

第十八章 等腰三角形（高效培优单元自测·培优卷）

（考试时间：90分钟 试卷满分：100分）

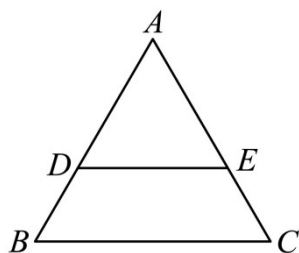
一、单选题（本大题共6小题，每题2分，共12分）

1. 已知下列各组数据，能构成等腰三角形三边边长的是（ ）

- A. 2, 2, 1 B. 1, 2, 1 C. 1, 3, 1 D. 2, 2, 5

2. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $DE \parallel BC$ 分别交 AB 、 AC 于点 D 、 E 。若 $\angle ADE = 60^\circ$ ， $BC = 10\text{cm}$ 。

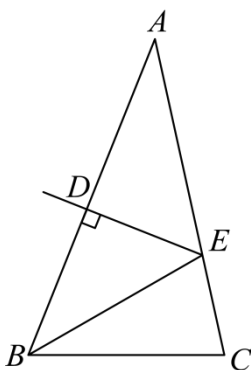
$CE = 4\text{cm}$ ，则 $\triangle ADE$ 的周长为（ ）



- A. 14cm B. 15cm C. 16cm D. 18cm

3. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AC = 12$ ， $BC = 8$ ， AB 的垂直平分线交 AB 于点 D ，交 AC 于点 E ，则 $\triangle BCE$ 的周

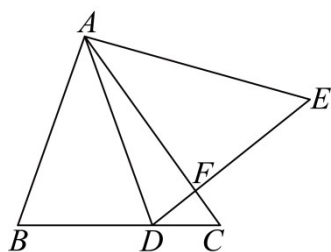
长为（ ）



- A. 18 B. 19 C. 20 D. 21

4. 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 55^\circ$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 α ($0^\circ < \alpha < 55^\circ$)，得到 $\triangle ADE$ ， DE 交

AC 于点 F 。当 $\alpha = 40^\circ$ 时，点 D 恰好落在 BC 上，此时 $\angle AFE$ 等于 ()

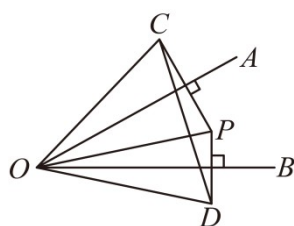


- A. 75° B. 78° C. 80° D. 85°

5. 等腰三角形两条边长分别为 5cm 和 12cm，则这个等腰三角形的周长是 ()

- A. 29cm B. 22cm C. 22cm 或 29cm D. 27cm 或 31cm

6. 如图，点 P 在 $\angle AOB$ 内， OP 与 OC 关于 OA 对称， OP 与 OD 关于 OB 对称，若 $CD = OP$ ，则 $\angle AOB$ 的度数是 ()



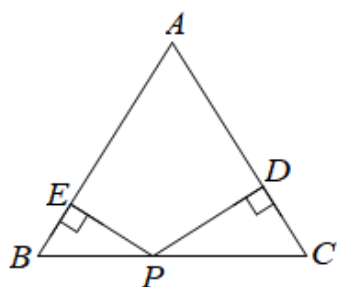
- A. 15° B. 30° C. 45° D. 60°

二、填空题 (本大题共 12 小题，每题 3 分，共 36 分)

7. 已知等腰三角形的一边长为 4、另一边长为 8，则这个等腰三角形的周长为_____。

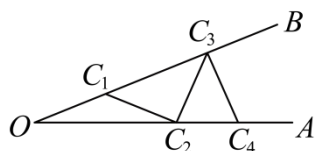
8. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 4$ ， P 是 BC 上任意一点，过 P 作 $PD \perp AC$ 于 D ， $PE \perp AB$ 于 E ，若

$S_{\triangle ABC} = 12$, 则 $PE + PD =$ _____



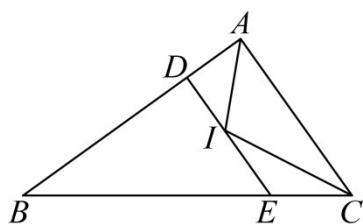
9. 如图, 点 C_1, C_3 在射线 OB 上, 点 C_2, C_4 在射线 OA 上, 满足 $OC_1 = C_1C_2 = C_2C_3 = C_3C_4$, 且 $C_3C_4 \perp OB$,

则 $\angle AOB$ 的度数为_____.

