

专题 06 《与平行线、三角形有关的导角》高分突破题型

题型归纳

知识点 01：平行+拐角模型

知识点 02：平行+平移、旋转

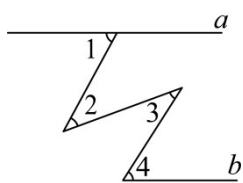
知识点 03：双角平分线模型

知识点 04：与三角形的外角相关的题型

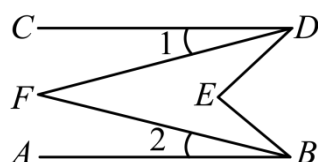
题型专练

知识点 01：平行+拐角模型

1. (2025 七年级下·上海·专题练习) 如图, $a \parallel b$, 设 $\angle 1 = (3m+10)^\circ$, $\angle 4 = (7m-30)^\circ$. 下列说法中, 正确的是 ()

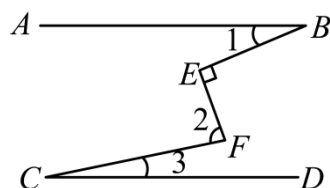


- A. 若 $\angle 2 = \angle 3$, 则 $\angle 2 = (3m-10)^\circ$; B. 若 $\angle 1 = \angle 4$, 则 $\angle 3 = (m+30)^\circ$;
C. 若 $\angle 1 = 2\angle 2 = 2\angle 3$, 则 $\angle 2 = (3m)^\circ$; D. 若 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$, 则 $\angle 2 = (5m-10)^\circ$;
2. (24-25 七年级下·上海·期末) 如图, $AB \parallel CD$, $\angle 1 = \frac{1}{2} \angle FDE$, $\angle 2 = \frac{1}{3} \angle ABE$, 则 $\angle E : \angle F$ 等于 ()



- A . 2:1 B . 3:1 C . 3:2 D . 4:3

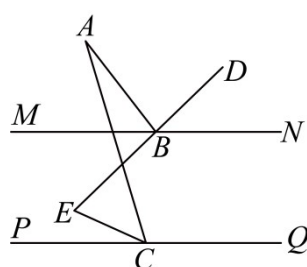
3 . (24-25 七年级下·全国·单元测试) 如图 , $AB \parallel CD$, $\angle E = 90^\circ$, 则 $\angle 1$, $\angle 2$ 和 $\angle 3$ 的关系是 ()



- A . $\angle 2 = \angle 1 + \angle 3$ B . $\angle 1 + \angle 2 - \angle 3 = 90^\circ$
C . $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ D . $\angle 2 + \angle 3 - \angle 1 = 180^\circ$

4 . (24-25 七年级下·上海·期末) 如图 , 已知 $MN \parallel PQ$, 点 B 在 MN 上 , 点 C 在 PQ 上 , 点 A 在 MN 上方 , $\angle ABD : \angle DBN = 3 : 2$, 点 E 在 BD 的反向延长线上 , 且 $\angle ACE : \angle ECP = 3 : 2$, 设 $\angle A = \alpha$, 则 $\angle E$ 为度数用含

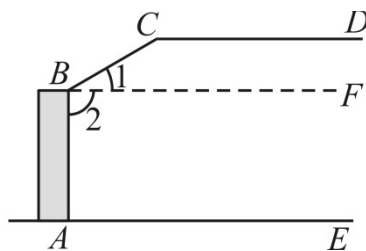
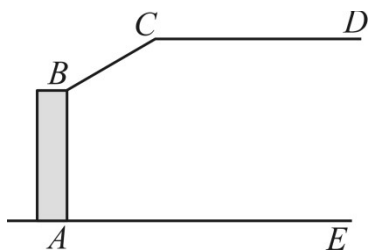
α 的式子一定可以表示为 ()



- A . 2α B . $72 + \frac{2}{5}\alpha$ C . $108 - \frac{3}{5}\alpha$ D . $90 - \alpha$

