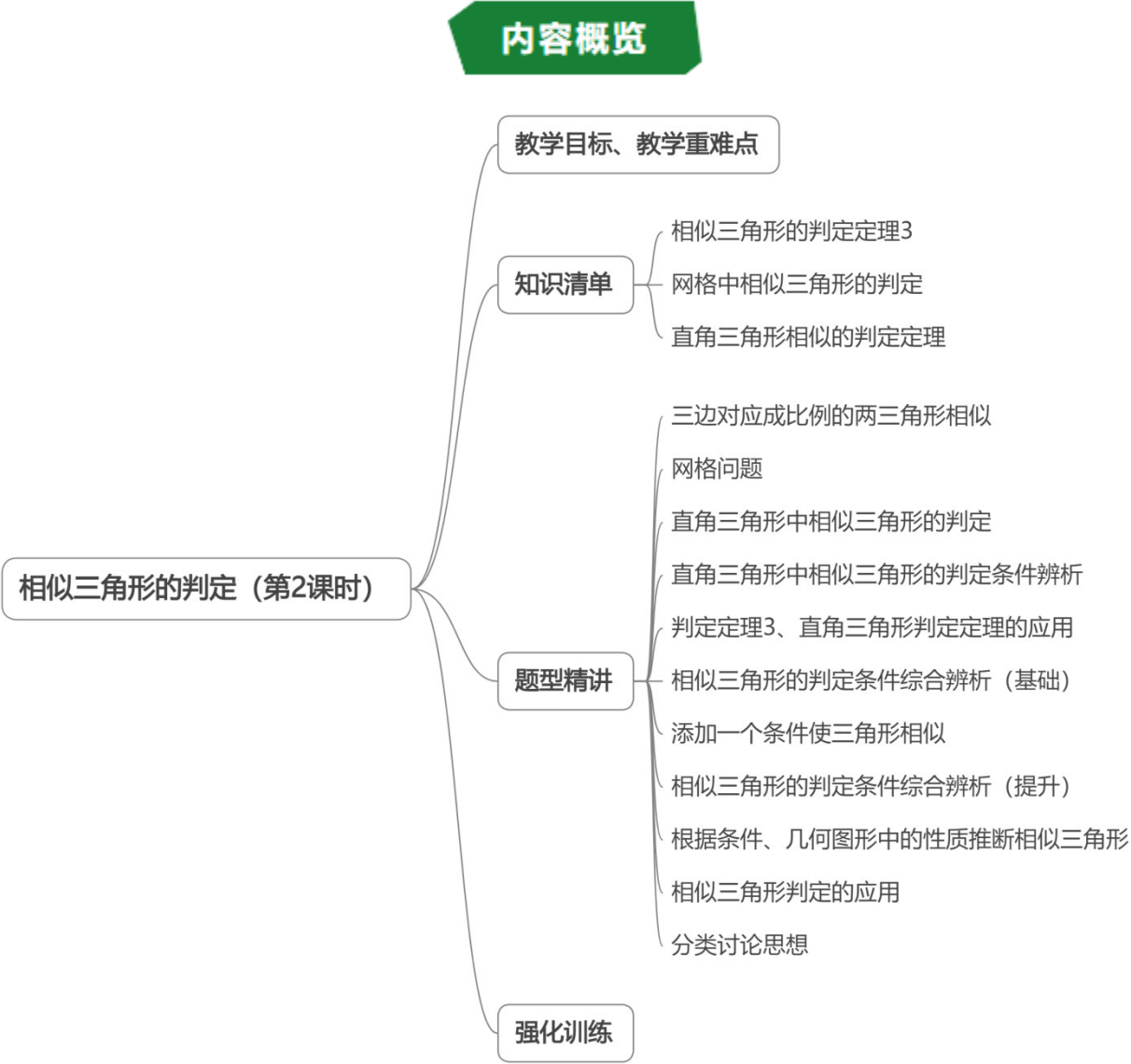


专题 24.7 相似三角形的判定 (第 2 课时)



教学目标、教学重难点

教学目标	1. 掌握相似三角形的判定定理 3 及证明； 2. 判断网格中的相似三角形； 3. 了解直角三角形相似的判定定理；掌握相似三角形判定定理综合。
教学重难点	1.重点 (1) 相似三角形的判定定理 3，并探索其证明过程； (2) 直角三角形相似的判定定理，并探索其证明过程；

(3) 相似三角形的判定综合，及其应用；

2. 难点

(1) 相似三角形的判定的几何应用；

(2) 分类讨论思想。

知识清单

知识点 1 相似三角形判定定理 3

相似三角形判定定理 3：如果一个三角形的两个角与另一个三角形的两个角对应相等，那么这两个三角形相似。(简述为：三边对应成比例，两个三角形相似)

例 在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 中，如果 $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{CA}{C_1A_1}$ ，那么 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 相似吗？为什么？

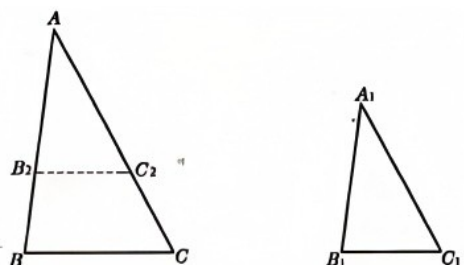


图 24-37

证明如下：

如图 24-37，在射线 AB 上截取 $AB_2 = A_1B_1$ ；在射线 AC 上截取 $AC_2 = A_1C_1$ ，联结 B_2C_2 。

$$\because \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1}, AB_2 = A_1B_1, AC_2 = A_1C_1, \therefore AB_2 = AC_2$$

得 $B_2C_2 \parallel BC$ (三角形一边的平行线判定定理)，

$$\therefore \frac{BC}{B_2C_2} = \frac{AB}{AB_2} \text{ (平行于三角形一边的直线性质定理推论).}$$

$$\text{由 } \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1}, \text{ 即 } \frac{AB}{AB_2} = \frac{BC}{B_1C_1}, \text{ 得 } \frac{BC}{B_2C_2} = \frac{BC}{B_1C_1},$$

$$\therefore B_2C_2 = B_1C_1.$$

$$\therefore \triangle ABC_1 A_1 B \ C \square$$

$$\therefore B_2C_2 \parallel BC,$$

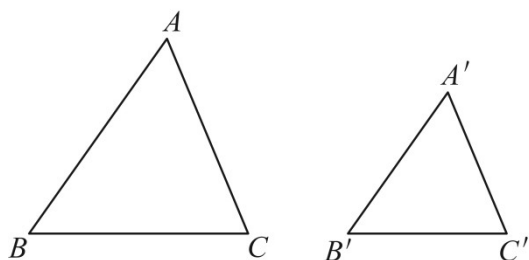
$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle AB_2C_2 \text{ (相似三角形预备定理).}$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1.$$

