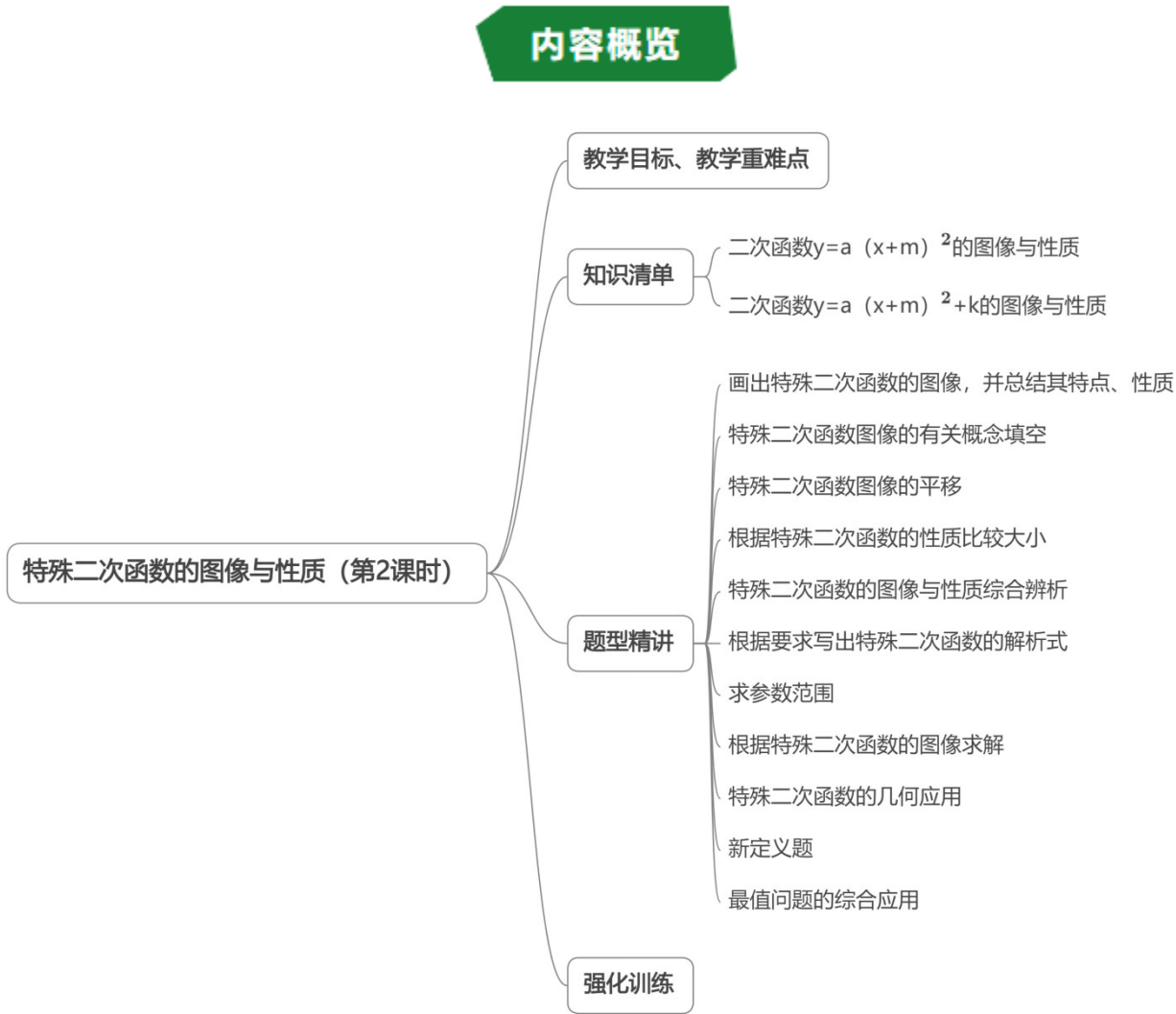


专题 26.3 特殊二次函数的图像与性质(第 2 课时)



教学目标、教学重难点

教学目标	1. 会用描点法画出二次函数 $y=a(x+m)^2$ 、 $y=a(x+m)^2+k(a\neq 0)$ ； 2. 知道二次函数 $y=a(x+m)^2+k$ 的图像特点 ； 3. 掌握二次函数 $y=a(x+m)^2+k$ 的图像与性质及应用。
教学重难点	1.重点 (1) 继续特殊学习特殊二次函数的图像与性质 ； (2) 巩固列表、描点探索函数的图像与性质 ； 并会画出函数的大致图像 ； (3) 二次函数 $y=a(x+m)^2$ 、 $y=a(x+m)^2+k(a\neq 0)$ 的应用 ； 2.难点