5 . (24-25 七年级下·上海·阶段检测) 一大门栏杆的平面示意图如图所示 , BA 垂直地面 AE 于点 A , CD

平行于地面 AE ，若 $\angle BCD = 150^\circ$ ，求 $\angle ABC$ 的度数；



解：过点 B 作 $BF \parallel CD$

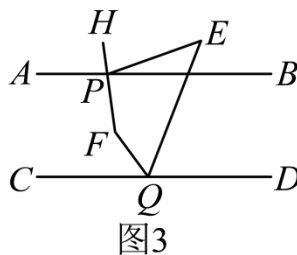
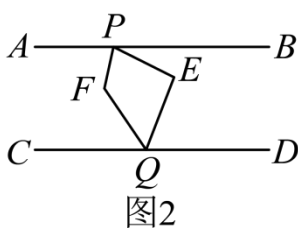
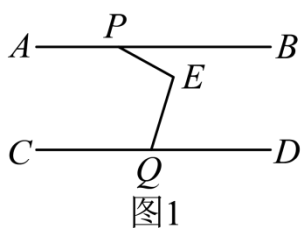
$\therefore CD \parallel AE$ ，

$\therefore \underline{\hspace{1cm}} \parallel \underline{\hspace{1cm}} \parallel \underline{\hspace{1cm}}$ ($\underline{\hspace{1cm}}$)

(余下的说理过程请写在下方)

6. (24-25 七年级下·上海·期末) 已知直线 $AB \parallel CD$ ， E 为平面内一点，点 P ， Q 分别在直线 AB ， CD 上，

连接 PE ， EQ 。



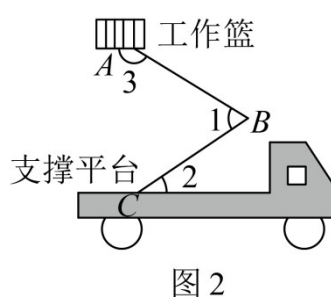
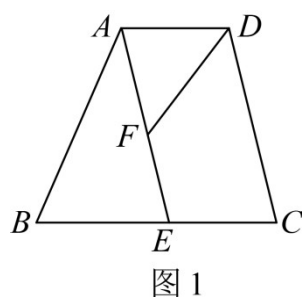
(1) 如图 1，若点 E 在直线 AB ， CD 之间，试探究 $\angle BPE$ ， $\angle DQE$ ， $\angle PEQ$ 之间的数量关系，并说明理由。

(2) 如图 2，若点 E 在直线 AB ， CD 之间， PF 平分 $\angle APE$ ， QF 平分 $\angle CQE$ ，当 $\angle PEQ = 100^\circ$ 时，求

$\angle PFQ$ 的度数。

(3)如图 3，若点 E 在直线 AB 的上方， QF 平分 $\angle CQE$ ， PH 平分 $\angle APE$ ， PH 的反向延长线交 QF 于点 F ，当 $\angle PEQ = 50^\circ$ 时，求 $\angle PFQ$ 的度数。

7. (24-25 七年级下·上海奉贤·期中) 在学习了《相交线与平行线》后，数学小组进行探究平行线的“等角转化”功能的活动。



(1)如图 1，已知 $\angle CDF + \angle DFE = 180^\circ$ ， $\angle C = \angle DAE$ 。

①求证： $AD \parallel BC$ ；

②探究 $\angle ADF$ ， $\angle AEB$ 与 $\angle DFE$ 之间有怎样的数量关系？并说明理由：

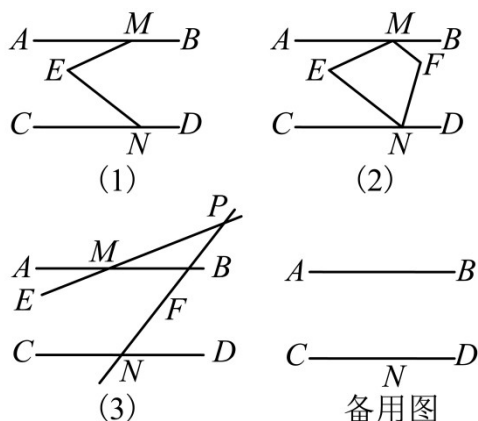
(2)实际应用：如图 2 是路灯维护工程车的工作示意图，工作篮与支撑平台平行，如果 $\angle 1 = 76^\circ$ ，那么