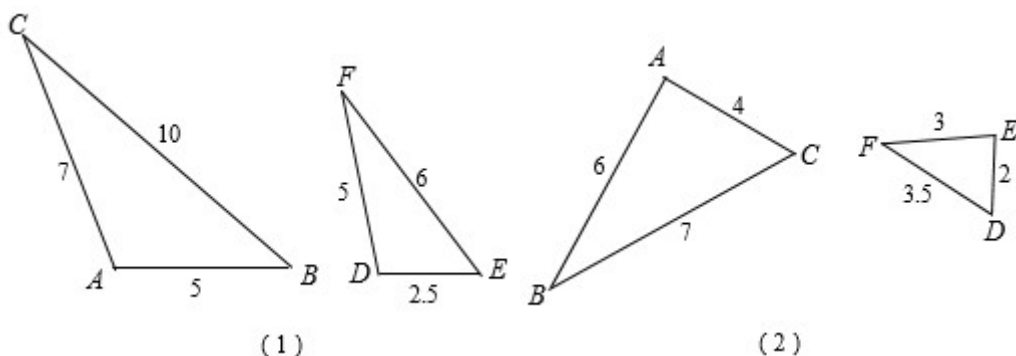
要点：要判定两个三角形是否相似，只需找到这两个三角形的两个对应角相等即可，对于直角三角形而言，若有一个锐角对应相等，那么这两个三角形相似。

【即学即练】

1. 已知：在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中， $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$ ，求证： $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ 。



2. 如图，每组中的两个三角形是否相似？为什么？



3. $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 符合下列条件，其中使 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 不相似的是 ()

A. $\angle A = \angle A' = 45^\circ$, $\angle B = 26^\circ$, $\angle B' = 109^\circ$

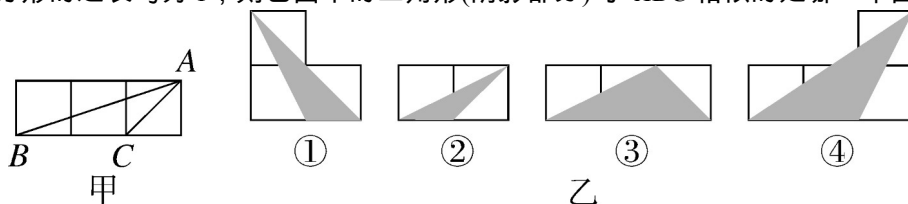
B. $AB = 1$, $AC = 1.5$, $BC = 2$, $A'B' = 12$, $A'C' = 8$, $B'C' = 16$

C. $\angle A = \angle B'$, $AB = 1.5$, $AC = \frac{15}{14}$, $A'B' = \frac{3}{2}$, $B'C' = 2.1$

D. $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$, $B'C' = \sqrt{a}$, $A'C' = \sqrt{b}$, $A'B' = \sqrt{c}$

知识点 2 网格中相似三角形的判定

例 如图甲，小正方形的边长均为 1，则乙图中的三角形(阴影部分)与 $\triangle ABC$ 相似的是哪一个图形？



解：由甲图可知 $AC = \sqrt{2}$, $BC = 2$, $AB = \sqrt{5}$.

同理，图①中，三角形的三边长分别为 1, $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$;

同理，图②中，三角形的三边长分别为 1, $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$;

同理，图③中，三角形的三边长分别为 $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$, 3;

同理，图④中，三角形的三边长分别为 2, $\sqrt{5}$, $\sqrt{10}$.

$\therefore \frac{AC}{AC_1} = \frac{BC}{BC_1} = \frac{AB}{AB_1}$,

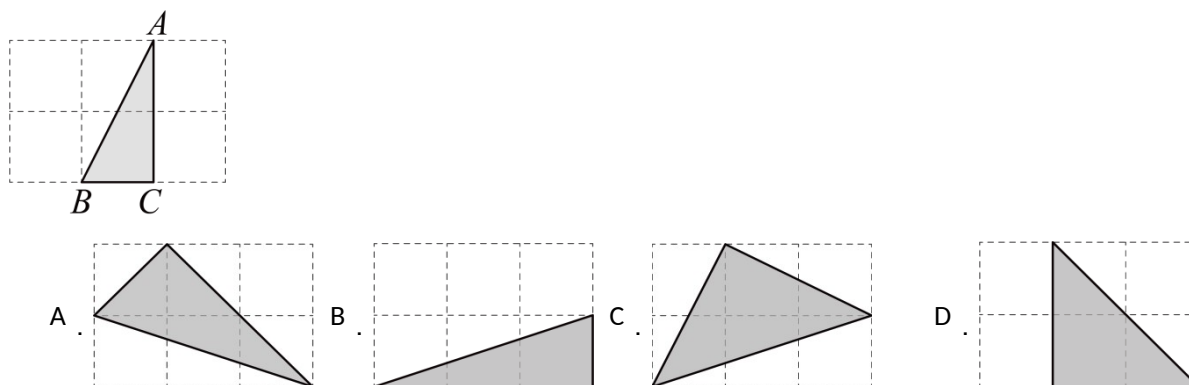
$\therefore$ 图②中的三角形与 $\triangle ABC$ 相似.