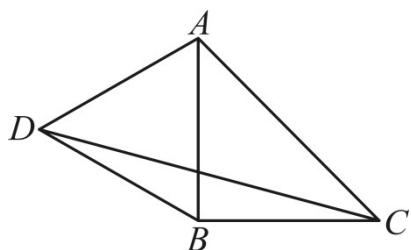


10. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC, \angle ACB$ 的平分线相交于 I , DE 过点 I 且 $DE \parallel AC$, 若 $AD = 3\text{cm}$, $CE = 5\text{cm}$,

则 $DE =$ _____ cm .

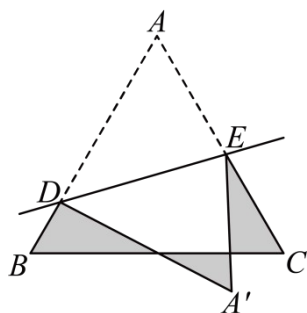


11. 如图, 等腰 $\text{Rt}\triangle ABC$, $\angle ABC = 90^\circ$, $AD = BD = AB$, 则 $\angle CDB =$ _____.

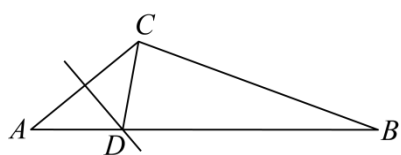


12. 如图, $\triangle ABC$ 是边长为1的等边三角形, D, E 分别是边 AB, AC 上的两点, 将 $\triangle ADE$ 沿直线 DE 折

叠，点 A 落在点 A' 处，则阴影部分图形的周长为_____。

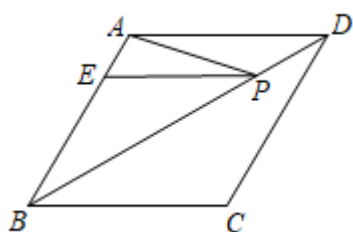


13. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在 AC 的垂直平分线上， $BC = BD$ ，若 $\angle B = 20^\circ$ ，则 $\angle ACB$ 的度数为_____。



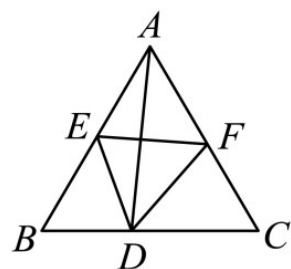
14. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AB = BC = 4$ ， $AD = DC$ ，连接 BD ， $\triangle BCD$ 的面积为 $\frac{20}{3}$ ，

点 E 是边 AB 边上一动点，点 P 在线段 BD 上，连接 PA, PE ，则 $PA + PE$ 的最小值是_____。



15. 如图，已知在等边 $\triangle ABC$ 中， $AB = 4\text{cm}$ ，点 E, F 分别在边 AB, AC 上，将 $\triangle ABC$ 沿 EF 翻折，点 A

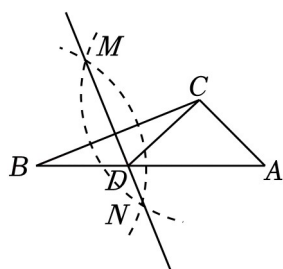
正好落在边 BC 上的点 D 处，如果 $\triangle BDE$ 的周长比 $\triangle CDF$ 的周长小 1cm ，那么 $BD =$ _____ cm 。



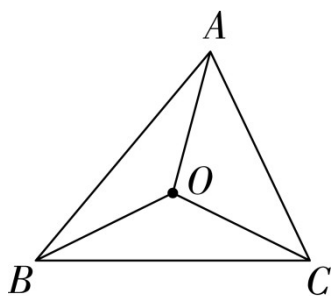
16. 如图，在已知的 $\triangle ABC$ 中，按以下步骤作图：①分别以 B, C 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}BC$ 的长为半径作弧，

两弧相交于两点 M, N ；②作直线 MN 交 AB 于点 D ，连接 CD ，若 $AC=3, AB=9$ ，则 $\triangle ACD$ 的周长为

_____.

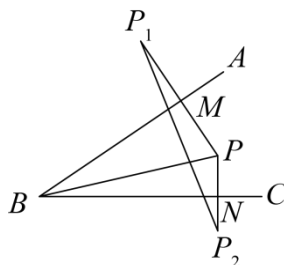


17. 如图， O 是 $\triangle ABC$ 内一点， $OA=OB=OC$ 。若 $\angle BOC=126^\circ$ ，则 $\angle BAC=$ _____度。