(1) 含参数的特殊二次函数图像与性质综合分析；

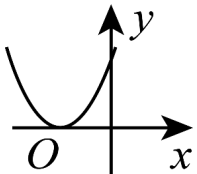
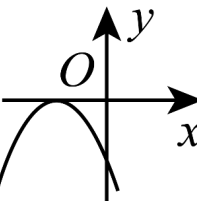
(2) 特殊二次函数图像与性质的几何应用。

知识清单

知识点 1 二次函数 $y=a(x+m)^2(a \neq 0)$ 的图像与性质

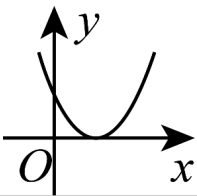
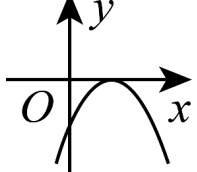
1. 二次函数 $y=a(x+m)^2(a \neq 0)$ 的图像与性质 ($m > 0$)

 二次函数 $y=a(x+m)^2(a \neq 0, m > 0)$ 的图像的性质，如下表：

函数		图像	开口方向	顶点坐标	对称轴	性质
$y=a(x+m)^2$ ($a \neq 0, m > 0$)	$a > 0$		向上	$(-m, 0)$	直线 $x=-m$	当 $x > m$ 时， y 随 x 的增大而增大； $x < m$ 时， y 随 x 的增大而减小； $x=m$ 时， y 有最小值 0。
	$a < 0$		向下	$(-m, 0)$	直线 $x=-m$	$x > m$ 时， y 随 x 的增大而减小； $x < m$ 时， y 随 x 的增大而增大； $x=m$ 时， y 有最大值 0。

2. 二次函数 $y=a(x+m)^2(a \neq 0)$ 的图像与性质 ($m < 0$)

 二次函数 $y=a(x+m)^2(a \neq 0, m < 0)$ 的图像的性质，如下表：

函数		图像	开口方向	顶点坐标	对称轴	性质
$y=a(x+m)^2$ ($a \neq 0, m < 0$)	$a > 0$		向上	$(-m, 0)$	直线 $x=-m$	当 $x > m$ 时， y 随 x 的增大而增大； $x < m$ 时， y 随 x 的增大而减小； $x=m$ 时， y 有最小值 0。
	$a < 0$		向下	$(-m, 0)$	直线 $x=-m$	$x > m$ 时， y 随 x 的增大而减小； $x < m$ 时， y 随 x 的增大而增大； $x=m$ 时， y 有最大值 0。

 抛物线 $y=a(x+m)^2$ (其中 a, m 是常数，且 $a \neq 0$) 的对称轴是过点 $(-m, 0)$ 且平行(或重合)于 y 轴的直线，即直线

$x=-m$; 顶点坐标是 $(-m,0)$. 当 $a>0$ 时, 抛物线开口向上, 顶点是抛物线的最低点; 当 $a<0$ 时, 抛物线开口向下, 顶点是抛物线的最高点.

要点: 一般地, 抛物线 $y=a(x+m)^2$ (其中 a 、 m 是常数, 且 $a\neq 0$) 可以通过将抛物线 $y=ax^2$ 向左($m>0$ 时)或向右($m<0$ 时)平移 $|m|$ 个单位得到.

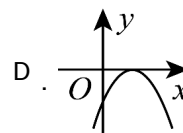
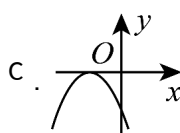
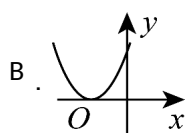
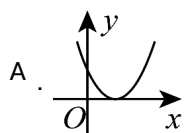
【即学即练】

1. 在同一直角坐标系中, 画出二次函数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 、 $y=-\frac{1}{2}(x+1)^2$ 与 $y=-\frac{1}{2}(x-1)^2$ 的图像. 根据所画图像,

填写下表:

抛物线	开口方向	对称轴	顶点坐标	增减性
$y=-\frac{1}{2}x^2$				
$y=-\frac{1}{2}(x+1)^2$				
$y=-\frac{1}{2}(x-1)^2$				

2. 下列图像是二次函数 $y=-2(x+1)^2$ 的图像的是 ()



3. 已知点 $A(0, y_1)$ 和点 $B(3, y_2)$ 在二次函数 $y=(x-1)^2$ 的图像上, 则 y_1 与 y_2 的大小关系是 ()

- A. $y_1 > y_2$ B. $y_1 = y_2$ C. $y_1 < y_2$ D. 无法确定

4. 已知二次函数 $y=3(x-a)^2$ 的图像, 当 $x>2$ 时, y 随 x 的增大而增大, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $a > 2$ B. $a \geq 2$ C. $a < 2$ D. $a \leq 2$

