

专题 01 比和比例的实际应用

题型归纳

题型一： 比的意义的应用

题型二： 多几分之几、少几分之几的实际应用

题型三： 比例的实际应用——用比例解答

题型四： 比例的实际应用——按比例分配

题型五： 百分数的实际应用——表示占比

题型六： 百分数的实际应用——变化率、利率、利润率、打折

题型七： 比例尺的应用

题型专练

题型 01 比的意义的应用

题型点拨： 设 a 、 b 是两个数或两个量，为了比较 a 和 b ，可将 a 与 b 相除，叫作 a 与 b 的比。

记作 $a:b$ ($b \neq 0$)，其中， a 叫作比的前项， b 叫作比的后项。解决比的问题必须首先辨析清楚比的前项和后项，然后再去加以解决。

【典例 1】 (²⁴⁻²⁵ 六年级下·上海宝山·月考) 将 ¹⁰ 克盐完全溶解在 ²⁰⁰ 克水中，则盐与盐水的比是 ()

A . 10:200

B . 10:190

C . 5:190

D . 10:210

【分析】 本题考查了比的意义，比的前项是盐，比的后项是盐水，

【详解】解：根据题意可得：

盐与盐水的比是： $10:(10+200)=10:210$ ，

故选：D。

【易错点睛】本题最容易犯的错就是把后项“盐水”误认为是“水”。

【变式1】录入同一份稿件，王芳用了10分钟，李明用了8分钟。王芳和李明两人录入这份稿件打字速度比是_____。

【变式2】一项工作，甲单独做需要⁹天完成，乙需要¹²天完成，甲乙的工作效率比是_____。

【变式3】甲、乙两人行走的速度比是^{5:6}，二人在相同时间内行走的路程比是()。

【变式4】两块同样重量的铜锌合金，第一块合金中铜与锌的质量之比是^{2:5}，另一块合金中铜与锌的质量之比是^{1:3}，现将两块合金合成一块，则新合金中铜与锌的质量之比为_____。

题型 02 多几分之几、少几分之几的实际应用

题型点拨：多几分之几、少几分之几本质上属于“占比”问题，比的前项是“多（少）的量”后项是“比较量”，所以解决问题的关键仍是要辨析清楚比的前项和后项。

【典例1】一根绳子，剪去 ^{$\frac{1}{4}$} 后，又接上⁵米，现在比原来短了 ^{$\frac{3}{16}$} 。这根绳子原来长_____米。

【分析】本题考查了比的实际应用，“现在比原来短了 ^{$\frac{3}{16}$} ”表示比的前项是“缩短的长度”，后项是“比较量”

(原来的长度)，比例式是： $\frac{\text{缩短的长度}}{\text{原来长度}} = \frac{3}{16}$ 。

【详解】解：设绳子原长为 x 米，剪去 $\frac{1}{4}$ 后再接上 5 米后现在长度为 $(x - \frac{1}{4}x + 5)$ 米，缩短的长度是

$(\frac{1}{4}x - 5)$ 米，所以比例式为 $\frac{\frac{1}{4}x - 5}{x} = \frac{3}{16}$ ，由比例的基本性质得到， $3x = 16(\frac{1}{4}x - 5)$ ，解得 $x = 80$ ，

即绳子原长为 80 米；

故答案为：80

【点睛】本题中的“ $\frac{3}{16}$ ”表示的是“比值”不是“长度”。

【变式 1】如果甲比乙多 25%，则乙比甲少_____%。

【变式 2】甲数与乙数的比是 4:5，甲数比乙数少_____%，乙数比甲数多_____%。

【变式 3】六（1）班男生人数占全班人数的 $\frac{6}{11}$ ，男生比女生多()%。

【变式 4】把甲班人数的 $\frac{1}{5}$ 调入乙班，则两班人数相等，原来甲班人数比乙班人数()

- A. 少 $\frac{1}{5}$ B. 多 $\frac{2}{5}$ C. 多 $\frac{2}{3}$ D. 多 $\frac{1}{3}$

题型 03 比例的实际应用——用比例解答

题型点拨：用比例解答包括“成正比”、“成反比”两种类型，成正比的结构通常是“a: b=c: d”，反比的结构通常是“ $a \cdot b = c \cdot d$ ”。

【典例 1】一份稿件共 55 页，小红前 3 天打印了 15 页。照这样的速度，打印完全部稿件还要多少天？

(用比例解)