$\angle 3 - \angle 2$ 的度数为

8. (24-25 七年级下·上海闵行·阶段检测) 【问题背景】同学们，我们一起观察小猪的猪蹄，你会发现一

个我们熟悉的几何图形 (如图 1)，我们就把这个图形形象的称为“猪蹄模型”，猪蹄模型中蕴含着角的数量

关系．



(1) 如图(1)， $AB \parallel CD$ ， E 为 AB ， CD 之间一点，连接 ME ， NE ，得到 $\angle MEN$ ，试探究 $\angle MEN$ 与 $\angle AME$ ， $\angle CNE$ 之间的数量关系，并说明理由．

(2) 如图(2)，若 F 在 AB, CD 之间， $\angle EMF = 3\angle BMF$ ， NF 平分 $\angle END$ ， $\angle F = 2\angle E$ ，求 $\angle AME$ 与 $\angle CNE$ 的数量关系；

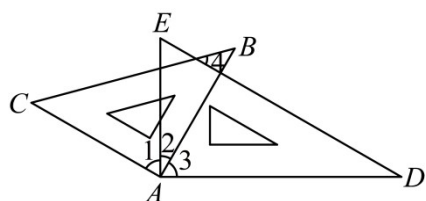
(3) 如图(3)，射线 ME 从 MA 开始，绕 M 点以 10° 每秒的速度逆时针旋转，同时射线 NF 从 ND 开始，绕 N 点以 25° 每秒的速度逆时针旋转，直线 ME 与直线 NF 交于 P ，若直线 ME 与直线 NF 相交所夹的锐角为 30° ，直接写出运动时间 t 秒($0 \leq t \leq 14$)的值．

知识点 02 平行+平移、旋转

1. (24-25 七年级下·上海·期末) 将一副三角板按如图放置, $\angle BAC = \angle DAE = 90^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, $\angle E = 60^\circ$,

则: ① $\angle 1 = \angle 3$; ② $\angle CAD + \angle 2 = 180^\circ$; ③ 如果 $\angle 2 = 30^\circ$, 则有 $AC \parallel DE$; ④ 如果 $\angle 2 = 45^\circ$, 则有 $BC \parallel AD$.

上述结论中正确的个数是 ()



A. 1个

B. 2个

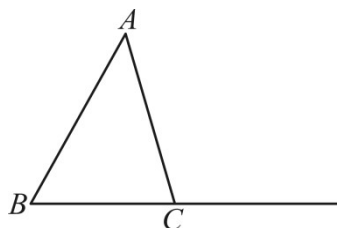
C. 3个

D. 4个

2. (24-25 七年级下·安徽合肥·期中) 如图, 锐角三角形 ABC 中, $\angle BAC = 45^\circ$, 将三角形 ABC 沿着射线

BC 方向平移得到三角形 $A'B'C'$ (平移后点 A, B, C 的对应点分别是点 A', B', C'), 连接 CA' , 若在整

个平移过程中, $\angle ACA'$ 和 $\angle CA'B'$ 的度数之间存在 2 倍关系, 则 $\angle ACA'$ 不可能的值为 ()



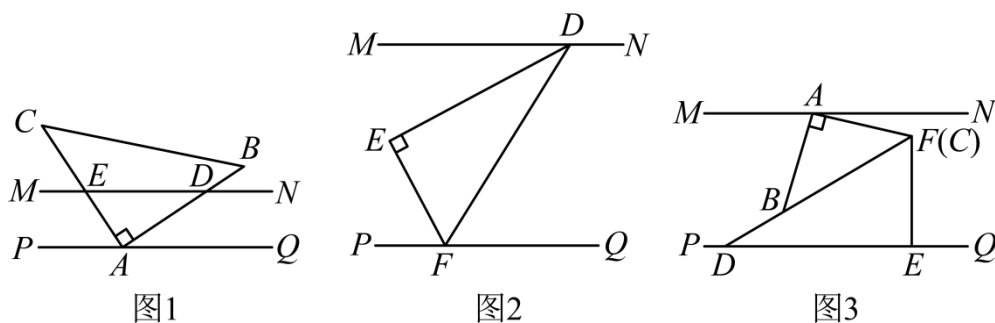
A. 15°

B. 30°

C. 45°

D. 90°

5. (24-25 七年级下·江苏·期末) 小明对一副直角三角板在平行线间的位置进行研究, 已知 $MN \parallel PQ$.