18. 如图， $\angle ABC=30^\circ$ ，在 $\angle ABC$ 内有一点 P ， $BP=5$ ， PP_1 垂直 AB 于 M ， PP_2 垂直 BC 于 N ，且

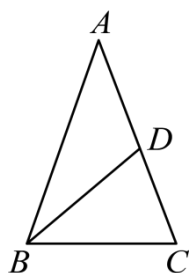
$PM=MP_1$ ， $PN=NP_2$ ，连接 P_1, P_2 ，则 $P_1P_2=$ _____。



三、解答题（本大题共7小题，共52分）

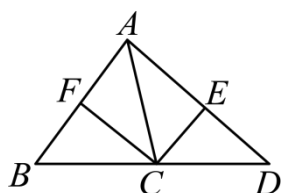
19. （本小题6分）如图，等腰 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，一腰上的中线 BD 将这个等腰三角形的周长分为21

和 12 两部分，求此三角形的腰长及底边长．

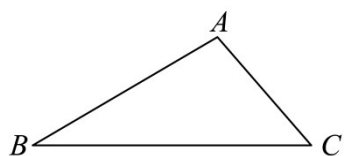


20．（本小题 6 分）如图， D 为 $\triangle ABC$ 边 BC 延长线上一点，且 $CD = CA$ ， E 是 AD 的中点， CF 平分

$\angle ACB$ 交 AB 于点 F ．求证： $CE \perp CF$ ．



21．（本小题 6 分）如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 30^\circ$ ， $\angle C = 50^\circ$ ．



(1) 尺规作图：

① 作边 AB 的垂直平分线交 BC 于点 D ，连接 AD ；

② 作边 AC 的垂直平分线交 BC 于点 E ，连接 AE （要求：保留作图痕迹，不写作法）

(2) 在 (1) 所作的图中，求 $\angle DAE$ 的度数．

22. (本小题8分) 【提出问题】如图1，已知在直线 l 同侧有两点 A 、 B ，请在直线 l 上找一点 C ，使得

$AC + BC$ 最小.

【分析问题】如图2，作 B 关于直线的对称点 B' ，连接 AB' 与直线 l 交于点 C ，点 C 就是所求的点.

因为直线 l 是点 B ， B' 的对称轴，点 C 在 l 上，由此可得 $CB = CB'$.

所以 $AC + BC = AC + \underline{\quad} = \underline{\quad}$.

以上问题的解决过程中运用的数学基本事实是_.

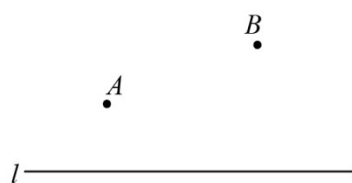


图1

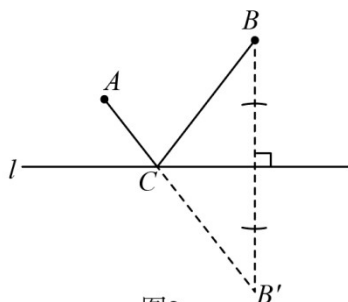


图2

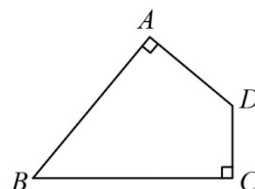


图3

【解决问题】如图3，在四边形 $ABCD$ 中， $\angle A = \angle C = 90^\circ$ ，在边 AB ， BC 上分别确定点 P ，点 Q ，使得

$\triangle DPQ$ 周长最小.

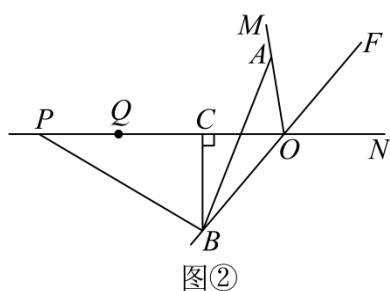
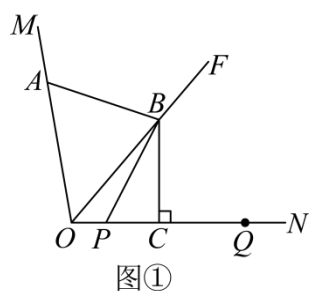
(1) 尺规作图：作出 $\triangle DPQ$ (保留作图痕迹，不写作法).