【分析】 本题主要考查了解比例的应用，“打印的页数”与“打印的天数”成正比例，据此列比例、解比例即可．

【详解】 解：设打印完全部稿件还要 x 天，

由题意可得：

$$(55-15)15 = x3$$

$$40:15 = x:3$$

$$15x = 40 \times 3$$

$$15x = 120$$

$$x = 8$$

答：照这样的速度，打印完全部稿件还要 8 天．

【易错点睛】 解决本类题型一定要注意比的前后、后项要前后一致不能混淆．

【变式 1】 环湖绿道全长约 100 千米．李叔叔 4 小时只走了全程的 20% ，照这样的速度计算，如果李叔叔

想走完绿道全程，还需要多少小时？（用比例解答）

【变式 2】 一个办公楼原来平均每天照明用电 120 千瓦时，改用节能灯以后，平均每天只用电 30 千瓦时．

原来 12 天的用电量现在可以用多少天？（用比例解）

【变式 3】 暑假期间，学校准备用方砖铺走廊，用边长 0.4 米的方砖，需要 270 块，改用面积是 9 平方分米

的方砖，则需要多少块？（用比例的知识解答）

【变式 4】 2021 年 11 月 7 日下午，神舟十三号航天员进行空间站首次出舱活动，由翟志刚、王亚平执行

舱外任务，叶光富留守舱内配合操作指挥，这是中国女性航天员首次进行太空漫步。宇航员在舱外执行任务时，空间站是围绕地球飞行的，飞行一圈就可以看到一次日出。本次出舱任务执行时间持续了⁶小时，在此期间，宇航员从空间站看到了⁴次日出。那么，宇航员在太空站一天能看到几次日出呢？（请用比例知识解决。）

题型 04 比例的实际应用——按比例分配

题型点拨：已知甲乙两个量的比为 $a:b$ ，根据比的基本性“ ak ”，则可以设乙为“ bk ”；或设 $a:b=k$ ，则 $a=bk$ 。

【典例 1】为保障“双减”政策的落地，秉承“以人为本”的教育理念，学校将课后延时服务时间分为自主作业、阳光体育、科普活动三部分，课后延时服务共 60 分钟，科普活动用 10 分钟，自主作业、阳光体育用的时间按照 3:2 的比分配，自主作业用多少分钟？

【分析】本题考查比例分配的实际应用，根据“自主作业、阳光体育用的时间按照 3:2 的比分配”可设自主作业用时为 $3k$ 分钟，阳光体育用时 $2k$ 分钟。

【详解】设自主作业用时为 $3k$ 分钟，阳光体育用时 $2k$ 分钟。

由题意得， $3k+2k+10=60$

解之得， $k=10$

$\therefore 3k=30, 2k=20$ （分钟）

答：自主作业用 30 分钟。

【点睛】易错点在于忽略科普活动时间，误将总时间 60 分钟直接按 $3:2$ 分配。

【变式 1】某高速公路收费站对于过往车辆收费标准是：大客车 30 元，小客车 15 元，小轿车 10 元。某日通过该收费站的大客车和小客车数量之比是 $5:6$ ，小客车和小轿车数量之比是 $4:11$ ，收取小轿车的通行费比大客车多 630 元，求这天这三种车辆通过的总的数量。

【变式 2】亮亮家安装了峰谷电，谷段的电价为每千瓦时 0.28 元，峰段的电价为每千瓦时 0.56 元。他家 5 月用电量是 100 千瓦时，已知峰段用电量与谷段用电量是 $3:2$ ，那么他家 5 月份需要付电费多少元？

【变式 3】石硫合剂是用石灰、硫磺和水按 $1:2:10$ 的比配制而成的。现在张叔叔要配制这种石硫合剂 32.5kg ，张叔叔要准备石灰、硫磺、水各多少千克？

【变式 4】《考工记》中记载了我国古代创制的六种铜锡比例不同的合金成分配比，称之为“六齐”，是中国也是世界上最早的合金配制记载。其中记载制作钟鼎所用的铜和锡的质量之比为 $5:1$ ，一位工艺大师按照这种方法制作了一个质量为 180 千克的鼎，这个鼎含铜和锡各多少千克？

题型 05 百分数的实际应用——表示占比

题型点拨：把两个数量的比值写成 $\frac{n}{100}$ 的形式，这种形式的数叫作**百分数**，也称为**百分比**或**百分率**，它表示**一个数是另一个数的百分之几**；记作：“ **$n\%$** ”。所以百分数在本质上是表示“占比”，求百分比的时候关键仍是要辨析清楚“比的前项”和“后项”。