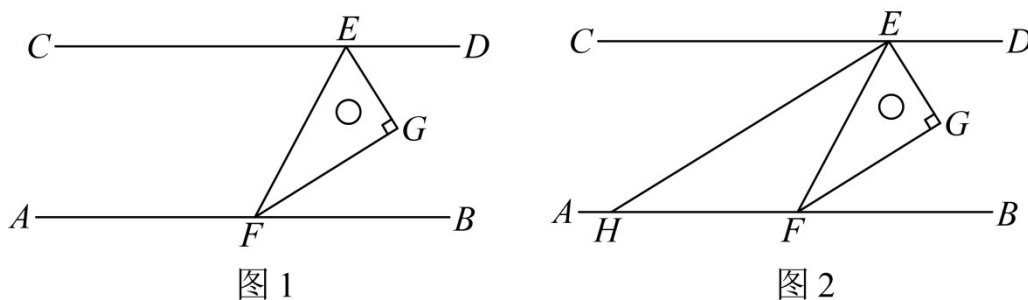


(1) 如图 1，小明将含 45° 角的直角三角板 ABC 中的点 A 落在直线 PQ 上，若 $\angle BAQ = 25^\circ$ ，则 $\angle BDN$ 的度数为 $\underline{\hspace{1cm}}$ ， $\angle AEM$ 的度数为 $\underline{\hspace{1cm}}$ ；

(2) 如图 2，小明将含 30° 角的直角三角板 DEF 中的点 D ， F 分别落在直线 MN ， PQ 上，若 FE 平分 $\angle DFP$ ，则 DE 是否平分 $\angle MDF$ ？请说明理由；

(3) 小明将三角板 ABC 与三角板 DEF 按如图 3 所示方式摆放，点 C 与点 F 重合，且 $FE > FA$ ，若三角板 ABC 绕着 C 点顺时针方向旋转，直至三角板上的 A 点由当前位置旋转到落在线段 FE 上时停止，在旋转的过程中，当三角板 ABC 的 AB 边与三角板 DEF 的某条边平行时，请直接写出满足条件的 $\angle DFA$ 的度数．

4. (24-25 七年级下·上海闵行·期中) 如图， $CD \parallel AB$ ，现将一块含 30° 的三角板 EFG 按如图 1 放置， $\angle G = 90^\circ$ ， $\angle EFG = 30^\circ$ ，使点 E 、 F 分别在直线 CD 、 AB 上，设 $\angle GFB = \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$)．



(1) 求 $\angle DEG + \angle GFB$ 的度数；

(2) 如果 $\angle CEF$ 的角平分线 EH 交直线 AB 于点 H ，如图 2。

① 当 $EH \parallel FG$ 时，求 α 的度数；

② 在①的条件下，如果点 P 是射线 EC 上的一点，将三角板 EFG 绕着点 E 以每秒 1° 的速度进行顺时针旋转，

同时射线 PC 绕着点 P 以每秒 4° 的速度进行顺时针旋转，射线 PC 旋转一周后停止转动，同时三角板 EFG

也停止转动。当旋转多少时间时， CP 与 $\triangle EFG$ 的一边平行？

5. (25-26 七年级上‘江苏扬州’期末) 数学实验：玩转三角板

将一副三角板中的两块直角三角尺的直角顶点 C 按如图 1 方式叠放在一起，其中 $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle D = 30^\circ$ ，

$\angle E = \angle B = 45^\circ$ 。

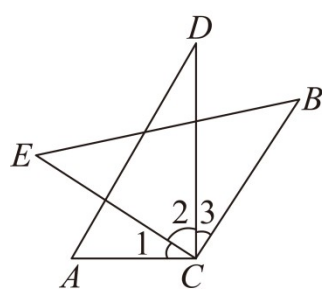


图1

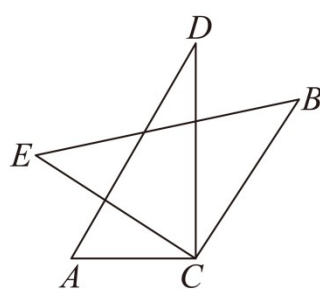


图2

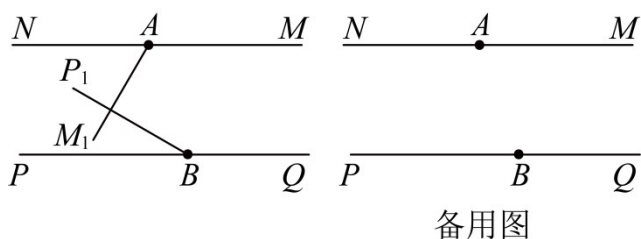
(1) 填空： $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 的数量关系是_____，理由是_____；

