

专题 01 双曲线中与面积相关的几何模型

双曲线中与面积相关的几何模型将抽象的函数表达式与直观的图形面积联系起来，核心在于理解比例

系数 k 的几何意义，不仅可以简化计算、快速解决中考中高频出现的面积与坐标综合问题，提高解题效率

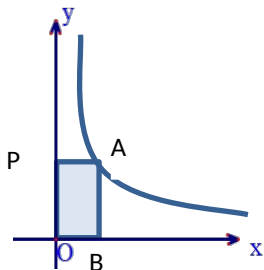
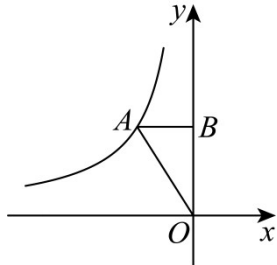
与准确率，还能，为后续更复杂的函数学习奠定思维基础，真正实现教学由重视“知识技能的培养”到“核心

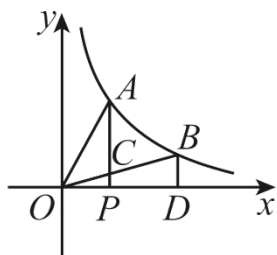
素养提升”的转变。

【基本模型】

反比例函数中 k 的几何意义是中考的核心考点，它建立了比例系数 k 与几何图形面积之间的桥梁。

下表汇总了最常见的模型、结论和解题要点。

图示	模型特点
	反比例 $y = \frac{k}{x}$ 图像上有点 A， 设 A (x , y) ，则 $k = xy$ $S_{\text{矩形AOPB}} = xy = k $
	反比例 $y = \frac{k}{x}$ 图像上有点 A， 设 A (x , y) ，则 $k = xy$ $S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} xy = \frac{1}{2} k $



反比例 $y = \frac{k}{x}$ 图像上有两点 A、B，

$$S_{\triangle AOP} = S_{\triangle BOD} = \frac{1}{2}|k|$$

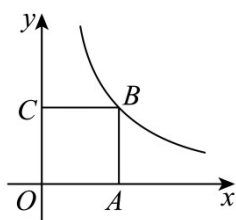
【模型演变】

图示	几何语言
	过原点的直线 AB 与反比例 $y = \frac{k}{x}$ 图像上有交于点 A、B 设 A (x , y) , 则 $k = xy$ $S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle AOC} = xy = k$ 点睛：双曲线是中心对称图形，A、B 关于 O 对称.
	反比例 $y = \frac{k}{x}$ 图像上有两点 A、B，用割补法求 $\triangle AOB$ 的面积 方法一：$S_{\triangle ABO} = S_{\triangle EBO} - S_{\triangle EAO}$ 方法二：$S_{\triangle ABO} = S_{\triangle OAC} + S_{\text{梯形} ACBD} - S_{\triangle OBD}$

模型运用

【典例 1】 如图，在平面直角坐标系中，A，C 两点在坐标轴上，四边形 OABC 是面积为 4 的正方形．若函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象经过点 B，则满足 $y \geq 2$ 的 x 的取值范围为 ()

数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象经过点 B，则满足 $y \geq 2$ 的 x 的取值范围为 ()



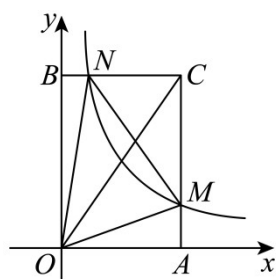
A. $0 < x \leq 2$

B. $x \geq 2$

C. $0 < x \leq 4$

D. $x \geq 4$

【典例 2】如图，在平面直角坐标系 xOy 中， A ， B 分别是横、纵轴正半轴上的动点，四边形 $OACB$ 是矩形，函数 $y = \frac{1}{x} (x > 0)$ 的图象与边 AC 交于点 M ，与边 BC 交于点 N (M ， N 不重合)。给出下面四个结论：



- ① $\triangle COM$ 与 $\triangle CON$ 的面积一定相等；
- ② $\triangle MON$ 与 $\triangle MCN$ 的面积可能相等；
- ③ $\triangle MON$ 一定是锐角三角形；
- ④ $\triangle MON$ 可能是等边三角形。

上述结论中，所有正确结论的序号是 ()