【典例 1】 小明家买一套面积为 108 平方米的楼房，每平方米是 5500 元，按照国家规定，购买楼房需要交纳总房价的 1.5% 作为契税，小明家应缴纳契税多少元？

【分析】 此题属于纳税问题，因为契税率 $= \frac{\text{“契税”}}{\text{“购房总额”}} \times 100\%$ ，所以“契税”=“购房总额” $\times$ “税率”

【详解】 解： $5500 \times 108 \times 1.5\%$

$= 594000 \times 1.5\%$

$= 8910$
(元)

答：小明家应缴纳契税 8910 元。

【变式 1】 张师傅加工零件，上午加工了 40 个零件，合格率为 90% ；下午加工的零件中 24 个合格，合格率为 60% 。张师傅这一天加工零件的合格率是多少？

【变式 2】 李奶奶将自己积攒多年的钱分给 5 个儿子。老大分到总钱数的 20% ，老二分到老大取走后剩下的 25% ，老三分到的钱数和老大一样多，老四分到的钱数是老三取走后剩下的 50% ，结果剩下 400 元钱分给了老五。这样分配公平吗？

【变式 4】 淘气的爸爸要出差，他购买了一张 12 月 15 日晚上 $8:00$ 的火车票，票价 500 元。 12 月 14 日下午 $5:00$ 他接到通知出差任务取消，于是他在当天晚上 $9:00$ 办理了退票。按照规定，火车票退票需要扣除手续费，规定如下表：

退票时间	开车前 48 小时以上	开车前 $24 - 48$ 小时	开车前 24 小时以内
------	---------------	------------------	---------------

手续费占票价的百分比	5%	10%	20%
------------	----	-----	-----

(1)淘气的爸爸退票后可以拿回多少元？

(2)你还有更好的退票方案吗？把你的思考过程写出来。

题型 06 百分数的实际应用——变化率、利率、利润率、打折

题型点拨：用百分数表示的变化率在本质上也是表示“占比”，比的前项是“变化的量”、“利润”、“利息”等，后项是“比较量”、“成本”、“本金”等。

【典例 1】一条围巾，如果卖 100 元，可赚 25%，如果卖 120 元，可赚多少元？

【分析】因为“ $\text{利润率} = \frac{\text{利润}}{\text{成本}} \times 100\%$ ”，所以 $\text{利润} = \text{成本} \times \text{利润率}$ ，所以“赚 25%”表示以进价（成本）为单

位“1”则利润相当于 $1 \times 25\% = 25\%$ ，则售价相当于进价的 $(1 + 25\%)$ ，根据已知比一个数多百分之几是多少，

求这个数用除法计算，用 $\text{售价} \div (1 + 25\%)$ 即可求出进价。再用 120 元减去进价即可求出可赚多少元。

【详解】 $120 - 100 \div (1 + 25\%)$

$= 120 - 100 \div 125\%$

$= 120 - 80$

$= 40$
(元)

答：如果卖 120 元，可赚 40 元。

【易错点睛】该类型的题目最容易犯的错是误认为“ $\text{利润率} = \frac{\text{利润}}{\text{售价}} \times 100\%$ ”。