(2) 如图 2，当点 E 在直线 AC 的上方时，将三角尺 ACD 固定不动，改变三角尺 BCE 的位置，但始终保持两个三角尺的顶点 C 重合。探究一下问题：

① 当 $BE \parallel AD$ 时，画出图形，并求出 $\angle ACE$ 的度数；

②这两块三角尺是否仍存在一组边互相平行？若存在，请画出图形直接写出此时 $\angle ACE$ 的值；若不存在，请说明理由。

6. (24-25 七年级下·辽宁盘锦·期末) 长江汛期来临之前，为了便于夜间查看江水及两岸河堤的情况，在笔直且平行的长江两岸河堤 MN ， PQ 上安装了 A ， B 两盏激光探照灯如图所示。光线 AM_1 按顺时针方向以每秒 4° 的速度从 AM 旋转至 AN 便立即回转；光线 BP_1 按顺时针方向以每秒 1° 的速度从 BP 旋转至 BQ 便立即回转。



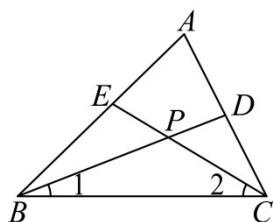
(1) 若两灯同时旋转， A 灯发出的光线 AM_1 顺时针旋转到 AN ，然后回转到 AM 时，两灯同时停止旋转。

- ① 当两灯旋转 30 秒时，判断光线 AM_1 所在直线与光线 BP_1 所在直线的位置关系，并说明理由；
- ② 除①中情况之外，两灯发出光线所在直线还能否形成与①相同的位置关系？若能，请求出此时 A 灯的旋转时间；若不能，请说明理由。

(2) 如果 B 灯先旋转 20 秒， A 灯才开始旋转。在 B 灯发出的光束第一次到达 BQ 之前，请直接写出 A 灯旋转多少秒时，光线 AM_1 所在直线与光线 BP_1 所在直线平行。

题型 03 双角平分线模型

1. (25-26 七年级下·上海·阶段检测) 如图， $\triangle ABC$ 的角平分线 BD ， CE 相交于 P 点。



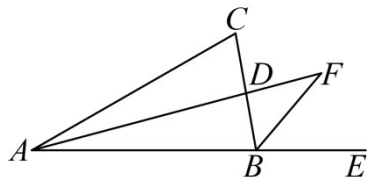
(1) 若 $\angle ABC = 50^\circ$ ， $\angle ACB = 70^\circ$ ，求 $\angle A$ 的度数；

(2) 若 $\angle A = 80^\circ$ ，试求 $\angle BPC$ 的度数；

(3) 设 $\angle BPC = \alpha$ 请用 α 表示 $\angle A$ 。

2. (24-25 七年级下·上海·期末) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 30^\circ$ ， $\angle C = 70^\circ$ ， AF 平分 $\angle BAC$ ， BF 平

分 $\angle CBE$ ， AF 交 BC 于 D ，求 $\angle BDA$ 的度数和 $\angle F$ 的度数。



3. (24-25 七年级下·山西临汾·期末) 综合与探究

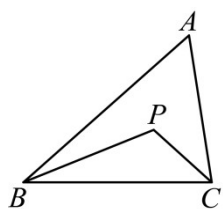


图1

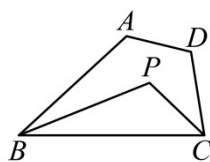


图2

【感知】如图 1，在 $\triangle ABC$ 中， BP 、 CP 分别是 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的角平分线。

【应用】

(1) 若 $\angle ABC = 50^\circ, \angle ACB = 70^\circ$, 则 $\angle BPC =$ _____ ; 若 $\angle BAC = 70^\circ$, 则 $\angle BPC =$ _____ ;

(2) 求 $\angle BPC$ 与 $\angle A$ 之间的关系并证明 ;

【拓展】

(3) 如图 2 , 在四边形 $ABCD$ 中 , BP 、 CP 分别是 $\angle ABC$ 和 $\angle BCD$ 的角平分线 , 求 $\angle BPC$ 与 $\angle A + \angle D$ 的数量关系 .

