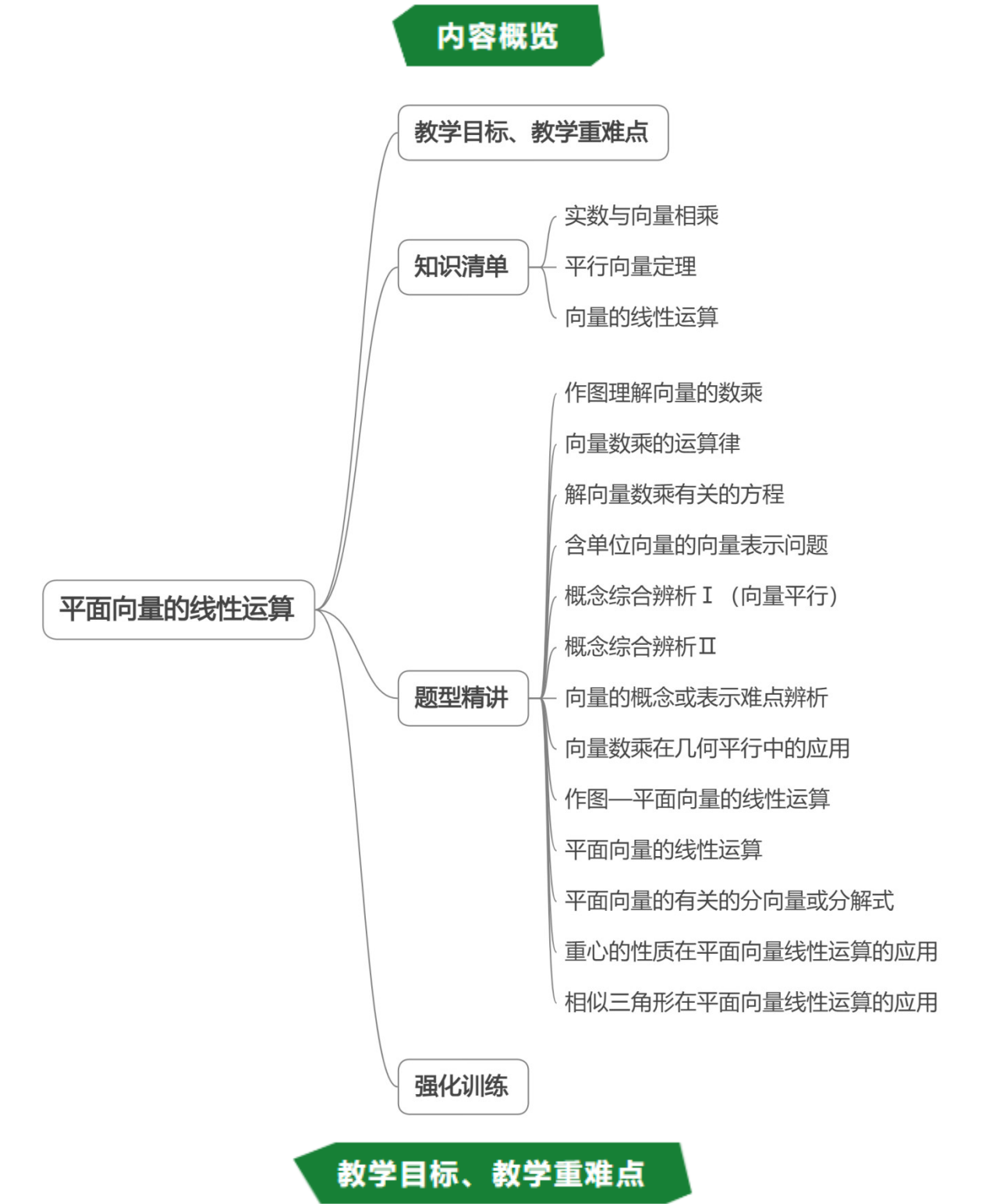


专题 24.10 平面向量的线性运算



教学目标	1. 理解向量的数乘； 2. 掌握向量的线性运算；
------	------------------------------

	3. 会用向量的线性组合表示向量。
教学重难点	1.重点 (1) 向量的数乘及其表示、运算； (2) 单位向量、平行向量及其在向量表示中的应用； (3) 平面向量的线性运算及其几何应用。 2.难点 (1) 概念辨析； (2) 平面向量的分解式； (3) 平面向量的几何应用。

知识清单

知识点1 实数与向量相乘

1. 实数与向量相乘的意义：

一般地，设 n 为正整数， $\vec{a}$ 为向量，我们用 na 表示 n 个 $\vec{a}$ 相加；用 $-na$ 表示 n 个 $-\vec{a}$ 相加。又当 m 为正整数时， $\frac{n}{m}\vec{a}$ 表示与 $\vec{a}$ 同向且长度为 $\frac{n}{m}|\vec{a}|$ 的向量。