知识点2 二次函数 $y=a(x+m)^2+k(a\neq 0)$ 的图像与性质

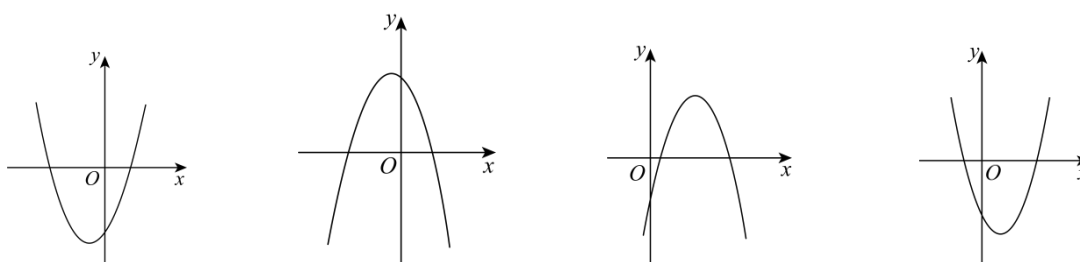
1. 这里, 先给出结论, 即二次函数 $y=a(x+m)^2+k(a\neq 0)$ 的图像与性质, 如下表

a 的符号	开口方向	顶点坐标	对称轴	性质
$a > 0$	向上	$(-m, k)$	直线 $x=-m$	当 $x > m$ 时, y 随 x 的增大而增大; $x < m$ 时, y 随 x 的增大而减小; $x=m$ 时, y 有最小值 k .

$a < 0$	向下	$(-m, k)$	直线 $x = -m$	当 $x > m$ 时, y 随 x 的增大而减小; $x < m$ 时, y 随 x 的增大而增大; $x = m$ 时, y 有最大值 k .
---------	----	-----------	----------------	---

2. 下面我们再讨论 a, m, k 的符号, 共有八种图像,

① $a > 0, m > 0, k < 0$ ② $a < 0, m > 0, k > 0$ ③ $a < 0, m < 0, k > 0$ ④ $a > 0, m < 0, k < 0$



还有四种图像可以自主画出, 以练习画出函数大致图像的能力。

3. 通过对上面问题的讨论, 我们看到二次函数 $y = a(x+m)^2 + k$ (其中 a, m, k 是常数, 且 $a \neq 0$) 的图像即抛物线 $y = a(x+m)^2 + k$, 可以通过将抛物线 $y = ax^2$ 进行两次平移得到. 这两次平移可以是: 先向左($m > 0$ 时)或向右($m < 0$ 时)平移 $|m|$ 个单位, 再向上($k > 0$ 时)或向下($k < 0$ 时)平移 $|k|$ 个单位.

利用图形平移的性质, 可知:

抛物线 $y = a(x+m)^2 + k$ (其中 a, m, k 是常数, 且 $a \neq 0$) 的对称轴是过点 $(-m, 0)$ 且平行(或重合)于 y 轴的直线, 即直线 $x = -m$; 顶点坐标是 $(-m, k)$. 当 $a > 0$ 时, 抛物线开口向上, 顶点是抛物线的最低点; 当 $a < 0$ 时, 抛物线开口向下, 顶点是抛物线的最高点.

【即学即练】

1. 写出下列抛物线的开口方向、对称轴和顶点:

(1) $y = 2(x+3)^2 + 5$;

(2) $y = -3(x-1)^2 - 2$.

2. 指出下列抛物线的开口方向、对称轴和顶点坐标.

抛物线	开口方向	对称轴	顶点坐标
-----	------	-----	------

$y = -4(x+3)^2 + 5$			
$y = 3(x+1)^2 - 2$			
$y = (x-5)^2 - 7$			
$y = -2(x-2)^2 + 6$			

3. 将二次函数 $y = (x-1)^2 + 3$ 图像水平向左平移 2 个单位长度后的图像顶点坐标是 ()

- A. (1,3) B. (1,-3) C. (-1,3) D. (-1,-3)

4. 已知抛物线 $y = (x-2)^2 + 1$ ，下列结论错误的是 ()

- A. 对称轴为直线 $x = 2$ B. 抛物线与 y 轴的交点坐标为 (0,5)
C. y 有最小值，且最小值为 1 D. 当 $x < 2$ 时， y 随 x 的增大而增大

5. 设 $A(-1, y_1), B(2, y_2), C(3, y_3)$ 是抛物线 $y = -(x+2)^2 + m$ 上的三点，则 y_1, y_2, y_3 的大小关系是 ()