4 . (24-25 七年级下·上海·期末) 已知 , 直线 $AB \parallel CD$, 点 P 为平面上一点 , 连接 AP 与 CP .

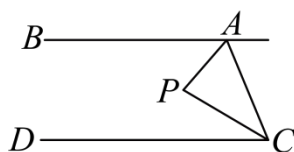


图1

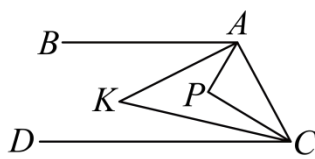


图2

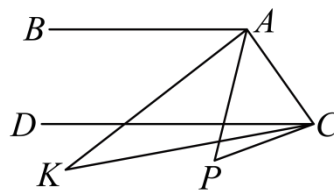


图3

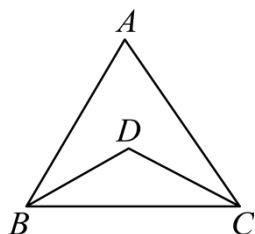
(1) 如图 1 , 点 P 在直线 AB , CD 之间 , 当 $\angle BAP = 56^\circ$, $\angle DCP = 24^\circ$ 时 , 求 $\angle APC$ 的度数 ;

(2) 如图 2 , 点 P 在直线 AB , CD 之间 , $\angle BAP$ 与 $\angle DCP$ 的角平分线相交于点 K , 写出 $\angle AKC$ 与 $\angle APC$ 之间的数量关系 , 并说明理由 ;

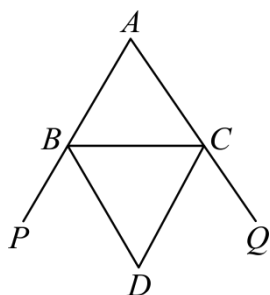
(3) 如图 3 , 点 P 落在直线 CD 的下方 , $\angle BAP$ 与 $\angle DCP$ 的角平分线相交于点 K , $\angle AKC$ 与 $\angle APC$ 有何数量关系 ? 请说明理由 .

5. (24-25 七年级下·上海青浦·阶段检测) (1) 如图, BD 平分 $\angle ABC$, CD 平分 $\angle ACB$. $\angle A$ 与 $\angle D$ 有

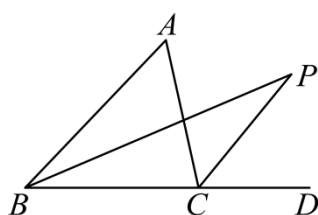
什么数量关系? 请证明.



(2) 如图, BD 平分外角 $\angle CBP$, CD 平分外角 $\angle BCQ$, $\angle A$ 与 $\angle D$ 数量关系为: _____;



(3) 如图, 点 P 为 $\triangle ABC$ 内角平分线 BP 与外角平分线 CP 的交点, $\angle A$ 与 $\angle P$ 数量关系为: _____;



6. (24-25 七年级下·上海崇明·期末) 综合与实践

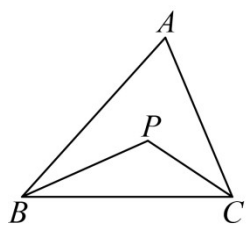


图 1

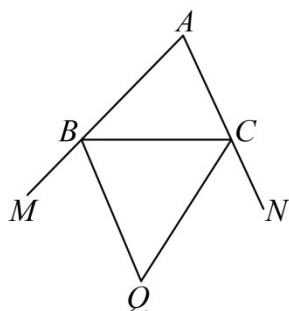


图 2

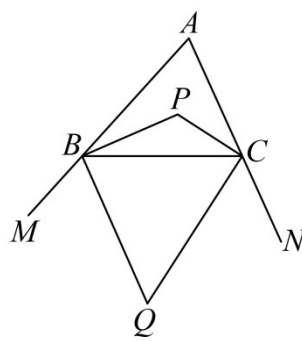


图 3

- (1) 如图 1，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC$ 与 $\angle ACB$ 的平分线交于点 P ，如果 $\angle A = 70^\circ$ ，那么 $\angle BPC =$ 。
- (2) 如图 2，作 $\triangle ABC$ 外角 $\angle MBC$ 、 $\angle NCB$ 的平分线交于点 Q ，试求出 $\angle Q$ 、 $\angle A$ 之间的数量关系 。
- (3) 如图 3，延长 BP 、 QC 交于点 E ，在 $\triangle BQE$ 中，存在一个内角等于另一个内角的 4 倍，请简单写出过程，求 $\angle A$ 的度数。