要点：

设 P 为一个正数， $P\vec{a}$ 就是将 $\vec{a}$ 的长度进行放缩，而方向保持不变； $-P\vec{a}$ 也就是将 $\vec{a}$ 的长度进行放缩，但方向相反。

2. 向量数乘的定义

一般地，实数 k 与向量 a 的相乘所得的积是一个向量，记作 ka ，它的长度与方向规定如下：

(1) 如果 $k \neq 0$ ，且 $a \neq 0$ 时，则：

① ka 的长度： $|ka| = |k||a|$ ；② ka 的方向：当 $k > 0$ 时， ka 与 a 同方向；当 $k < 0$ 时， ka 与 a 反方向；

(2) 如果 $k = 0$ ，或 $a = 0$ 时，则： $ka = 0$ ， ka 的方向任意。

实数 k 与向量 a 相乘，叫做向量的数乘。

要点：

(1) 向量数乘结果是一个与已知向量平行（或共线）的向量；

(2) 实数与向量不能进行加减运算；

(4) ka 表示向量的数乘运算，书写时应把实数写在向量前面且省略乘号，注意不要将表示向量的箭头写在数字上面；

(5) 向量的数乘体现几何图形中的位置关系和数量关系。

3. 实数与向量的相乘的运算律：

设 m 、 n 为实数，则：

$$(1) m(na) = (mn)a \quad (\text{结合律}) ;$$

$$(2) (m+n)a = ma + na \quad (\text{向量的数乘对于实数加法的分配律}) ;$$

$$(3) m(a+b) = ma + mb \quad (\text{向量的数乘对于向量加法的分配律})$$

【即学即练】

$$1. \frac{1}{3}(\vec{a}-\vec{b})-2\left(\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}\right)=\underline{\hspace{2cm}}$$

2. 设 n 为正整数， a 为非零向量，那么下列说法不正确的是 ()

A. na 表示 n 个 a 相乘

B. $-na$ 表示 n 个 $-a$ 相加

C. na 与 a 是平行向量

D. $-na$ 与 na 互为相反向量

3. 如果向量 a 、 b 、 x 满足关系式 $4a - (b-x) = 0$ ，那么 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(用向量 a 、 b 表示)

知识点 2 平行向量定理

1. 单位向量：长度为 1 的向量叫做单位向量。

要点：

任意非零向量 a 与它同方向的单位向量 a_0 的关系：
$$a = |a|a_0, \quad a_0 = \frac{1}{|a|}a.$$

2. 平行向量定理：如果向量 b 与非零向量 a 平行，那么存在唯一的实数 m ，使 $b = ma$ 。

要点：

$$|m| = \frac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|}$$

(1) 定理中， $|m| = \frac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|}$ ， m 的符号由 b 与 a 同向还是反向来确定。

(2) 定理中的“ $a \neq 0$ ”不能去掉，因为若 $a = 0$ ，必有 $b = 0$ ，此时 m 可以取任意实数，使得 $b = ma$ 成立。

(3) 向量平行的判定定理： a 是一个非零向量，若存在一个实数 m ，使 $b = ma$ ，则向量 b 与非零向量 a 平行。

(4) 向量平行的性质定理：若向量 b 与非零向量 a 平行，则存在一个实数 m ，使 $b = ma$ 。

(5) A、B、C 三点的共线 $\Leftrightarrow \vec{AB} \parallel \vec{BC} \Leftrightarrow$ 若存在实数 λ ，使 $\vec{AB} = \lambda \vec{BC}$ 。

【即学即练】

1. 已知 a 与单位向量 e 的方向相反，且长度为 4，那么 e 表示 a 为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 已知： e 是单位向量，且 $a = 2e$ ， $b = -3e$ ，若 $b = ka$ (k 是一个实数)，则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 若 $a = 2e$ ，向量 b 和向量 a 方向相反，且 $|b| = 2|a|$ ，则下列结论中不正确的是 ()

A. $|a| = 2$

B. $|b| = 4$

C. $b = 4e$

D. $\vec{a} = -\frac{1}{2}\vec{b}$

知识点3 向量的线性运算

1. 向量的线性运算定义：

向量的加法、减法、实数与向量相乘以及它们的混合运算叫做向量的线性运算.

要点：

(1) 如果没有括号，那么运算的顺序是先将实数与向量相乘，再进行向量的加减.

(2) 如果有括号，则先做括号内的运算，按小括号、中括号、大括号依次进行.