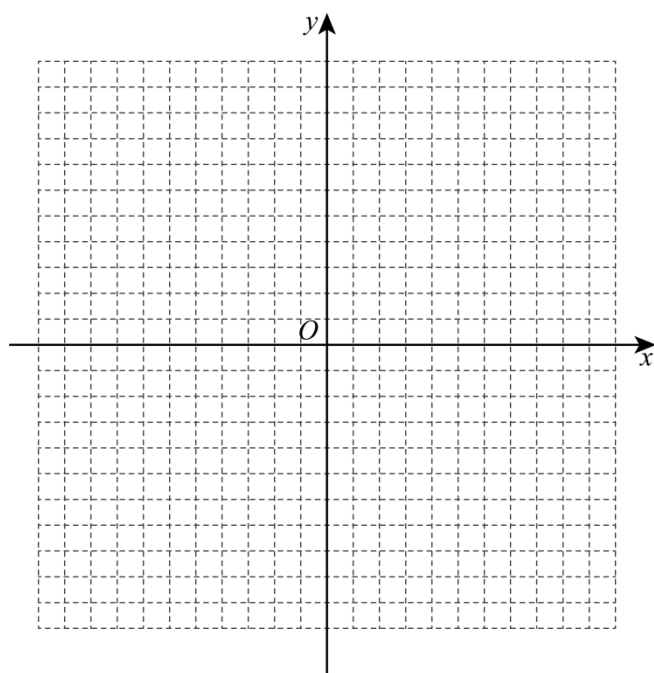
- A. $y_1 > y_2 > y_3$ B. $y_1 > y_3 > y_2$ C. $y_3 > y_2 > y_1$ D. $y_2 > y_1 > y_3$

题型精讲

题型 01 画出特殊二次函数的图像，并总结其特点、性质

【典例 1】 . 在同一坐标系中画出下列函数的图像，观察抛物线，并指出它们的开口方向、对称轴和顶点坐标及对称轴两侧图像的增减性 .

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
$y = -x^2$	...										...
$y = -(x+2)^2$	...										...
$y = -(x-1)^2$	...										...



(1) $y = -x^2$;

(2) $y = -(x+2)^2$;

(3) $y = -(x-1)^2$.

【变式 1】 . 说出下列抛物线的开口方向、对称轴和顶点：

(1) $y = 3(x+3)^2 + 5$;

(2) $y = -3(x-1)^2 - 2$;

(3) $y = 4(x-3)^2 + 7$;

(4) $y = -5(x+2)^2 - 6$.

题型 02 特殊二次函数图像的有关概念填空

【典例 1】 . 抛物线的解析式为 $y = (x-2)^2$, 则抛物线的顶点坐标是_____ .

【变式 1】 . 抛物线 $y = 2(x+1)^2$ 的对称轴是_____ .

【变式 2】 . 抛物线 $y = 2(x+4)^2 - 3$ 开口向_____, 对称轴是直线 $x =$ _____, 顶点坐标是_____ .

题型 03 特殊二次函数图像的平移

【典例 1】 . 已知抛物线 $y = -2(x-3)^2 + 4$, 下列哪种平移方式可使该抛物线的顶点平移到原点 ()

- A. 向右平移 3 个单位，再向上平移 4 个单位
 B. 向右平移 3 个单位，再向下平移 4 个单位
 C. 向左平移 3 个单位，再向上平移 4 个单位
 D. 向左平移 3 个单位，再向下平移 4 个单位

【变式 1】 . 将抛物线 $y = -2x^2 + 3$ 向左平移 1 个单位，再向下平移 1 个单位后所得抛物线的表达式为__

【变式 2】 . 将抛物线向左平移 2 个单位长度，再向下平移 3 个单位长度得到新抛物线 $y = 5x^2$ ，则原抛物线解析式为 () .

- A. $y = 5(x+2)^2 + 3$ B. $y = 5(x+2)^2 - 3$ C. $y = 5(x-2)^2 + 3$ D. $y = 5(x-2)^2 - 3$

题型 04 根据特殊二次函数的性质比较大小

【典例 1】 . 已知点 $A(-2, y_1)$ 、 $B(-1, y_2)$ 、 $C(2, y_3)$ 都在函数 $y = (x-1)^2$ 的图像上，则 ()

- A. $y_1 < y_2 < y_3$ B. $y_1 < y_3 < y_2$ C. $y_3 < y_2 < y_1$ D. $y_2 < y_1 < y_3$

【变式 1】 . 若二次函数 $y = -(x-3)^2 + m$ 的图像经过 $A(-3, y_1)$ ， $B(1, y_2)$ ， $C(4, y_3)$ 三点，则 y_1 ， y_2 ， y_3 的大小关系正确的是 ()