要点：

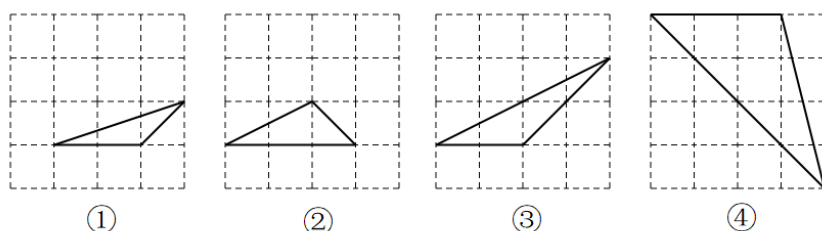
- (1) 各个图形中的三角形均为格点三角形，可以根据勾股定理求出各边的长，然后根据三角形三边的长度是否对应成比例来判断两个三角形是否相似；
- (2) 判定三边是否对应成比例，可以将三角形的三边长按大小顺序排列，然后分别计算他们对应边的比，最后由比值是否相等来确定两个三角形是否相似。

【即学即练】

1. 如图，在 2×3 的方格中，画有格点 $\triangle ABC$ （阴影部分）与 $\triangle ABC$ 相似的是（ ）



2. 如图，在大小为 4×4 的正方形网格中，是相似三角形的是（ ）



- A. ①和② B. ②和③ C. ①和③ D. ②和④

知识点3 直角三角形相似的判定定理

直角三角形相似的判定定理：如果一个直角三角形的斜边及一条直角边与另一个直角三角形的斜边及一条直角边对应成比例，那么这两个直角三角形相似。

简述为：斜边和直角边对应成比例，两个直角三角形相似

例 如图 24-39, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 与 $\text{Rt}\triangle A_1B_1C_1$ 中, $\angle C = \angle C_1 = 90^\circ$, $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1}$, $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 相似吗? 为什么?

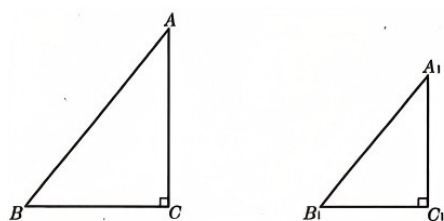


图 24-39

相似，理由如下：

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = k$$

设 $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = k$, 则 $AB=kA_1B_1, BC=kB_1C_1$.

$$\because \angle C=90^\circ, \angle C_1=90^\circ,$$

$$\therefore CA^2=AB^2-BC^2, C_1A_1^2=A_1B_1^2-B_1C_1^2,$$

$$\text{得 } CA^2=k^2(A_1B_1^2-B_1C_1^2)=k^2 C_1A_1^2.$$

$$\frac{CA}{C_1A_1} = k$$

$\therefore CA=kC_1A_1$, 即 $\frac{CA}{C_1A_1} = k$.

在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 中,

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{CA}{C_1A_1},$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1.$$

方法二思路：

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1}$$

也可由 $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1}$,

$$\frac{AB^2}{A_1B_1^2} = \frac{BC^2}{B_1C_1^2},$$

得 $\frac{AB^2}{A_1B_1^2} = \frac{BC^2}{B_1C_1^2}$,

再利用比例的性质和勾股定理进行推导.

【即学即练】

1. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle DEF$ 中, $\angle C = \angle F = 90^\circ$. 依据下列各组条件判定这两个三角形是否相似, 并说明理由.

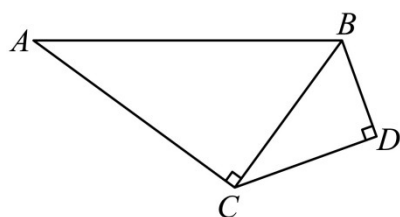
(1) $\angle A = 55^\circ$, $\angle D = 35^\circ$;

(2) $AC = 9$, $BC = 12$, $DF = 6$, $EF = 8$;

(3) $AC = 3$, $BC = 4$, $DF = 6$, $DE = 8$;

(4) $AB = 10$, $AC = 8$, $DE = 15$, $EF = 9$.

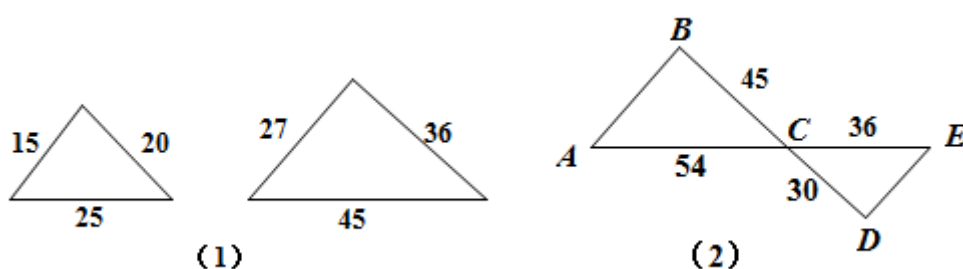
2. 如图, $\angle ACB = \angle D = 90^\circ$, 且 $AB = \frac{25}{3}$, $BC = 5$, $BD = 3$, 求证: $\triangle ABC \sim \triangle CBD$.



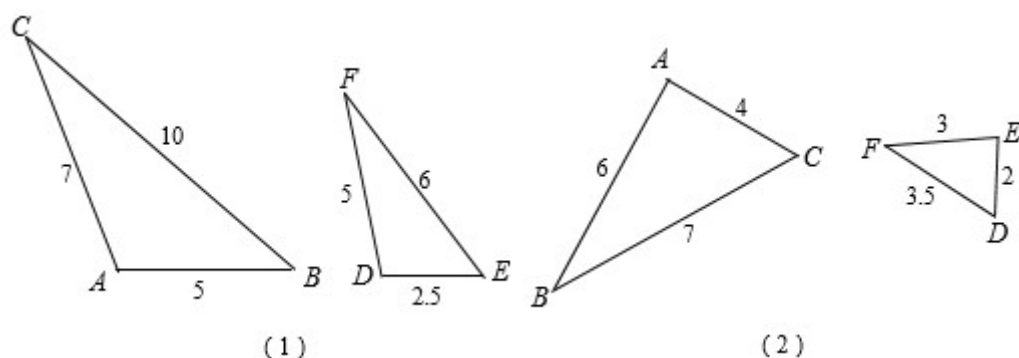
题型精讲

题型 01 三边对应成比例的两三角形相似

【典例 1】. 如图中的两个三角形是否相似？为什么？



【变式 1】. 如图，每组中的两个三角形是否相似？为什么？



【变式 2】. 根据下列条件，判断 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 是否相似，并说明理由 .