2. 向量的分解：

平面向量基本定理：如果 $\vec{e}_1, \vec{e}_2$ 是同一平面内两个不共线（或不平行）的向量，那么对于这一平面内的任一向量 a ，有且只有一对实数 λ_1, λ_2 ，使得 $a = \lambda_1 \vec{e}_1 + \lambda_2 \vec{e}_2$.

要点：

(1) 同一平面内两个不共线（或不平行）向量 $\vec{e}_1, \vec{e}_2$ 叫做这一平面内所有向量的一组基底. 一组基底中，必不含有零向量.

(2) 一个平面向量用一组基底 $\vec{e}_1, \vec{e}_2$ 表示为 $a = \lambda_1 \vec{e}_1 + \lambda_2 \vec{e}_2$ 形式，叫做向量的分解，当 $\vec{e}_1, \vec{e}_2$ 相互垂直时，就称为向量的正分解.

(3) 以平面内任意两个不共线的向量为一组基底，该平面内的任意一个向量都可表示成这组基底的线性组合，基底不同，表示也不同.

3. 用向量方法解决平面几何问题：

(1) 利用已知向量表示未知向量

用已知向量来表示另外一些向量，除利用向量的加、减、数乘运算外，还应充分利用平面几何的一些定理，因此在求向量时要尽可能转化到平行四边形或三角形中，利用三角形中位线、相似三角形对应边成比例等平面几何的性质，把未知向量转化为与已知向量有直接关系的向量来求解.

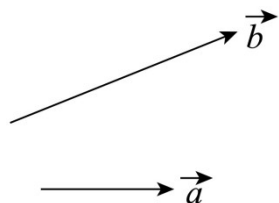
(2) 用向量方法研究平面几何的问题的“三步曲”：

- ① 建立平面几何与向量的联系，将平面几何问题转化为向量问题.
- ② 通过向量运算，研究几何元素的关系.
- ③ 把运算结果“翻译”成几何关系.

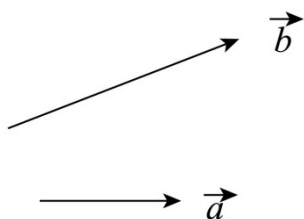
【即学即练】

1. 作图题：

(1) 已知向量 a, b ，求作向 $-2(a-b)$.

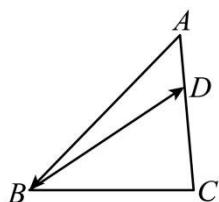


(2) 已知两个不平行的向量 a, b ，求作向量 $(\vec{a} + \vec{b}) - \left(\frac{1}{2}\vec{b} + 3\vec{a}\right)$.

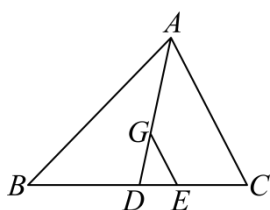


2. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 是线段 AC 上的点，且 $CD = 2DA$ ，若 $\vec{AB} = \vec{a}$ ， $\vec{BD} = \vec{b}$ ，那么 $\vec{BC} =$ _____.

(用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的线性组合表示)



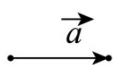
3. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 G 为 $\triangle ABC$ 的重心，连接 AG 并延长交 BC 于点 D ，过点 G 作 $GE \parallel AC$ 交 BC 于点 E ，如果 $\vec{AB} = \vec{a}$ ， $\vec{BD} = \vec{b}$ ，那么用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示向量 $\vec{GE} =$ _____.



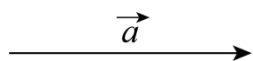
题型精讲

题型 01 作图理解向量的数乘

【典例 1】. 已知非零向量 $\vec{a}$ ，求作 $3\vec{a}$ 、 $-2\vec{a}$ 、 $-\frac{1}{2}\vec{a}$.



【变式 1】. 已知非零向量 $\vec{a}$ ，求作 $\frac{7}{5}\vec{a}$ ， $-3\vec{a}$.



题型 02 向量数乘的运算律

【典例 1】. 计算： $(-3) \times 5\vec{a} =$ _____；

$7(\vec{a} + \vec{b}) - 4(\vec{a} - \vec{b}) + 3\vec{a} =$ _____；

$\frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b}) - \frac{1}{3}(\vec{a} - \vec{b}) =$ _____.

【变式1】 化简： $2(a+b)-a=$ _____.

【变式2】 . 计算： $2\left(a + \frac{1}{2}b\right) - 3b =$ _____.

题型 03 解向量数乘有关的方程

【典例1】 已知关系式 $4(a+x)-7b=a$ ，那么向量 $x=$ _____。（用 a, b 表示）

【变式 1】 已知向量 a 、 b 、 x 满足关系式 $3(a-x)-2b=0$ ，那么用向量 a 、 b 表示向量 $x=$ _____

【变式2】 已知向量 a, b, x 满足关系式 $3a + 4(b - x) = 0$, 那么可用向量 a, b 表示向量 $x =$ _____ .