- A. $y_1 < y_2 < y_3$ B. $y_1 < y_3 < y_2$ C. $y_2 < y_3 < y_1$ D. $y_3 < y_2 < y_1$

【变式 2】 . 若点 $A(-1, y_1)$ ， $B(\frac{1}{2}, y_2)$ ， $C(2, y_3)$ 在抛物线 $y = (x-2)^2 + k$ 上，则 y_1 ， y_2 ， y_3 的大小关系为_____ (用“>”连接)

题型 05 特殊二次函数图像、性质综合辨析

【典例 1】 . 对于二次函数 $y = (x+3)^2$ 的图像，下列说法不正确的是 ()

- A. 开口向上 B. 对称轴是直线 $x = -3$
 C. 顶点坐标为 $(-3, 0)$ D. 当 $x < -3$ 时， y 随 x 的增大而增大

【变式 1】 . 对于函数 $y = 3(x-2)^2$ ，下列说法正确的是 ()

- A. 当 $x > 0$ 时， y 随 x 的增大而减小 B. 当 $x < 0$ 时， y 随 x 的增大而增大
 C. 当 $x > 2$ 时， y 随 x 的增大而增大 D. 当 $x > -2$ 时， y 随 x 的增大而减小

【变式2】 . 已知抛物线 $y = (x-2)^2 + 1$, 下列结论错误的是 ()

- A . 对称轴为直线 $x = 2$ B . 抛物线与 y 轴的交点坐标为 $(0, 5)$
C . y 有最小值, 且最小值为 1 D . 当 $x < 2$ 时, y 随 x 的增大而增大

题型 06 根据要求写出特殊二次函数的解析式

【典例1】 . 已知抛物线 $y = a(x-h)^2$ 的对称轴为直线 $x = -2$, 且过点 $(1, -3)$.

(1)求抛物线对应的函数表达式;

(2)写出抛物线的开口方向及顶点坐标 .

【变式1】 . 将抛物线 $y = 2(x-1)^2 + 3$ 绕它的顶点旋转 180° 后得到的抛物线解析式为_____ .

【变式2】 . 已知一条抛物线的对称轴是直线 $x = 1$, 且在对称轴右侧的部分是上升的, 那么该抛物线的表达式可以是_____. (只要写出一个符合条件的即可)

题型 07 求参数范围

【典例1】 . 已知二次函数 $y = -(x-4)^2$, 如果函数值 y 随自变量 x 的增大而减小, 那么 x 的取值范围是 ()

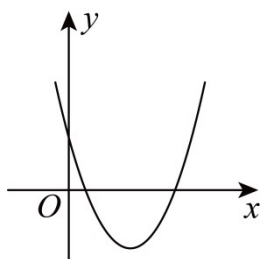
- A . $x > 4$ B . $x \leq 4$ C . $x < -4$ D . $x \leq -4$

【变式1】 . 已知二次函数 $y = -x^2 + 8x + 3$, 当 $x > m$ 时, y 随 x 的增大而减小, 则 m 的取值范围是

【变式2】 . 已知二次函数 $y = a(x-3)^2 - 1$ 的图像在直线 $x = 3$ 的左侧部分是下降的, 那么 a 的取值范围是_

题型 08 根据特殊二次函数图像求解

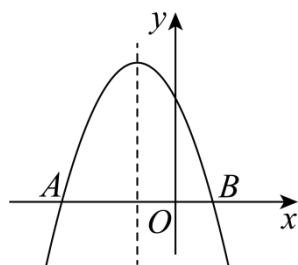
【典例1】 . 二次函数 $y = (x+m)^2 + n$ 的图像如图所示, 则一次函数 $y = mx + n$ 的图像经过 ()



- A . 第一、二、三象限 B . 第一、二、四象限

C. 第一、三、四象限 D. 第二、三、四象限

【变式1】 . 如图，二次函数 $y = a(x+1)^2 + k$ 的图像与 x 轴交于 $A(-3,0), B$ 两点，下列说法错误的是 ()



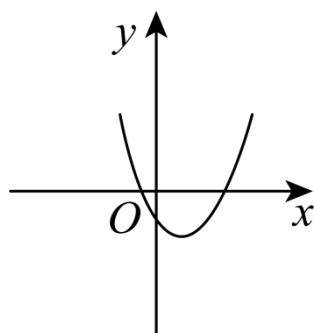
A. 点 B 的坐标为 $(1,0)$

B. 当 $x < 0$ 时， y 随 x 的增大而增大

C. 图像的对称轴为直线 $x = -1$

D. $a + k > 0$

【变式2】 . 已知二次函数 $y = a(x-h)^2 + k$ 的图像如图所示，下列说法正确的是 ()