(1) $\angle A = 40^\circ$, $AB = 8\text{cm}$, $AC = 15\text{cm}$, $\angle A' = 40^\circ$, $A'B' = 16\text{cm}$, $A'C' = 30\text{cm}$;

(2) $AB = 10\text{cm}$, $BC = 8\text{cm}$, $AC = 16\text{cm}$, $A'B' = 16\text{cm}$, $B'C' = 12.8\text{cm}$, $A'C' = 25.6\text{cm}$.

【变式 3】. 已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 的三边长，下列条件能判断它们相似的是 ()

A . $AB = 4$, $BC = 8$, $AC = 10$; $DE = 20$, $EF = 16$, $DF = 8$

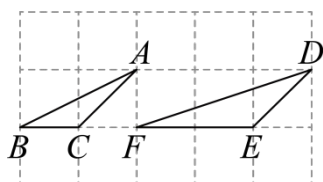
B . $AB = 3$, $BC = 4$, $AC = 6$; $DE = 6$, $EF = 8$, $DF = 9$

C . $AB = 12$, $BC = 15$, $AC = 24$; $DE = 16$, $EF = 30$, $DF = 20$

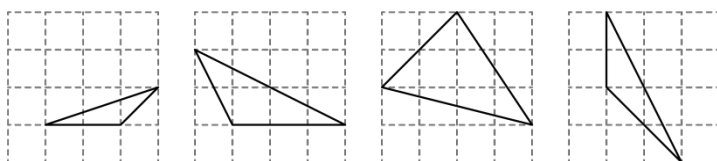
$$D. AB = 3k, BC = 4k, AC = 5k; \quad DE = 6k, EF = 7k, DF = 8k (k > 0)$$

题型 02 网格问题

【典例 1】. 如图，在边长为 1 个单位的方格纸上，有 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$. 求证： $\triangle ABC \sim \triangle FDE$.



【变式 1】. 如图，在大小为 4×4 的正方形网格中，是相似三角形的是 ()



①

②

③

④

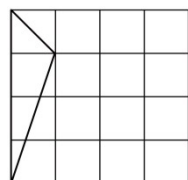
A. ①和②

B. ②和③

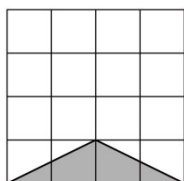
C. ②和④

D. ①和④

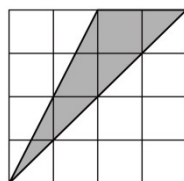
【变式 2】. 如图，在 4×4 的正方形网格中，画一个三角形与给定的三角形相似，下列四种画法中，正确的是 ()



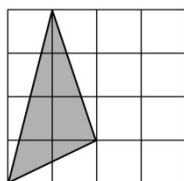
A.



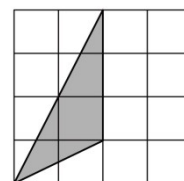
B.



C.



D.

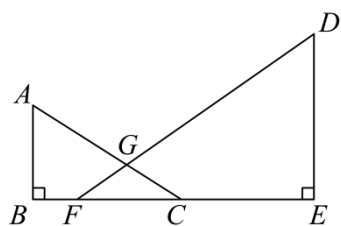


题型 03 直角三角形中相似三角形的判定

【典例 1】. 在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$, $AB = 10$, $BC = 6$. 在 $Rt\triangle EDF$ 中， $\angle F = 90^\circ$, $DF = 3$, $EF = 4$, 则 $\triangle ABC$ 和 $\triangle EDF$ 相似吗？为什么？

【变式 1】. 在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 中， $AB = 6$, $BC = 8$, $AC = 10$, $A_1B_1 = 9$, $B_1C_1 = 12$, $A_1C_1 = 15$, 试问 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 相似吗？请说明理由.

【变式 2】. 如图，已知 $\angle B = \angle E = 90^\circ$, $AB = 6$, $BF = 3$, $CF = 5$, $DE = 15$, $DF = 25$. 求证： $\triangle ABC \sim \triangle DEF$.



题型 04 直角三角形中相似三角形的判定条件辨析

【典例 1】 . 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle DEF$ 中, $\angle C = \angle F = 90^\circ$, 下列各组的条件不能判定这两个三角形相似的是 ()

- A . $\angle A = 65^\circ$, $\angle D = 25^\circ$;
 B . $AC = 3$, $BC = 4$, $DF = 6$, $DE = 8$;
 C . $AC = 9$, $BC = 12$, $DF = 12$, $EF = 16$;
 D . $AB = 10$, $AC = 8$, $DE = 35$, $EF = 21$;

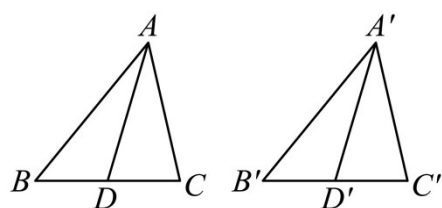
【变式 1】 . 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle DEF$ 中, $\angle C = \angle F = 90^\circ$, 下列不能判定这两个三角形相似的是 ()

- A . $\angle A = 65^\circ$, $\angle D = 25^\circ$ B . $AC = 3$, $BC = 4$, $DF = 6$, $EF = 8$
 C . $AB = 12$, $BC = 8$, $DE = 35$, $EF = 21$ D . $AC = 9$, $BC = 12$, $DF = 12$, $EF = 16$

题型 05 判定定理 3、直角三角形判定定理的应用

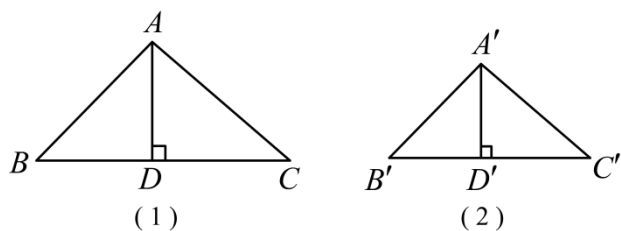
【典例 1】 . 如图, 在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 中, AD 、 $A'D'$ 分别为边 BC 、 $B'C'$ 上的中线, 且

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AD}{A'D'}. \text{ 求证: } \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'.$$