题型 04 含单位向量的向量表示问题

【典例 1】 . 已知向量 a 与单位向量 e 方向相反, 且 $|a| = 5$, 那么 $a =$ _____ . (用向量 e 的式子表示)

【变式1】 已知 a 与单位向量 e 方向相反, 且长度为5, 那么 $a = \underline{\hspace{2cm}}$. (用含向量 e 式子表示 a)

【变式2】 若向量 $\vec{b}$ 与单位向量 $\vec{e}$ 的方向相反, 且 $|\vec{b}| = \frac{1}{2}|\vec{e}|$, 则 $\vec{b} =$ _____ (用 $\vec{e}$ 表示)

【变式3】 如果向量 a 与单位向量 e 的方向相反, 且 $|a|=5$, 那么用向量 e 表示向量 a 为_____.

题型 05 概念综合辨析I (向量平行)

【典例1】 已知非零向量 a 、 b 和 c ，下列条件中不能判定 $a \parallel b$ 的是 ()

- A. $a = -2b$, $b \nparallel c$ B. $a = 2c$, $b = c$
- C. $a = -5b$ D. $|a| = 2|b|$

【变式1】 已知 $|a|=3$ ， $|b|=4$ ，且 a 和 b 的方向相反，那么下列结论中正确的是（ ）

- A. $\vec{a} = \frac{4}{3}\vec{b}$ B. $\vec{a} = -\frac{3}{4}\vec{b}$ C. $\vec{a} = -\frac{4}{3}\vec{b}$ D. $\vec{a} = \frac{3}{4}\vec{b}$

【变式2】 已知非零向量 a, b, c ，下列条件中不一定能判定 $a \parallel b$ 的是 ()

- A. $|a| = 2|b|$ B. $a = 2b$ C. $a \parallel c, b \parallel c$ D. $a = 2, b \parallel c$

【变式3】 已知 $a = -3b$ ，下列说法中不正确的是（ ）

- A. $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 方向相反 B. $\vec{a} \parallel \vec{b}$ C. $\vec{a} + 3\vec{b} = \vec{0}$ D. $\frac{|\vec{a}|}{|\vec{b}|} = 3$

题型 06 概念综合辨析II

【典例 1】. 下列命题中正确的是 ()

- A. 若 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 都是单位向量，则 $\vec{a} = \vec{b}$
- B. 若 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 是相等向量，则它们的始点、终点都相同
- C. 若 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 是相反向量，则 $\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$
- D. $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{BA}$ 是平行向量

【变式 1】. 已知 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 为非零向量，下列判断错误的是 ()

- A. 如果 $\vec{a} = 2\vec{b}$ ，那么 $\vec{a} \parallel \vec{b}$
- B. 如果 $\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$ ，那么 $\vec{a} \parallel \vec{b}$
- C. 如果 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ ，那么 $\vec{a} = \vec{b}$
- D. 如果 $\vec{e}$ 为单位向量，且 $\vec{a} = 2\vec{e}$ ，那么 $|\vec{a}| = 2$

【变式 2】. 下列命题正确的是 ()

- A. 如果 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ ，那么 $\vec{a} = \vec{b}$ B. 如果 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 都是单位向量，那么 $\vec{a} = \vec{b}$
- C. $\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}$ D. 如果 $\vec{a} = k\vec{b}$ ($k \neq 0$)，那么 $\vec{a} \parallel \vec{b}$

【变式 3】. 下列说法：①如果 $\vec{a} = k \cdot \vec{b}$ (k 是实数)，那么 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ；②若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ， $\vec{b} \parallel \vec{c}$ ，则 $\vec{a} \parallel \vec{c}$ ；③单位向量都相等；④一个向量与零相乘，乘积为零；其中正确的是_____.

【变式 4】. 下列命题中，错误的是 ()

- A. 如果 $k = 0$ 或 $\vec{a} = \vec{0}$ ，那么 $k\vec{a} = \vec{0}$
- B. 如果 m 、 n 为实数，那么 $m(n\vec{a}) = (mn)\vec{a}$
- C. 如果 $\vec{a} = k\vec{b}$ (k 为实数)，那么 $\vec{a} \parallel \vec{b}$
- D. 如果 $\vec{a} = 3\vec{b}$ 或 $\vec{a} = -3\vec{b}$ ，那么 $|\vec{a}| = 3|\vec{b}|$

题型 07 向量的概念或表示难点辨析

【典例 1】. 已知一个单位向量 e ，设 a 、 b 是非零向量，那么下列等式中正确的是 ()