(2) 若 $\angle ADC = 130^\circ$ ，求 $\angle PDQ$ 的度数.

23. (本小题8分) 如图， OF 是 $\angle MON$ 的平分线，点 A 在射线 OM 上， P ， Q 是直线 ON 上的两动点，点

Q 在点 P 的右侧，且 $PQ = AO$ ，作线段 OQ 的垂直平分线，分别交直线 OF ， ON 于点 B ， C ，连接 AB ，

PB .

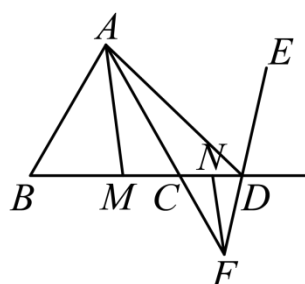
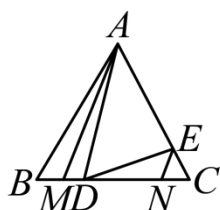
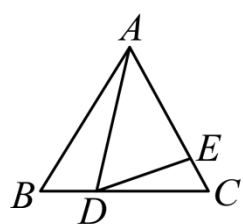


(1)如图①，当 P, Q 两点都在射线 ON 上时，求线段 AB 与 PB 的数量关系 .

(2)如图②，当 P, Q 两点都在射线 ON 的反向延长线上时，线段 AB, PB 是否还存在 (1) 中的数量关系？

请说明理由 .

24 . (本小题 8 分) 已知 $\triangle ABC$ 是等边三角形， $\angle ADE = 60^\circ$.



(1)当点 D, E 分别在 BC, AC 上时，

①如图 1，请说明 $\angle EDC = \angle BAD$ ；

②如图 2，若 AM 平分 $\angle BAD$ ， EN 平分 $\angle CED$ ，请判断 AM 与 EN 的位置关系，并说明理由。

(2)如图 3， $\angle ADE$ 在 $\triangle ABC$ 的外部，且点 D 在 BC 的延长线上，反向延长 DE 交射线 AC 于点 F ，若 AM 平分 $\angle BAD$ ， FN 平分 $\angle CFD$ ，则 $\angle MAC$ 与 $\angle NFC$ 是否相等？请说明理由。

25. (本小题 10 分) 【问题情境】它是由两个共顶点且顶角相等的等腰三角形构成。在相对位置变化的同时，始终存在一对全等三角形。这种模型称为“手拉手模型”。如果把小等腰三角形的腰长看作是小手，大等腰三角形的腰长看作大手，两个等腰三角形有公共顶点，类似大手拉着小手。

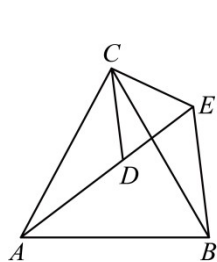


图1

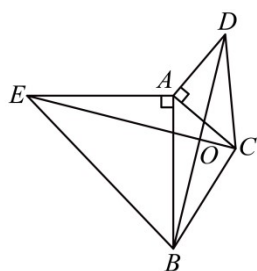


图2

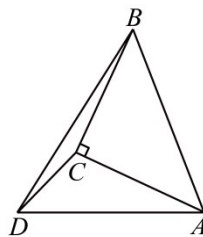


图3

【模型探究】（1）如图1，若 $\triangle ACB$ 和 $\triangle DCE$ 均为等边三角形， $AB = AC = BC$ ， $CD = CE = DE$ ， $\angle BAC = \angle ACB = \angle ABC = 60^\circ$ ， $\angle CDE = \angle DCE = \angle CED = 60^\circ$ ，点A、D、E在同一条直线上，连接 BE ，则 $\triangle CAD \cong$ _____；线段 $BE =$ _____；则 $\angle AEB$ 的度数为_____；

【探究证明】（2）如图2，已知 $\triangle ABC$ ，分别以AB、AC为直角边向 $\triangle ABC$ 两侧作等腰直角 $\triangle ABE$ 和等腰直角 $\triangle ACD$ ，其中 $\angle BAE = \angle CAD = 90^\circ$ ， $AB = AE$ ， $AC = AD$ ，连接CE、BD，线段CE和BD交于点O。请判断线段CE和BD的关系，并说明理由；

【模型应用】（3）如图3，在 $\triangle ACD$ 中， $\angle ADC = 45^\circ$ ， $AD = 9.5$ ，将线段AC绕着点C逆时针旋转 90° 至线段BC，连接BD，则 $\triangle ABD$ 的面积为_____。