A. $a > 0, h > 0, k > 0$

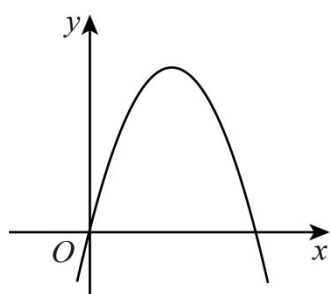
B. $a < 0, h < 0, k > 0$

C. $a > 0, h > 0, k < 0$

D. $a < 0, h > 0, k > 0$

【变式3】 . 如图，现要在抛物线 $y = x(4-x)$ 上找点 $P(a,b)$ ，根据 b 值的不同，找到的点 P 的个数也不同.

若能找到 2 个满足条件的点 P ，则 b 的取值范围为 ()



A. $b < 4$

B. $b > 2$

C. $b \leq 4$

D. $b \geq 2$

题型 09 特殊二次函数的几何应用

【典例 1】 . 已知二次函数 $y = -\frac{1}{2}(x+1)^2 + 2$.

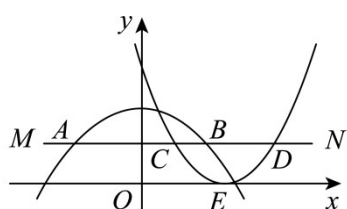
(1) 填空：此函数图像的顶点坐标是_____；

(2) 当 x _____时，函数 y 的值随 x 的增大而减小；

(3) 设此函数图像与 x 轴的交于点 A 、 B ，与 y 轴交于点 C ，连接 AC 及 BC ，试求 $\triangle ABC$ 的面积.

【变式 1】 . 抛物线 $L: y = a(x-3)^2 - 1$ 过 $A(-2, 3)$, $B(m, 3)$ 两点，将抛物线 L 向左或向右平移后得到抛物线 M ，设抛物线 M 的顶点为 C . 若 $\triangle ABC$ 是以 AB 为斜边的直角三角形，则点 C 的坐标为_____.

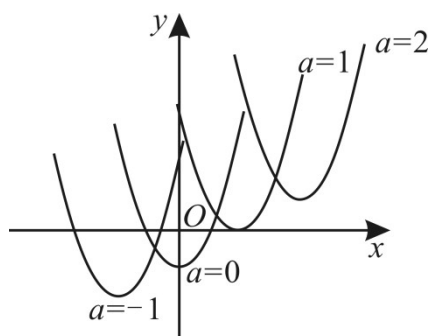
【变式 2】 . 如图，直线 MN 平行于 x 轴，二次函数 $y = a_1x^2 + k$ ($a_1 < 0$) 的图像与直线 MN 交于 A ， B 两点，二次函数 $y = a_2(x-h)^2$ ($a_2 > 0$) 的图像与直线 MN 交于 C ， D 两点，其顶点为 E ，若 $AC = 3$ ， $BC = 1$ ， $BD = 2$ ，则点 E 的坐标为_____.



题型 10 新定义题

【典例 1】 . 定义运算： $a \otimes b = (a+2b)(a-b)$ ，例如， $4 \otimes 3 = (4+2 \times 3) \times (4-3)$ ，则函数 $y = (x+1) \otimes 2$ 的对称轴为直线_____.

【变式 1】 . 已知二次函数 $y = (x-3a)^2 + (a-1)$ (a 为常数). 当 a 取不同的值时，其图像构成一个“抛物线系”. 如图，这些分别是当 $a = -1$ ， $a = 0$ ， $a = 1$ ， $a = 2$ 时，二次函数的图像，则它们的顶点坐标满足的函数解析式是_____.



题型 11 最值问题的综合应用

【典例 1】 . 已知函数 $y = 2x^2 - (m+2)x + m$ (m 为常数) , 当 $-2 \leq x \leq 2$ 时, y 的最小值记为 a . a 的值随 m 的值变化而变化, 当 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, a 取得最大值 .

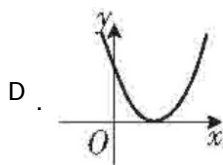
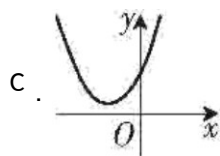
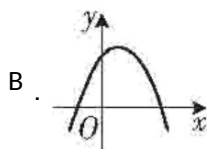
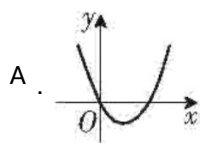
【变式 1】 . 已知二次函数 $y = -(x-1)^2 + 10$, 当 $m \leq x \leq n$, 且 $mn < 0$ 时, y 的最小值为 $2m$, y 的最大值 $2n$, 则 $m+n$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