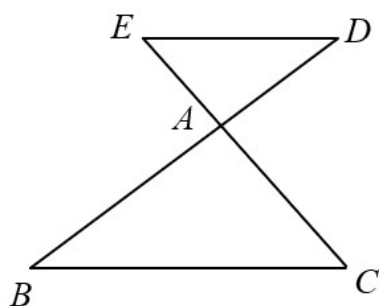
- A. $|a|e = a$ B. $|e|b = b$ C. $\frac{1}{|a|}\vec{a} = e$ D. $\frac{1}{|a|}\vec{a} = \frac{1}{|b|}\vec{b}$

【变式 1】. 已知 e 是一个单位向量， a 、 b 是非零向量，那么下列等式正确的是 ()

- A. $|a|e = a$ B. $|e|b = b$ C. $\frac{1}{|a|}\vec{a} = e$ D. $\frac{1}{|a|}\vec{a} = \frac{1}{|b|}\vec{b}$

题型 08 向量数乘在几何平行问题中应用

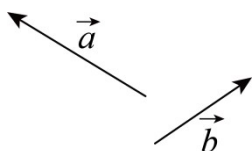
【典例 1】. 如图， D 、 E 分别是 $\triangle ABC$ 的边 BA 、 CA 延长线上的点， $DE \parallel BC$ ， $EA:AC = 1:2$ ，如果 $\vec{ED} = a$ ，那么向量 $\vec{BC} =$ _____ (用向量 a 表示)。



【变式 1】. 已知在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，点 E 、 F 分别是边 AB 、 CD 的中点， $BC = 2AD$ ，设 $\vec{AD} = a$ ，那么 $\vec{EF} =$ _____ (用含 a 的式子表示)

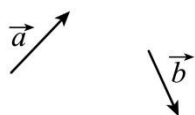
题型 09 作图——平面向量的线性运算

【典例 1】. 已知：如图，两个不平行的向量 a 和 b ，先化简，再求作： $\left(3\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}\right) - \left(2\vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b}\right)$ (不要求写作法，但要指出图中表示结论的向量)



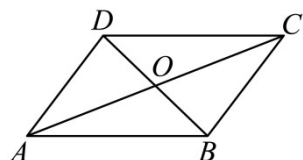
【变式 1】. 如图，已知两个不平行的向量 a 、 b ，先化简，再求作： $\frac{1}{2}(5\vec{a} - 2\vec{b}) - \left(\frac{1}{2}\vec{a} + 2\vec{b}\right)$ 。

(不要求写作法，但要保留作图痕迹，并指出所作图中表示结论的向量。)



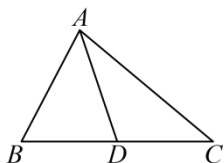
题型 10 平面向量的线性运算

【典例 1】. 如图，已知平行四边形 $ABCD$ ，对角线 AC 与 BD 相交于点 O 。设 $\overrightarrow{OA} = a$ ， $\overrightarrow{OB} = b$ ，试用 a 、 b 表示下列向量：



$\overrightarrow{OC}$ ， $\overrightarrow{OD}$ ， $\overrightarrow{AB}$ ， $\overrightarrow{BC}$ ， $\overrightarrow{CD}$ ， $\overrightarrow{DA}$ 。

【变式 1】. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 是边 BC 的中点， $\overrightarrow{AB} = a$ ， $\overrightarrow{AC} = b$ ，那么 $\overrightarrow{AD}$ 等于 ()



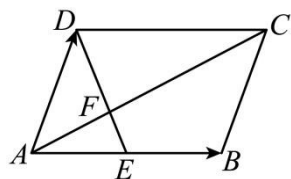
A. $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$

B. $\overrightarrow{AD} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$

C. $\overrightarrow{AD} = -\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$

D. $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$

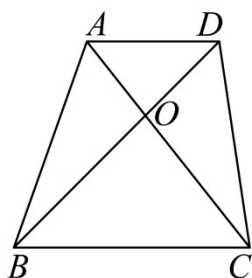
【变式 2】. 已知：如图，在 $\square ABCD$ 中， E 是边 AB 的中点， DE 与对角线 AC 相交于点 F 。如果 $\overrightarrow{AB} = a$ ， $\overrightarrow{AD} = b$ ，那么 $EF =$ _____ (用含 a 、 b 的式子表示)。



【变式 3】. 在菱形 $ABCD$ 中， $\angle ABC = 60^\circ$ ， $AB = 1$ ，那么 $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| =$ _____。