7. (2024 七年级下‘上海’专题练习) 在 $\triangle ABC$ 中，

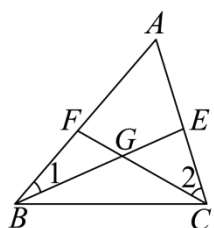


图1

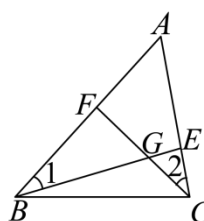


图2

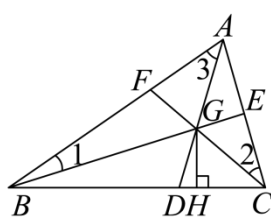


图3

- (1) 如图 1，点 E ， F 分别是 AC ， AB 上一点，若 BE ， CF 相交于点 G ，请说明 $\angle BGC = \angle 1 + \angle A + \angle 2$ ；
- (2) 如图 2，若 BE ， CF 分别是 AC ， AB 上的高，请说明 $\angle 1 = \angle 2$ 理由；
- (3) 如图 3，若 $\angle ABC$ ， $\angle ACB$ ， $\angle BAC$ 的角平分线 BE ， CF ， AD 相交于点 G ，则：

① $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \underline{\quad}$;

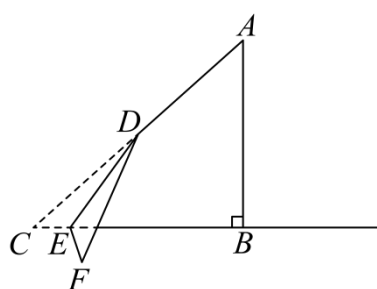
②若过点 G 作 $GH \perp BC$ 于点 H , 发现 $\angle BGD = \angle CGH$, 请说明理由 .

知识点 04 与三角形的外角相关的题型

1 . (25-26 七年级上·江苏扬州·期末) 如图 , 在 $\triangle ABC$ 中 , $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle A = 48^\circ$, D 是 AC 的中点 , E

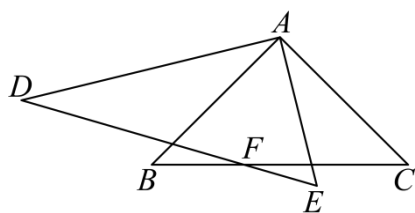
是射线 CB 上的一点 , 连接 DE , 将 $\triangle CDE$ 沿 DE 翻折得到 $\triangle FDE$, 当 $DF \parallel AB$ 时 , 则 $\angle DEB$ 的度数为

_____ .

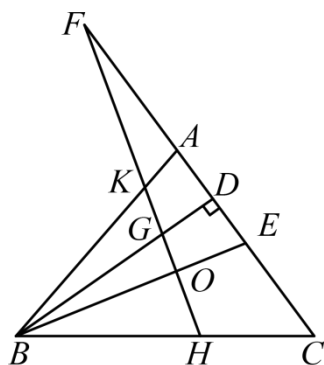


2 . (24-25 七年级下·上海·期末) 将一副三角板按如图所示的方式放置 . $\angle BAC = \angle DAE = 90^\circ$, $\angle B = 45^\circ$,

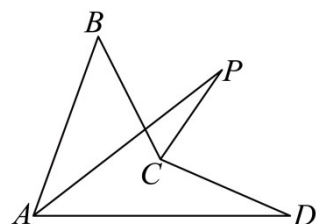
$\angle D = 30^\circ$, F 为 DE 与 BC 的交点 . 若 $\angle DAB = 30^\circ$, 则 $\angle DFB = \underline{\quad}$.



