幸运方程”的“幸运数”是 -2 ，则 m 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2) 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (2m-3)x + m^2 - 4m - 5 = 0$ (m 为整数，且 $4 < m < 15$) 是“幸运方程”，求 m 的值．

(3) 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - mx + m + 1 = 0$ 与 $x^2 + (n-1)x - n = 0$ (m, n 均为整数) 都是“幸运方程”，且其“幸运数”互为“开心数”，直接写出 n 的值．

19 . 若一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 有两个实数根为 α, β ，那么 $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$ ， $\alpha\beta = \frac{c}{a}$ ，这就是一元二次方程的根与系数的关系．利用该结论，不解方程便可以求二次方程的两根之和与积，例如

$2x^2 + x - 3 = 0$ 的两个根分别为 α 、 β 。则 $\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{1}{2}$ ， $\alpha\beta = \frac{c}{a} = -\frac{3}{2}$ 。

(1) 小聪同学喜爱思考，他发现利用根与系数的关系不仅可以求解两根之和与两根之积，还可求解方程两根的倒数和。不解方程，请求一元二次方程 $2x^2 + x - 3 = 0$ 的两个根的倒数和。

(2) 小明同学酷爱数学，他进一步研究根与系数的关系，发现了一种解一元二次方程的新方法。例如方程

$$2x^2 - 3x - 7 = 0, \because a = 2, b = -3, c = -7, \therefore x_1 + x_2 = \frac{3}{2}, x_1 x_2 = -\frac{7}{2}.$$

设 $x_1 = \frac{3}{4} + k$ ， $x_2 = \frac{3}{4} - k$ ，则 $x_1 x_2 = \left(\frac{3}{4} + k\right)\left(\frac{3}{4} - k\right) = \frac{7}{2}$ ，即 $\frac{9}{16} - k^2 = -\frac{7}{2}$ ，解得 $k = \pm \frac{\sqrt{65}}{4}$ ，所以原方程的解

为 $x_1 = \frac{3}{4} + \frac{\sqrt{65}}{4}$ 、 $x_2 = \frac{3}{4} - \frac{\sqrt{65}}{4}$ 。请利用小明的方法解方程 $3x^2 - 4x - 2 = 0$ 。

(3) 小睿同学善于发现，他对三次方程 $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 (a \neq 0)$ 的根与系数关系作了探究，将该方程两边

同时除以 a 可得 $x^3 + \frac{b}{a}x^2 + \frac{c}{a}x + \frac{d}{a} = 0$ 。若该方程的三个根分别为 α 、 β 、 γ ，则 $(x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma) = 0$ ，

将其展开后为 $x^3 - (\alpha + \beta + \gamma)x^2 + (\alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma)x - \alpha\beta\gamma = 0$ ，于是 $\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}$ 、 $\alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma = \frac{c}{a}$ 、

$\alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$ 。若三次方程 $x^3 - x^2 - 3x - 10 = 0$ 的三个根分别为 α 、 β 、 γ ，且 $\mu = -\alpha + \beta + \gamma$ 。请先说明

$\mu + 2\alpha = 1$ 、再直接（不必书写过程）写一个三次方程且使得该三次方程的三个根分别为 $-\alpha + \beta + \gamma$ 、

$\alpha - \beta + \gamma$ 、 $\alpha + \beta - \gamma$ 。

20. “说不完的 $\sqrt{2}$ ”探究活动，根据各探究小组的汇报，完成下列问题。

(1) $\sqrt{2}$ 到底有多大？

下面是小欣探索 $\sqrt{2}$ 的近似值的过程，请补充完整：

我们知道面积是 2 的正方形边长是 $\sqrt{2}$ ，且 $\sqrt{2} > 1.4$ 。设 $\sqrt{2} = 1.4 + x$ ，画出如下示意图。

	1.4	x
x	$1.4x$	x^2
1.4	1.96	$1.4x$

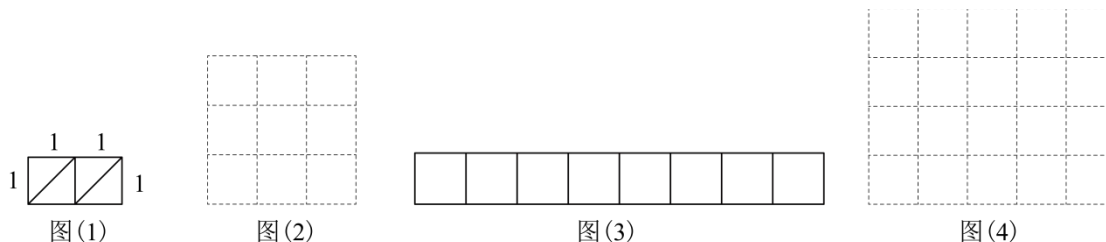
由面积公式，可得 $x^2 + \underline{\hspace{2cm}} = 2$ 。

因为 x 值很小，所以 x^2 更小，略去 x^2 ，得方程_____，解得 $x \approx$ _____（保留到 0.001），即 $\sqrt{2} \approx$ _____。

(2)怎样画出 $\sqrt{2}$ ？请一起参与小敏探索画 $\sqrt{2}$ 过程。

现有 2 个边长为 1 的正方形，排列形式如图 (1)，请把它们分割后拼接成一个新的正方形。要求：画出分割线并在正方形网格图（图中每个小正方形的边长均为 1）中用实线画出拼接成的新正方形。

小敏同学的做法是：设新正方形的边长为 $x(x > 0)$ 。依题意，割补前后图形的面积相等，有 $x^2 = 2$ ，解得 $x = \sqrt{2}$ 。把图 (1) 如图所示进行分割，请在图 (2) 中用实线画出拼接成的新正方形。



请参考小敏的做法，现有 8 个边长为 1 的正方形，排列形式如图 (3)，请把它们分割后拼接成一个新的正方形。要求：画出分割线并在正方形网格图 (4) 中用实线画出拼接成的新正方形。说明：直接画出图形，不要求写分析过程。

21. 根据实际需要，计算的结果有时要用小数表示，有时要用分数表示。分数、小数进行比较时也需要进行互化。我们已经学会了一些基本的互化方法。但还有很多知识可能没学会，但又非常重要。

例如：如何将 $0.\dot{6}$ ， $0.3\dot{6}$ 化成分数？

解 1：因为 $0.\dot{6} \times 10 = 6.\dot{6}$ ，所以 $0.\dot{6} \times 10 - 0.\dot{6} = 6$

又因为 $0.\ddot{6} \times 10 - 0.6 = 9 \times 0.6$ ，所以 $9 \times 0.\dot{6} = 6$ ，从而得 $0.\dot{6} = \frac{6}{9}$

解 2：因为 $0.3\ddot{6} \times 10 = 3.6$ ， $0.3\ddot{6} \times 100 = 36.\ddot{6}$ ，所以 $0.3\ddot{6} \times 100 - 0.36 \times 10 = 36.6 - 3.6 = 33$

又因为 $0.36\ddot{6} \times 100 - 0.36 \times 10 = 90 \times 0.36$ ，所以 $90 \times 0.3\dot{6} = 33$ ，从而得 $0.3\dot{6} = \frac{33}{90} = \frac{11}{30}$

(1)利用上述方法将 $0.\dot{8}$ 和 $0.15\dot{4}$ 化成分数（需写出过程）；

(2) $1.\ddot{2} \div 1.24 =$ _____；

(3)纯循环小数 $0.\overline{abc}$ 写成最简分数时，分子和分母的和是 58，求这个三位数 $\overline{abc}$ 。