题型 11 平面向量有关的分向量或分解式

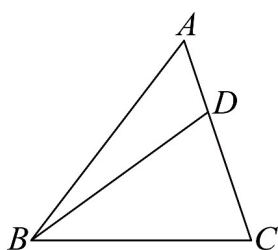
【典例 1】. 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， AC 、 BD 交于点 O ， $AD:BC = 1:2$ ， $\overrightarrow{BA} = a$ ， $\overrightarrow{BC} = b$



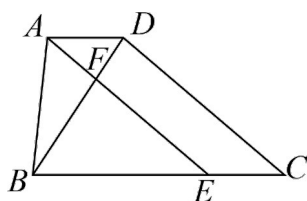
(1) 填空： $\vec{AO} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\vec{OD} = \underline{\hspace{2cm}}$ (结果用 a, b 表示)；

(2) 画出 $\vec{CA}$ 在 a, b 方向上的分向量。(不要求写作法，但要指出所作图中表示结论的向量)

【变式1】 . 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在边 AC 上，且 $AC = 3AD$. 如果 $\vec{AB} = a$ ， $\vec{AC} = b$ ，那么 $\vec{BD}$ 关于 a, b 的分解式为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



【变式2】 . 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，且 $BC = 3AD$ ，过点 A 作 $AE \parallel DC$ ，分别交 BC, BD 于点 E, F ，若 $\vec{AB} = a, \vec{BC} = b$.

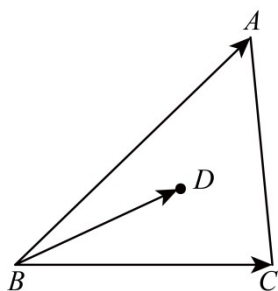


(1) 用 a, b 表示 $\vec{BD}$ 和 $\vec{AF}$ ；

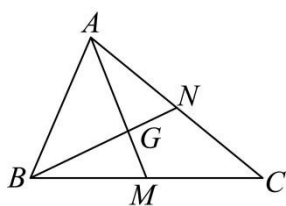
(2) 求作 $\vec{BF}$ 在 a, b 方向上的分向量。(不要求写作法，但要保留作图痕迹，并指出所作图中表示结论的分向量)

题型 12 重心的性质在平面向量线性运算的应用

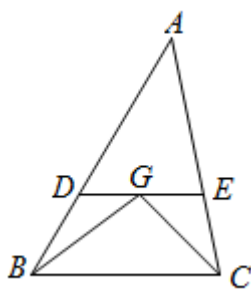
【典例1】 . 如图，点 D 是 $\triangle ABC$ 的重心，连接 BD ，如果 $\vec{BA} = a$ ， $\vec{BC} = b$ ，那么 $\vec{BD} = \underline{\hspace{2cm}}$.



【变式1】 . 如图，已知 $\triangle ABC$ 中，中线 AM 、 BN 相交于点 G ，设 $\overrightarrow{AG} = a$ ， $\overrightarrow{BG} = b$ ，那么向量 $\overrightarrow{BC}$ 用向量 a 、 b 表示为_____.

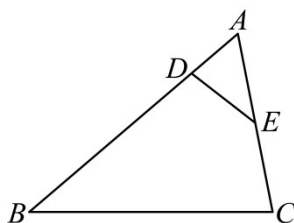


【变式2】 . 如图，已知 G 为 $\triangle ABC$ 的重心，过点 G 作 BC 的平行线交边 AB 和 AC 于点 D 、 E ，设 $\overrightarrow{GB} = a$ 、 $\overrightarrow{GC} = b$. 用 $xa + yb$ (x 、 y 为实数)的形式表示向量 $\overrightarrow{DE}$ = _____.



题型13 相似三角形在平面向量线性运算的应用

【典例1】 . 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 E 为 AC 中点，点 D 在边 AB 上， $\angle AED = \angle B$ ， $AB = 9$ ， $AC = 6$.

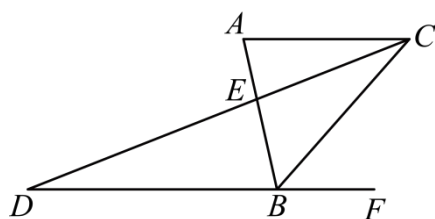


(1)求 AD 的长；

(2)设 $\overrightarrow{AB} = a$ ， $\overrightarrow{BC} = b$ 用向量 a 、 b 表示向量 $\overrightarrow{DE}$ ，即 $\overrightarrow{DE} =$ _____.

【变式1】 . 如图， AB 与 CD 相交于点 E ， $AC \parallel BD$ ，点 F 在 DB 的延长线上，连接 BC ，如果 BC 平分

$\angle ABF$, $AE = 2$, $BE = 3$.



(1) 求 BD 的长 ;

(2) 设 $\overrightarrow{ED} = \vec{a}$, $\overrightarrow{EB} = \vec{b}$, 用含 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的式子表示 $\overrightarrow{BC}$.