【变式 1】 一台洗衣机，如果按定价的 90% 卖出，可赚 80 元；如果按定价的 75% 卖出，要亏 70 元。这台

洗衣机的成本价是多少元？

【变式 2】 某商人在一次买卖中均以 120 元卖出两件衣服，一件赚 25% ，一件赔 25% ，在这次交易中，该

商人是赚了，赔了，还是不赚不赔？若赚了，赚了多少？若赔了，赔了多少？

【变式 3】 淘气爸爸把 50000 元人民币存入银行，定期 2 年，年利率是 2.7% 。到期时，淘气爸爸应得本金

和利息一共多少元？

【变式 4】 某商场开展促销活动，有两种优惠方案：

方案一：所有商品一律打八五折销售；

方案二：购物满 1000 元，立减 200 元，满 2000 元立减 400 元，以此类推（不满 1000 元不立减）。

王老师准备购买一台标价为 2800 元的冰箱，一台标价为 800 元的洗衣机。

(1) 若王老师按方案一购买，一共需要支付多少元？

(2) 若王老师按方案二购买，一共需要支付多少元？

(3) 你认为王老师选择哪种方案更划算？请说明理由。

题型 07 比例尺问题

题型点拨： 图上距离：实际距离=比例尺

【典例 1】 在一幅比例尺是 $1:2000000$ 的地图上，量得两地相距 3.6cm 。两地之间的实际距离是多少千米？

【分析】根据实际距离=图上距离÷比例尺，即可解答．

【详解】解： $3.6 \div \frac{1}{2000000} = 7200000\text{cm} = 72\text{km}$ ．

答：两地之间的实际距离是 72 千米．

【点睛】本题考查了比例尺的定义，根据定义列出相关比例式是解题的关键，同时注意单位的转化．

【变式 1】在比例尺是 1:2500000 的地图上，量得两地距离是 12 厘米，甲、乙两车同时从两地相向而行，

2.5 小时后相遇．已知甲乙两车的速度比是 2:3，相遇时乙车比甲车多行驶多少千米？

【变式 2】原来比例尺为 1:40000 的一幅地图，现在改为用 1:100000 的比例尺重新绘制，原地图中

5.8cm 的距离，在新地图中应该画多少厘米？

【变式 3】在一幅地图上，用长为 3 厘米的线段表示实际距离 900 千米．

(1)这幅地图的比例尺是多少？

(2)在这幅地图上量得甲、乙两地之间的距离是 2.5 厘米，甲、乙两地的实际距离是多少千米？

(3)有一条长是 480 千米的高速公路，在这幅地图上的长是多少厘米？

【变式 4】一幅地图上，图上 3cm 代表实际距离 150km，求这幅地图的比例尺

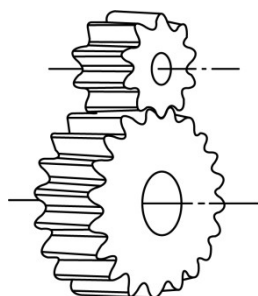
题型强练

1. 甲数比乙数多 20%，乙数比丙数少 20%．如果甲数是 48，那么丙数是()．

2. A 、 B 两种商品的价格比是 $7:3$. 如果它们的价格分别上涨 70 元，它们的价格比就是 $7:4$ ，这两种商品原来的价格各是多少元？

3. 在比例尺为 $1:8000$ 的地图上，量得潢川县彩虹桥长为 5 厘米，一个修桥队 50 天修 0.04 千米，照这样计算，彩虹桥实际竣工还需要多少天？（用比例方法解决）

4. 如图，机器上有一对互相咬合的齿轮，大齿轮有 20 个齿，每分转 75 转；小齿轮有 10 个，每分转多少转？（用比例解）



5. 七、八、九年级同学给学校图书室整理 800 本图书，七年级整理了图书总数的 20% ，剩下的按 $3:5$ 分给八年级和九年级．七、八、九年级各整理了多少本图书？

6. 小王把 10000 元现金存入银行，年利率是 2.05% ，定期 3 年，到期后小王能从银行取回多少钱？

7. 学校图书馆的科技书占故事书的 $\frac{5}{9}$ ，已知科技书和故事书共 630 本，科技书和故事书各多少本？

8. 某地前年的粮食产量为 3000 吨，去年因为洪水及病虫害的影响比前年减产近三成，预计今年的产量会比去年增加 45% ，今年的粮食产量是多少吨？

9. 【商品问题】书店出售一种挂历，每售出一本可获利 18 元，售出一部分后，每本减价 10 元出售，全部

售完．已知减价出售的挂历是原价出售挂历本数的 $\frac{2}{3}$ ，书店售完这种挂历共获利²⁸⁷⁰元，书店共售出这样的挂历多少本？

10．某商场出售某款双肩包先按进价提高^{50%}标价，再按^{8折}（标价的^{80%}）出售，这样商场每卖出一个双肩包就可盈利²⁴元，请问这款双肩包的进价是多少？如果按标价的^{7折}出售，商场还盈利吗？请说明理由．

11．实验小学要买⁶⁰个足球，现有文新、利民、明乐³个商店可以选择，³个商店里足球的售价都是⁵⁰元，但各个商店的优惠方法不同．

文新商店：买¹⁰个足球免费赠送²个，不足¹⁰个不赠送．

利民商店：每个足球打八折出售．

明乐商店：购物每满²⁰⁰元，返还现金³⁰元．

为了节省费用，实验小学应到哪个商店购买？请计算说明．

12．青白江区城市森林和谐广场位于青白江区华金大道二段，是青白江百姓休闲、娱乐的重要场所．把它绘制在比例尺为^{1:5000}的地图上，该广场平面图是一个长约是⁵厘米，宽约是³厘米的长方形．请问该广场实际面积约是多少平方米？