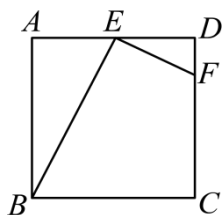


【变式 1】 . 已知: $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中, AD 、 $A'D'$ 分别为 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的高线, 且 $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} =$

$$\frac{AD}{A'D'}. \text{ 求证: } \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'.$$



【变式2】 如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 E 是 AD 的中点，点 F 在 CD 上，且 $CD = 4DF$ ，连接 EF 、 BE 。求证： $\triangle ABE \sim \triangle DEF$



题型06 相似三角形的判定条件综合辨析（基础）

【典例1】 下列各组条件中，不能判定 $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ 的是（ ）

- A. $AC = A'C'$, $\angle B = \angle B'$, $BC = B'C'$ B. $\angle A = \angle A'$, $\angle B = \angle B'$, $AC = A'C'$
C. $AB = A'B'$, $\angle A = \angle A'$, $AC = A'C'$ D. $AB = A'B'$, $AC = A'C'$, $BC = B'C'$

【变式1】 下列命题中，假命题是（ ）

- A. 有两边及其第三边上的中线对应成比例的两个三角形相似
B. 有两边及其中一条边的中线对应成比例的两个三角形相似
C. 有一条直角边及斜边的中线对应成比例的两个三角形相似
D. 有两边及其第三条边上的高对应成比例的两个三角形相似

【变式2】 根据下列各组条件，不能判断 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 相似的是（ ）

- A. $\angle B = \angle B' = 90^\circ$, $\angle A = 60^\circ$, $\angle C' = 30^\circ$
B. $\angle A = 60^\circ$, $\angle C = 80^\circ$, $\angle A' = 60^\circ$, $\angle B' = 40^\circ$
C. $AB = 5$, $BC = 7$, $AC = 10$; $A'C' = 16$, $B'C' = 14$, $A'B' = 10$
D. $\angle A = 50^\circ$, $AB = 8$, $AC = 15$; $\angle A' = 50^\circ$, $A'C' = 30$, $A'B' = 16$

【变式3】 下列各条件中，能判断 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ 的是（ ）

- A. $AB = 3A'B'$, $\angle A = \angle A'$

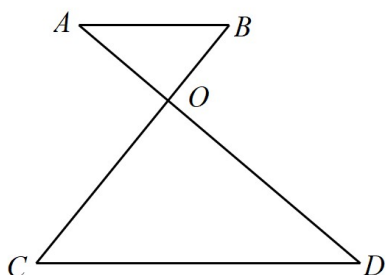
B. $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{A'C'}$, $\angle B = \angle B'$

C. $\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$, $\angle A + \angle C = \angle A' + \angle C'$

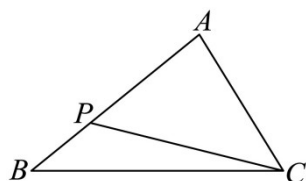
D. $\angle A = 40^\circ$, $\angle B = 80^\circ$, $\angle A' = 80^\circ$, $\angle B' = 70^\circ$

题型 07 添加一个条件使三角形相似

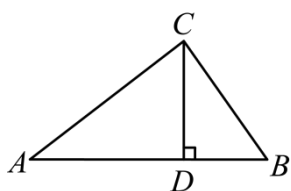
【典例 1】. 如图, AD 与 BC 相交于点 O , 可添加一个条件: _____, 使得 $\triangle AOB$ 与 $\triangle DOC$ 相似.



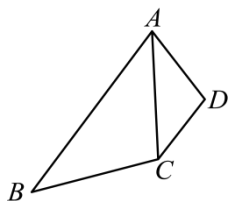
【变式 1】. 如图, $\triangle ABC$ 中, P 是 AB 上一点, 连接 CP . 请你补充一个条件 _____, 使 $\triangle ABC \sim \triangle ACP$.



【变式 2】. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $CD \perp AB$ 于点 D , 若增加一个条件, 就能使 $\triangle ACD$ 与 $\triangle CBD$ 相似, 则这个条件可以是 _____.



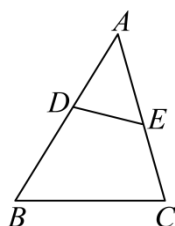
【变式 3】. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 平分 $\angle BAD$, $AB = 9$, $AC = 6$, 则要使 $\triangle ABC \sim \triangle ACD$, 只要 $AD =$ _____.



【变式 4】. 如图, 点 D, E 分别在 $\triangle ABC$ 的 AB, AC 边上, 增加下列条件中的一个, ① $\angle AED = \angle B$; ②

$\angle ADE = \angle C$; ③ $\frac{AE}{AB} = \frac{DE}{BC}$; ④ $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$; ⑤ $AC^2 = AD \cdot AE$, 能使 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ACB$ 一定相似的有—

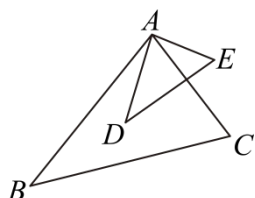
. (填序号)



题型 08 相似三角形的判定条件综合辨析 (提升)

【典例 1】 . 如图 , 在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 中 , $\angle B = \angle D$, 添加下列一个条件不能使 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ 的是

()



A . $\angle BAD = \angle CAE$

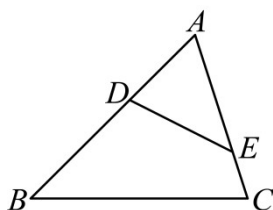
B . $\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{DE}$

C . $\angle C = \angle E$

D . $\frac{AB}{AD} = \frac{AE}{AC}$

【变式 1】 . 如图 , 在 $\triangle ABC$ 中 , 点 D, E 分别在边 AB, AC 上 , 下列条件中 , 不能确定 $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ 的是

()



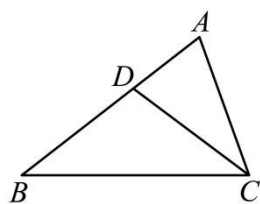
A . $\angle ADE = \angle C$

B . $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB} = \frac{DE}{BC}$

C . $AD \cdot BC = AC \cdot DE$

D . $AD \cdot AB = AC \cdot AE$

【变式 2】 . 如图 , 点 D 是 AB 上的一点 , 下列条件不能判定 $\triangle ACD \sim \triangle ABC$ 的是 ()