强化训练

一、单选题

1. 下列判断错误的是 () .

A . $0 \cdot \vec{a} = 0$

B . 如果 $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{b}$ ($\vec{b}$ 为非零向量) , 那么 $\vec{a} \parallel \vec{b}$

C . 设 $\vec{e}$ 为单位向量 , 那么 $|\vec{e}| = 1$

D . 如果 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$, 那么 $\vec{a} = \vec{b}$ 或 $\vec{a} = -\vec{b}$

2. 下列关于向量的说法中 , 不正确的是 ()

A . $|3\vec{a}| = 3|\vec{a}|$

B . $3(\vec{a} + \vec{b}) = 3\vec{a} + 3\vec{b}$

C . 若 $\vec{a} = k\vec{b}$ ($k \neq 0$) , 则 $\vec{a} \parallel \vec{b}$

D . 若 $|\vec{a}| = 3|\vec{b}|$, 则 $\vec{a} = 3\vec{b}$ 或 $\vec{a} = -3\vec{b}$

3. 矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O , 如果 $\overrightarrow{BC} = \vec{a}$, $\overrightarrow{DC} = \vec{b}$, 那么 ()

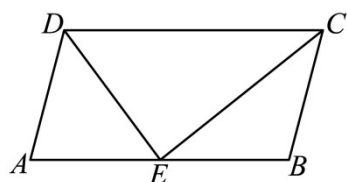
A . $\overrightarrow{DO} = \frac{1}{2}(\vec{a} - \vec{b})$

B . $\overrightarrow{DO} = \frac{1}{2}(\vec{b} - \vec{a})$

C . $\overrightarrow{DO} = \vec{a} - \vec{b}$

D . $\overrightarrow{DO} = \frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{a})$

4. 如图 , 已知平行四边形 $ABCD$ 中 , $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, E 为 AB 中点 , 求 $\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b} =$ ()


 A. $\overrightarrow{EC}$

 B. $\overrightarrow{CE}$

 C. $\overrightarrow{ED}$

 D. $\overrightarrow{DE}$

 5. 已知非零向量 a 和单位向量 e ，那么下列结论中，正确的是 ()

 A. $|a| = |e|a$

 B. $\vec{e} = \frac{1}{|a|} \vec{a}$

 C. $a = |e|a$

 D. $a = |a|e$

 6. 已知点 D 、 E 分别在 $\triangle ABC$ 的边 CA 、 BA 的延长线上， $DE \parallel BC$ ， $DE:BC = 1:3$ ，设 $\overrightarrow{DA} = a$ ，那么 $\overrightarrow{CD}$ 用向量 a 表示为 ()

 A. $3a$

 B. $-3a$

 C. $4a$

 D. $-4a$

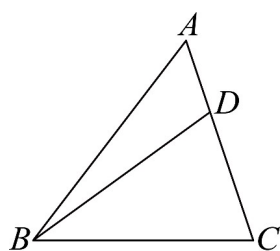
二、填空题

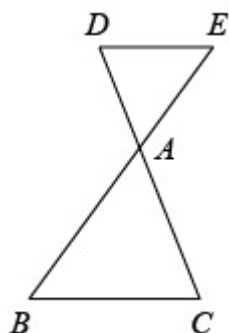
 7. 计算： $\left(\frac{5}{2}\vec{a} + 2\vec{b}\right) - \left(\frac{3}{2}\vec{a} - \vec{b}\right) =$ _____.

 8. 如果向量 a 、 b 、 x 满足 $\frac{1}{2}(\vec{x} + \vec{a}) = \vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b}$ ，那么 $x =$ ____ (用向量 a 、 b 表示).

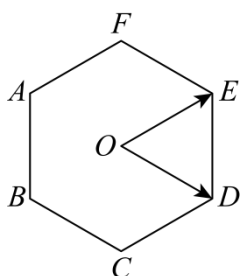
 9. 长度为 a 的 2 倍，且与 a 是平行向量的向量是 _____.

 10. 已知向量 a 与单位向量 e 的方向相反， $|a| = 3$ ，那么向量 a 用单位向量 e 表示为 _____.

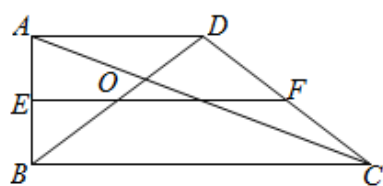
 11. 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中，点 D 是边 AC 上一点，且 $CD = 2AD$. 设 $\overrightarrow{BA} = a$ ， $\overrightarrow{BC} = b$ ，那么向量 $\overrightarrow{BD} =$ _____. (用 $xa + yb$ 的形式表示，其中 x 、 y 为实数)

 12. 如图，已知点 D 、 E 分别在 $\triangle ABC$ 的边 CA 、 BA 的延长线上， $DE \parallel BC$ ， $DE:BC = 2:3$ ，设 $\overrightarrow{CD} = a$ ，试用向量 a 表示向量 $\overrightarrow{DA}$ ， $\overrightarrow{DA} =$ _____.