强化训练

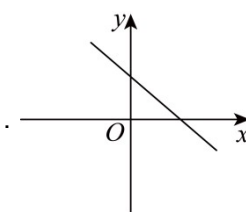
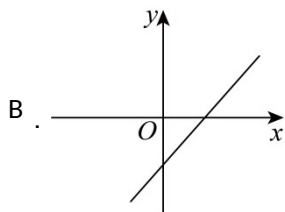
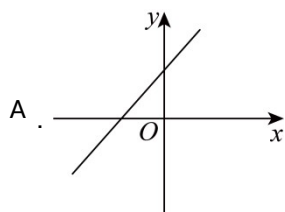
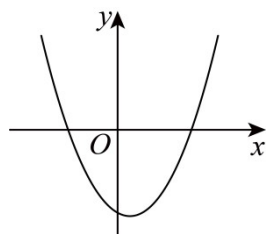
一、单选题

- 1 . 抛物线 $y = -(x+1)^2$ 的顶点坐标为 ()
 A . $(-1, 0)$ B . $(1, 0)$ C . $(1, 1)$ D . $(-1, -1)$
- 2 . 对于函数 $y = -2(x-3)^2$, 下列说法不正确的是 ()
 A . 图像的开口向下 B . 图像的对称轴是直线 $x = 3$
 C . 最大值为 0 D . 图像与 y 轴不相交
- 3 . 抛物线 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2$ 与抛物线 $y = -\frac{1}{3}(x-1)^2$ 的相同点是 ()
 A . 开口方向相同 B . 对称轴相同 C . 形状大小都相同 D . 顶点都在 x 轴上
- 4 . 将抛物线 $y = (x-3)^2 - 4$ 先向左平移 1 个单位, 再向上平移 2 个单位后, 得到抛物线的解析式是 ()
 A . $y = \frac{1}{2}x^2$ B . $y = (x-1)^2 - 3$
 C . $y = (x-2)^2 - 2$ D . $y = (x-4)^2 - 2$

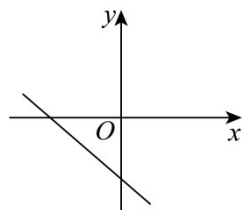
5. 在平面直角坐标系中，二次函数 $y = 3(x-h)^2$ 的图像可能是 ()



6. 已知二次函数 $y = a(x-1)^2 + c$ 的图像如图，则一次函数 $y = ax + c$ 的大致图像可能是 ()



D.



7. 对于抛物线 $y = \frac{1}{2}(x+1)^2 + 3$ 下列结论：①抛物线的开口向上；②对称轴为直线 $x = 1$ ；③顶点坐标为 $(-1, 3)$ ；④当 $x > 1$ 时， y 随 x 的增大而减小。其中正确的结论是 ()

A. ①②

B. ①③

C. ①③④

D. ①②③④

8. 已知二次函数 $y = (x-h)^2 + 6$ (h 为常数)，当 $1 \leq x \leq 3$ 时， y 的最小值为 10，则 h 的值为 ()

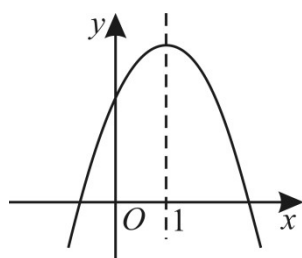
A. 1 或 -5

B. 1 或 -3

C. 1 或 3

D. -1 或 5

9. 函数 $y = -(x-1)^2 + 3$ 的图像如图所示，结合图像判断，下面结论错误的是 ()



- A . 当 $x=0$ 时, $y>0$
- B . 当 $x<0$ 时, $y<0$
- C . 当 $x=1$ 时, y 取得最大值 3
- D . 当 $x>1$ 时, y 随 x 的增大而减少

10 . 直线 l 过点 $(0,3)$ 且与 y 轴垂直, 若二次函数 $y=(x-a)^2+a$ (其中 x 是自变量) 的图像与直线 l 有两个不同的交点, 且其对称轴在 y 轴右侧, 则 a 的取值范围是 ()

- A . $a>3$
- B . $0<a<3$
- C . $0<a\leq 3$
- D . $a>0$

二、填空题

- 11 . 请写出一个开口向上, 顶点坐标为 $(2,1)$ 的二次函数_____ .
- 12 . 抛物线 $y=2(x-1)^2$ 的对称轴是直线_____, 顶点坐标是_____ .
- 13 . 二次函数 $y=-(x-2)^2+6$ 的顶点坐标为_____ .
- 14 . 已知 $A(3,y_1)$, $B(2,y_2)$ 在抛物线 $y=3(x-1)^2+4$ 上, 则 y_1 _____ y_2 ;
- 15 . 已知 $y=\frac{1}{5}(x+3)^2$, 当 $x<-3$ 时, 函数值 y 随 x 的增大而_____ .
- 16 . 已知二次函数 $y=\frac{1}{2}(x+2)^2+4$, 若 y 随 x 的增大而增大, 则 x 的取值范围是 _____ .
- 17 . 若两个函数 $y=2x^2$, $y=a(x-t)^2$ 的图像关于直线 $x=3$ 对称, 则 a = _____, t = _____ .
- 18 . 已知抛物线 $y=(x-2)^2+k-1$ 的顶点在 x 轴上, 当 $k\leq x\leq 4$ 时, 函数值 y 的取值范围是_____ .