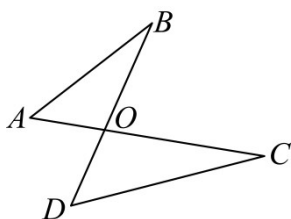


- A. $\angle ADC = \angle ACB$ B. $\angle ACD = \angle ABC$
- C. $CD^2 = AD \cdot AB$ D. $AC^2 = AD \cdot AB$

【变式3】 . 下列说法中，不正确的是 ()

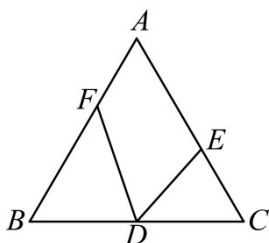
- A. 底角为 40° 的两个等腰三角形相似
- B. 一个 $\text{Rt}\triangle$ 两边长分别是 6 和 4，另一个 $\text{Rt}\triangle$ 两边长分别是 9 和 6，则这两个直角三角形相似
- C. 一个锐角为 30° 的两个直角三角形相似
- D. 有个角为 120° 的两个等腰三角形相似

【变式4】 . 如图，不能判定 $\triangle AOB$ 和 $\triangle DOC$ 相似的条件是 ()



- A. $OA \cdot OC = OD \cdot OB$ B. $\angle B = \angle C$
- C. $\angle A = \angle D$ D. $\frac{AB}{OA} = \frac{DC}{OD}$

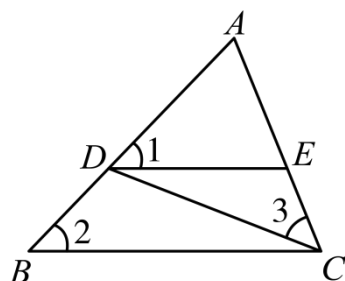
【变式5】 . 如图，点 D 是等边三角形 ABC 的边 BC 上的一点，下面四个选项中的条件不能判定 $\triangle BDF$ 与 $\triangle CED$ 相似的是 ()



- A. $\frac{BD}{CD} = \frac{BF}{CE}$ B. $DE \parallel AB, DF \parallel AC$
- C. $\angle BDF = 60^\circ$ D. $\frac{BD}{BF} = \frac{CE}{CD}$

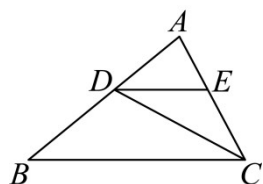
题型 09 根据条件、几何图形的性质推断相似三角形

【典例 1】 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在 AB 边上，点 E 在 AC 边上，且 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$ ，则下列结论中不正确的是（ ）



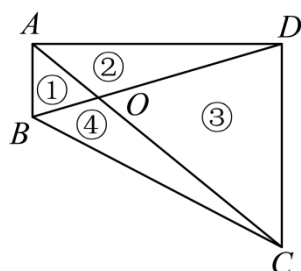
- A. $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ B. $\triangle ADE \sim \triangle ACD$ C. $\triangle ADE \sim \triangle EDC$ D. $\triangle ABC \sim \triangle ACD$

【变式 1】 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上， $DE \parallel BC$ ， $\angle ACD = \angle B$ ，那么下列判断中，不正确的是（ ）



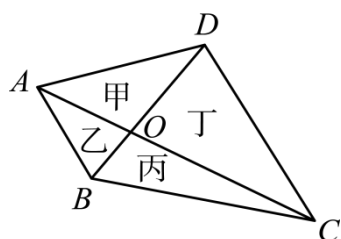
- A. $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ B. $\triangle CDE \sim \triangle BCD$
C. $\triangle ADE \sim \triangle ACD$ D. $\triangle ADE \sim \triangle DBC$

【变式 2】 如图，四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于 O ，且将这个四边形分成①②③④四个三角形，若 $OA:OC = OB:OD$ ，则下列结论正确的是（ ）



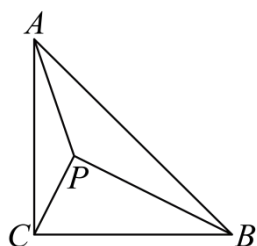
- A. ①和②相似 B. ①和③相似 C. ①和④相似 D. ②和④相似

【变式 3】 如图，不等长的两条对角线 AC 、 BD 相交于点 O ，且将四边形 $ABCD$ 分成甲、乙、丙、丁四个三角形。若 $\frac{AO}{OC} = \frac{BO}{OD}$ ，则甲、乙、丙、丁这 4 个三角形中，一定相似的有_____。

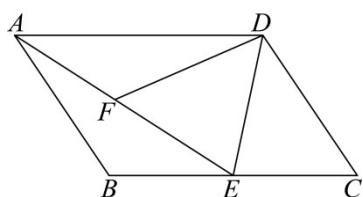


题型 10 相似三角形判定的应用

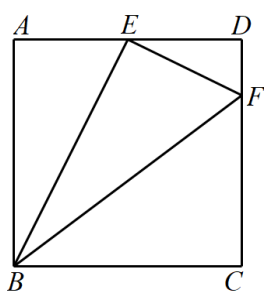
【典例 1】 . 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = BC$ ， P 是 $\triangle ABC$ 内一点，且 $\angle APB = \angle APC = 135^\circ$.
求证： $\triangle CPA \sim \triangle APB$.



【变式 1】 . 如图，在 $\square ABCD$ 中，点 E 为 BC 边上一点，连结 AE ：点 F 为线段 AE 上一点，且 $\angle DFE = \angle C$. 求证： $\triangle ADF \sim \triangle EAB$.



【变式 2】 . 如图，在正方形 $ABCD$ 中， E 是 AD 的中点，点 F 在 CD 上，且 $CF = 3FD$.