13. 如图，正六边形 $ABCDEF$ ，连接 OE 、 OD ，如果 $\overrightarrow{OD} = a$ ， $\overrightarrow{OE} = b$ ，那么 $\overrightarrow{AB} =$ _____.

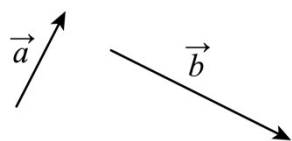


14. 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，对角线 AC 、 BD 相交于点 O ，点 E 、 F 分别是边 AB 、 CD 的中点， $AO:OC = 1:4$ ，设 $\overrightarrow{AD} = a$ ，那么 $\overrightarrow{EF} =$ _____。（用含向量 a 的式子表示）



三、解答题

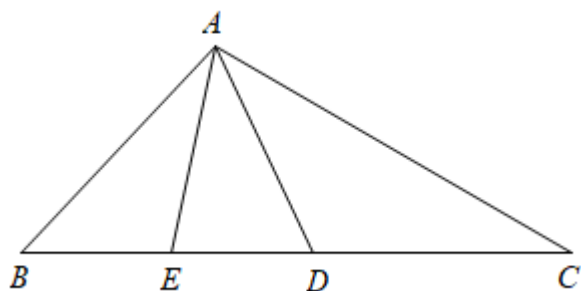
15. 已知 a 、 b .



(1) 化简： $\frac{1}{2}(3\vec{a} + 2\vec{b}) - 2\left(2\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}\right) + \left(2\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}\right)$.

(2) 求作 $\vec{x}$ ，使 $\vec{x} = \frac{1}{2}(3\vec{a} + 2\vec{b}) - 2\left(2\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}\right) + \left(2\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}\right)$.

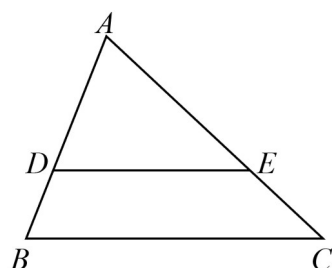
16. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在边 BC 上， $BD = AB = \frac{1}{2}BC$ ， E 是 BD 的中点 .



(1) 求证： $\angle BAE = \angle C$ ；

(2) 设 $\overrightarrow{AB} = a$ ， $\overrightarrow{AD} = b$ ，用向量 a 、 b 表示向量 $\overrightarrow{AC}$ 。

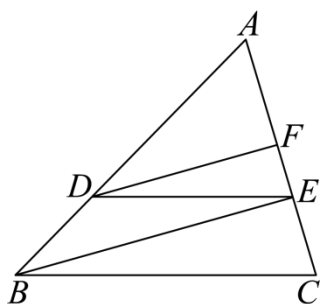
17. 如图，已知 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上， $DE \parallel BC$ ， $AD = 2DB$ 。



(1) 如果 $BC = 4$ ，求 DE 的长；

(2) 设 $\overrightarrow{AB} = a$ ， $\overrightarrow{DE} = b$ ，用 a 、 b 表示 $\overrightarrow{AC}$ 。

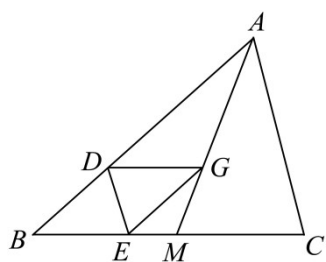
18. 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上，且 $DE \parallel BC$ ，过点 D 作 $DF \parallel BE$ 交 AC 于点 F 。



(1) 求证： $AE^2 = AF \cdot AC$ ；

(2) 若 $AD:BD = 2:1$ ， $\overrightarrow{AB} = a$ ， $\overrightarrow{AC} = b$ ，请用 a 、 b 表示 $\overrightarrow{AE}$ 、 $\overrightarrow{BE}$ （直接写出答案）。

19. 已知：如图， AM 是 $\triangle ABC$ 的中线，点 G 是重心，点 D 、 E 分别在边 AB 和 BC 上，四边形 $BEGD$ 是平行四边形。



(1) 求证： $DE \parallel AC$ ；

(2) 设 $\overrightarrow{BA} = a$, $\overrightarrow{BC} = b$, 用向量 a , b 表示 $\overrightarrow{DE} =$ _____ .