三、解答题

19 . 已知抛物线 $y=a(x-h)^2$ 的对称轴为直线 $x=-2$, 且过点 $(1,-3)$.

(1)求抛物线对应的函数表达式;

(2) 写出抛物线的开口方向及顶点坐标。

20. 已知抛物线 $y = a(x-h)^2$ 向左平移两个单位长度后，所得抛物线的解析式为 $y = -2(x+5)^2$ 。

(1) 求 a ， h 的值；

(2) 说出抛物线 $y = -2(x+5)^2$ 的开口方向、对称轴和顶点坐标。

21. 已知二次函数 $y = -(x-h)^2$ (h 是常数)，且 $-2 \leq x \leq 3$ 。

(1) 当 $h = -1$ 时，求函数的最大值；

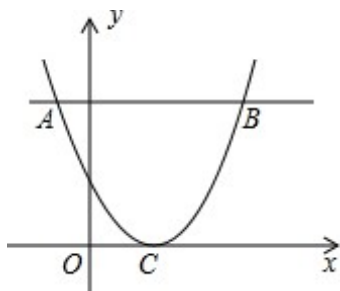
(2) 若函数的最大值为 -1 ，求 h 的值。

22. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 $y = \frac{1}{2}(x-h)^2 + k$ 过点 $A(1,1)$ ， $B(5,1)$ 。

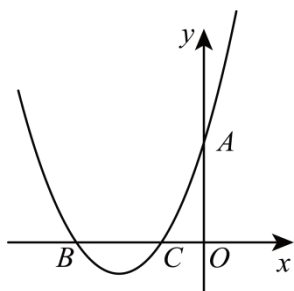
(1) 求抛物线的解析式；

(2) 已知 $M(x_1, y_1)$ 和 $N(x_2, y_2)$ 是抛物线上的两点，若对于 $0 \leq x_1 \leq 2$ ， $a \leq x_2 \leq a+1$ ，都有 $y_1 < y_2$ ，求 a 的取值范围。

23. 如图，抛物线 $y = 2(x-2)^2$ 与平行于 x 轴的直线交于点 A ， B ，抛物线顶点为 C ， $\triangle ABC$ 为等边三角形，求 $S_{\triangle ABC}$ 。



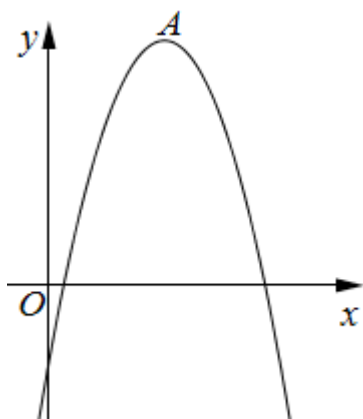
24. 如图，二次函数 $y = (x+2)^2 - 1$ 的图像与 y 轴交于点 A ，与 x 轴交于点 B ， C 。



(1) 求点 A ， B ， C 的坐标，

(2) 在抛物线上是否存在一点 P ，使 $S_{\triangle PAB} = S_{\triangle ABO}$ ？若存在，求出所有符合条件的点 P 的坐标；若不存在，请说明理由。

25. 定义：在平面直角坐标系中，一条抛物线经过平移后，得到一条抛物线，如果这两条抛物线的顶点和坐标原点能构成一个等腰直角三角形，那么我们称这两条抛物线互为等勾股抛物线，也可以说其中一条抛物线是另一条抛物线的等勾股抛物线。



(1) 求证：抛物线 $y_1 = 2x^2 - 8x + 8$ 与抛物线 $y_2 = 2x^2 + 2$ 是等勾股抛物线；

(2) 若抛物线 $y_3 = \frac{3}{7}(x-6)^2 + 6$ 与抛物线 $y_4 = a(x-6)^2 + b$ 是等勾股抛物线，求 $a+b$ 的值。

(3) 如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y = -(x-3)^2 + 5$ 的顶点为 A ，请你直接写出该抛物线的等勾股抛物线的解析式。