(1) 求证： $\triangle ABE \sim \triangle DEF$ ；

(2) $\triangle ABE$ 与 $\triangle BEF$ 相似吗？为什么？

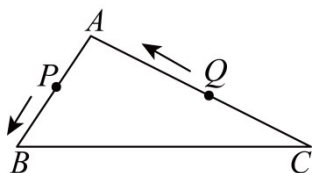
题型 11 分类讨论思想

【典例 1】 . 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 8$ cm， $AC = 16$ cm，点 P 从 A 出发，以 2 cm/s 的速度向 B 运动，

同时点 Q 从 C 出发，以 3cm/s 的速度向 A 运动，当其中一个动点到达端点时，另一个动点也随之停止运动，设运动的时间为 t 。

(1) 用含 t 的代数式表示： $AP =$ _____，

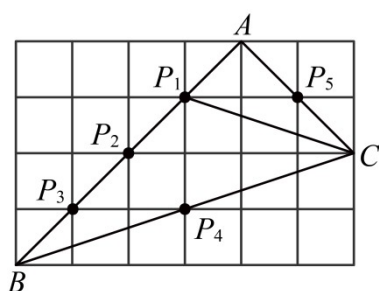
(2) 当以 A, P, Q 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似时，求运动时间是多少。



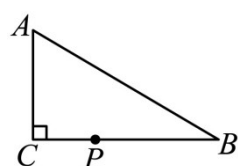
【变式1】 如图，已知 $AB \perp BC$ 于点 B ， $CD \perp BC$ 于点 C ， $AB = 4$ ， $CD = 6$ ， $BC = 14$ ， P 为直线 BC 上一点，若以 A, B, P 为顶点的三角形与以 P, C, D 为顶点的三角形相似，则这样的 P 点有 _____ 个。



【变式2】 如图，方格纸中每个小正方形的边长为 1， $\triangle ABC$ 的顶点都在格点上，点 $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, A, C$ 是 $\triangle ABC$ 边上的 7 个格点，请在这 7 个格点中任意选取 3 个点作为三角形的顶点，使构成的三角形与 $\triangle ABC$ 相似，符合题意的三角形共有 _____ 个。



【变式3】 P 是 $\triangle ABC$ 边上的任一点 (P 不与 A, B, C 重合)，过点 P 的一条直线截 $\triangle ABC$ ，如果截得的三角形与 $\triangle ABC$ 相似，我们称这条直线为过点 P 的 $\triangle ABC$ 的“相似线”。 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ，当点 P 是边 BC 上一个三等分点时 ($PB > PC$)，过点 P 的 $\triangle ABC$ 的“相似线”最多有 _____ 条。



强化训练

一、单选题

1. 已知 $\triangle ABC$ 的三边长为 $1, 2, \sqrt{3}$ ，在下列给定条件的 $\triangle DEF$ 中，与 $\triangle ABC$ 一定相似的是（ ）

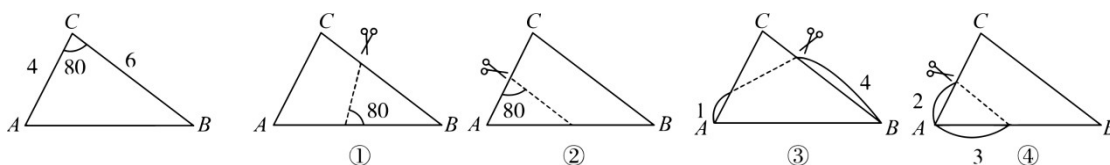
A. $DE = 2, EF = 4, \angle E = 30^\circ$

B. $DE = 2, EF = 4, \angle E = 90^\circ$

C. $DE = 2, EF = 4, \angle D = 30^\circ$

D. $DE = 2, EF = 4, \angle D = 90^\circ$

2. 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 80^\circ, AC = 4, BC = 6$ ，将 $\triangle ABC$ 沿图中的虚线剪开，下列四种剪开的方法中，剪下的三角形一定与原三角形相似的是（ ）



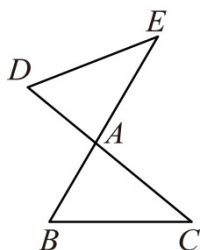
A. ①③

B. ①②③

C. ①②④

D. ②④

3. 如图，线段 BE 、 CD 相交于点 A ，连接 DE 、 BC ，则下列条件中不能判定 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ 的是（ ）



A. $\angle B = \angle D$

B. $\angle E = \angle C$

C. $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$

D. $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$

4. $\triangle ABC$ 中，点 D 是边 BC 上一点，联结 AD ，下列条件中，不能判定 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ABD$ 相似的是（ ）

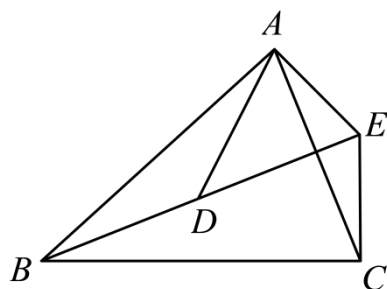
A. $AB^2 = BD \cdot BC$

B. $AD \cdot BC = AB \cdot AC$

C. $\angle BAD = \angle C$

D. $\angle BDA = \angle BAC$

5. 如图，已知 $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$ ，下列添加的条件不能使 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ 的是（ ）



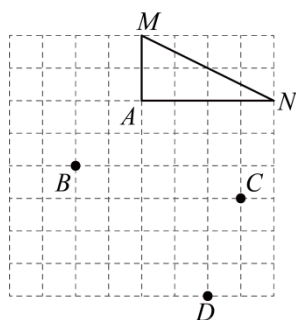
A. $\angle BAD = \angle CAE$

B. $\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{DE}$

C. $\frac{AB}{BD} = \frac{AD}{CE}$

D. $\angle ABD = \angle ACE$

6. 如图，在正方形网格中， A 、 B 、 C 、 D 、 M 、 N 都是格点，从 A 、 B 、 C 、 D 四个格点中选取三个构成一个与 $\triangle AMN$ 相似的三角形，某同学得到两个三角形：① $\triangle ABC$ ；② $\triangle ABD$ 。关于这两个三角形，下列判断正确的是（ ）



A. 只有①是

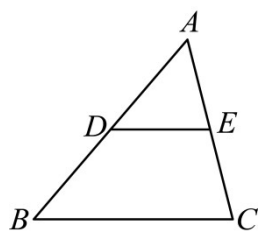
B. 只有②是

C. ①和②都是

D. ①和②都不是

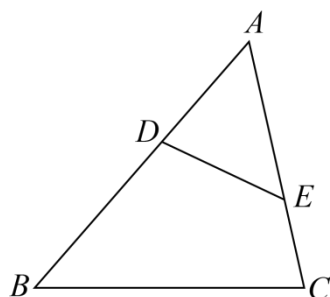
二、填空题

7. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $DE \parallel BC$ ，则_____~_____。