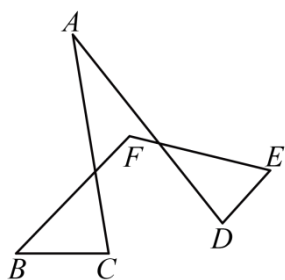
3. (24-25 七年级下·湖北武汉·期末) 如图, $\triangle ABC$ 中, BD 、 BE 分别是高和角平分线, 点 F 在 CA 的延长线上, FH 交 BD 于点 G , 交 BC 于点 H , 已知 $\angle DBE = \angle F$; 下列结论中正确的有_____ (填序号) .



- ① $FH \perp BE$; ② $\angle BGH = \angle BEF$; ③ $\angle DBE = \angle BAC - \angle C$; ④ $\angle FKB = \angle BEF + \angle ABE + \angle C$.
4. (24-25 七年级下·福建泉州·期末) 如图, $\angle BAD$, $\angle BCD$ 的角平分线相交于点 P , 若 $\angle B = 5\angle D = 65^\circ$, 则 $\angle P$ 的度数为_____ .

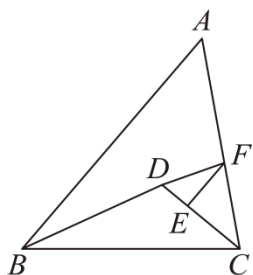


5. (24-25 七年级下·山东威海·期末) 如图, 若 $\angle BFE = 120^\circ$, 则 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$, $\angle E$ 之间的关系为_____ .

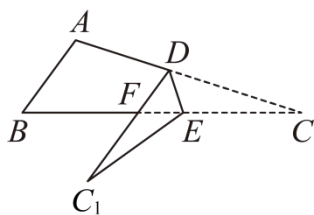


6. (24-25 七年级下·陕西渭南·期末) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC$ 的平分线 BD 与 $\angle ACB$ 的平分线 CD 交于点 D , $\angle BDC = 115^\circ$, 点 E 是 CD 上一点, 过点 E 作 $EF \parallel AB$ 交 AC 于点 F , 连接 DF , 已知

$$\angle CFE = \frac{5}{4} \angle ACD, \text{ 则 } \angle DEF \text{ 的度数为 } \underline{\hspace{2cm}}^\circ.$$



7. (24-25 七年级下·上海·期末) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 AC 、 BC 上, 连接 DE , $\triangle DCE$ 与 $\triangle DC_1E$ 关于直线 DE 对称, 点 C 的对应点为点 C_1 , DC_1 与 BC 交于点 F , 已知 $\angle A = 108^\circ$, $\angle B = 54^\circ$. 若 $AB \parallel DC_1$, 则 $\angle DEB$ 的度数为 $\underline{\hspace{2cm}}^\circ$.



8. (24-25 七年级下·上海·期末) 综合与探究 .

问题背景：已知如图 1，凹四边形 $ABDC$.

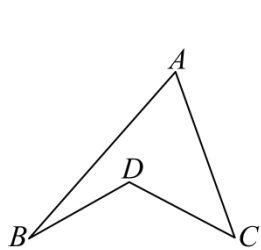


图 (1)

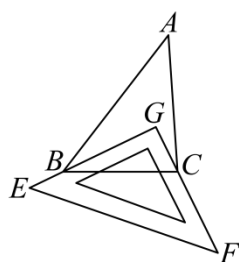


图 (2)

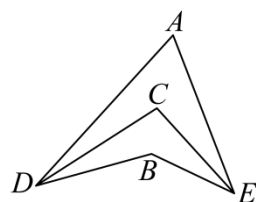


图 (3)

初探：

(1) 试探究 $\angle BDC$ 与 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ 之间的数量关系，并说明理由；

应用

(2) 请你直接利用以上结论，解决下面问题 .

如图 2，把一块三角尺 EFG 放置在 $\triangle ABC$ 上，使三角尺的两条直角边 EG , FG 恰好经过点 B , C , 若

$\angle A = 38^\circ$, 则 $\angle ABG + \angle ACG =$ _____ ;

拓展

(3) 如图 3， DC 平分 $\angle ADB$, EC 平分 $\angle AEB$, 若 $\angle DAE = 70^\circ$, $\angle DBE = 120^\circ$, 求 $\angle DCE$ 的度数 .