8. 已知一个三角形的三边长分别为6cm、9cm、7.5cm，另一个三角形的三边长分别为12cm、15cm、_____时，这两个三角形相似。

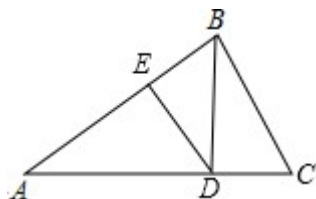
9. 如图， D 、 E 是 $\triangle ABC$ 边上的两个点，请你再添加一个条件，使得 $\triangle ABC \sim \triangle AED$ ，_____。



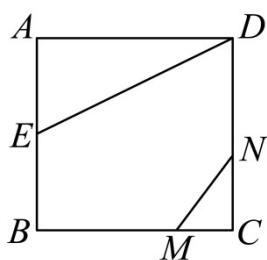
10. 在 $Rt\triangle ABC$ 和 $Rt\triangle DEF$ 中, $\angle C = \angle F = 90^\circ$, $AC = 3$, $BC = 4$, $DF = 6$, $DE = 8$, 判定这两个三角形是否相似_____. (填“相似”或“不相似”)

11. $\triangle ABC$ 的边长分别为 a, b, c , $\triangle A_1B_1C_1$ 的边长分别为 $\sqrt{a}, \sqrt{b}, \sqrt{c}$, 则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ _____ (选填“一定”“不一定”“一定不”) 相似

12. 如图, BD 是 $Rt\triangle ABC$ 斜边 AC 上的高, $DE \perp AB$ 于 E , 则图中与 $\triangle ABC$ 相似的三角形有_____个.

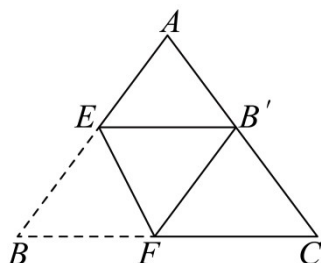


13. 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 8, $AE = EB$, $MN = 2\sqrt{5}$, 线段 MN 的两端在 CB 、 CD 上滑动, 当 $CM =$ _____ 时, $\triangle ADE$ 与 $\triangle CMN$ 相似.



14. 定义: 我们知道, 四边形的一条对角线把这个四边形分成两个三角形, 如果这两个三角形相似但不全等, 我们就把这条对角线叫做这个四边形的相似对角线, 在四边形 $ABCD$ 中, 对角线 BD 是它的相似对角线, $\angle ABC = 70^\circ$, BD 平分 $\angle ABC$, 那么 $\angle ADC =$ _____ 度

15. 将三角形纸片 $\triangle ABC$ 按如图的方式折叠, 使点 B 落在边 AC 上, 记为点 B' , 折痕为 EF . 已知 $AB = AC = 3$, $BC = 4$, 若以点 B', F, C 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似, 则 $BF =$ _____.



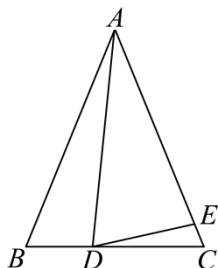
三、解答题

16. 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中, 已知: $AB = 6\text{cm}$, $BC = 8\text{cm}$, $AC = 10\text{cm}$, $A'B' = 18\text{cm}$, $B'C' = 24\text{cm}$, $A'C' =$

30cm . 试证明 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 相似 .

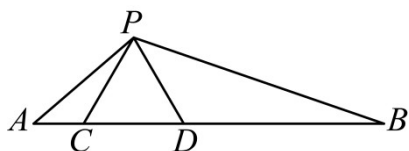
17 . 如图 , 在 $\triangle ABC$ 中 , $AB = AC$, D, E 分别是 BC, AC 上的点 , 且 $\angle ADE = \angle B$, 求证 :

$\triangle ABD \sim \triangle DCE$.

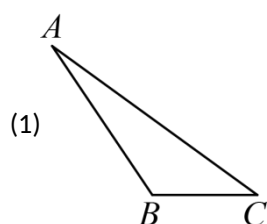


18 . 如图 , 点 C, D 在线段 AB 上 , 且 $\triangle PCD$ 是等边三角形 , $AC = 1, PC = 2, BD = 4$. 求证 :

$\triangle ACP \sim \triangle PDB$.



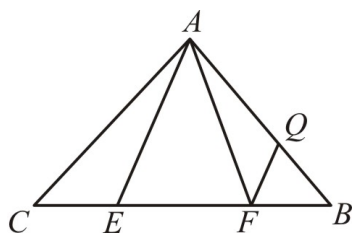
19 . 请用直尺 , 圆规作图 , 不写作法 , 但要保留作图痕迹 . 已知在 $\triangle ABC$ 中 , $\angle C = 2\angle A$.



在 BC 的延长线上有一点 D , 连接 AD , 使得 $\angle CAD = \angle BAC$ (尺规作图) ;

(2) 在 (1) 的情况下 , 求证 : $\triangle ABC \sim \triangle DBA$.

20 . 如图所示 , 在等腰三角形 ABC 中 , $AB = AC$, 点 E, F 在线段 BC 上 , $CE = BF$, 点 Q 在线段 AB 上 , 且 $AE^2 = AQ \cdot AB$.



求证 :

(1) $\angle CAE = \angle BAF$;

(2) $\triangle ACE \sim \triangle AFQ$.

21. (1) 如图1, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle BAD = \angle BCD = 90^\circ$, 连接 AC, BD , 过点 A 作 $AE \perp AC$ 交 CB 的延长线于点 E , 求证: $\angle E = \angle ACD$.

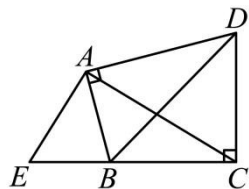


图1

(2) 如图2, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB = AD$, (1) 中的其它条件不变, 点 M, N 分别是 BD, EC 的中点, 连接 AN, AM, MN .

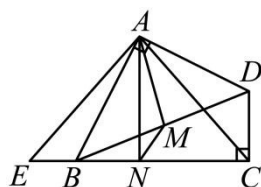


图2

①求证: $AE = AC$;

②求证: $\triangle ABE \sim \triangle AMN$.