A. ①③

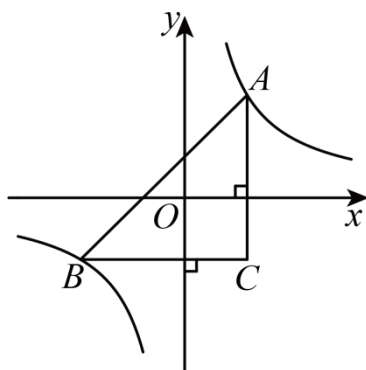
B. ①④

C. ②③

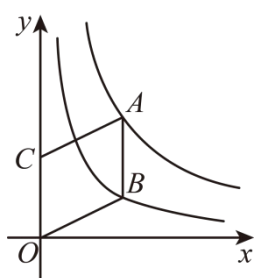
D. ②④

【典例 3】如图，点 $A(3, m)$ 和点 $B(-5, n)$ 在同一个反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 的图象上， AC 和 BC 分别垂直

于 x 轴和 y 轴．若 $\triangle ABC$ 的面积为 32，则 k 的值为_____．

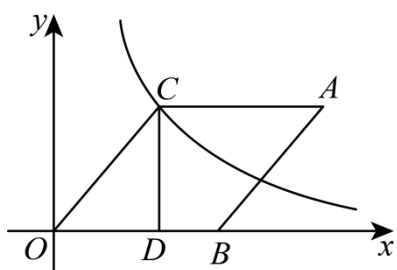


【典例 4】 如图，点 A, B 分别在反比例函数 $y_1 = \frac{k}{x} (x > 0), y_2 = \frac{2}{x} (x > 0)$ 的图象上，点 C 为 y 轴正半轴上一点，若平行四边形 $ACOB$ 的面积是 4，则 k 的值为_____．



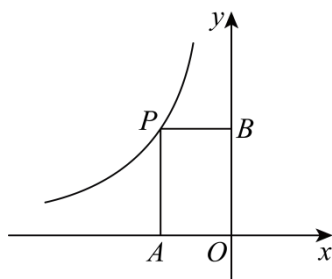
【典例 5】 如图，四边形 $ABOC$ 是菱形，点 B 在 x 轴的正半轴上， $CD \perp x$ 轴于点 D ，反比例函数

$y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象经过点 C ，若菱形 $ABOC$ 的面积为 20， $CD = 4$ ，则 k 的值为_____．



习题练模型

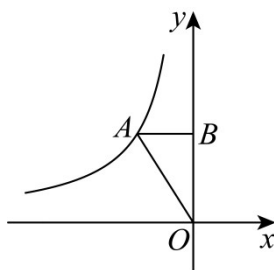
1. 反比例函数 $y = -\frac{6}{x} (x < 0)$ 如图，则矩形 $OAPB$ 的面积是 ()



- A. 6 B. -6 C. 3 D. -3

2. 如图，已知 A 是反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$ 图象上的一点，过点 A 作 $AB \perp y$ 轴，垂足为 B ，连接 OA ，则

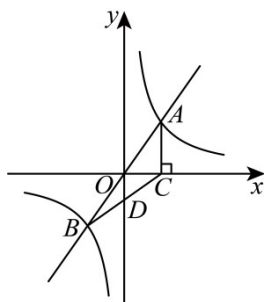
$\triangle OAB$ 的面积为 ()



- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{3}{2}$ D. 2

3. 如图，在平面直角坐标系中，直线 $y = kx (k > 0)$ 与双曲线 $y = \frac{6}{x}$ 交于 A, B 两点， $AC \perp x$ 轴于点 C ，连

结 BC 交 y 轴于点 D ，则 $\triangle BOC$ 的面积是 ()



A . $\frac{3}{2}$

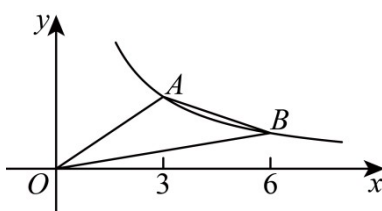
B . 2

C . 3

D . 6

4. 如图，点 A, B 在反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图象上，点 A, B 的横坐标分别是 3 和 6，连接 OA, OB, AB ，

则 $\triangle AOB$ 的面积是 ()



A . $\frac{7}{2}$

B . 4

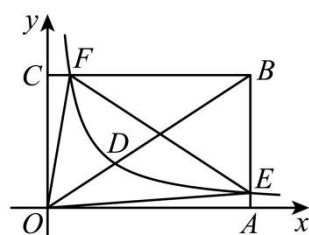
C . $\frac{9}{2}$

D . 5

5. 如图， D 为矩形 $OABC$ (边 OA, OC 分别在 x, y 轴的正半轴上) 对角线 OB 上的点，且 $OD = \frac{1}{2}BD$ ，

经过点 D 的反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象分别与 AB, BC 相交于点 E, F ，连接 OE, OF, EF ，若 $\triangle OBF$ 的

面积是 24，则 $\triangle OEF$ 的面积为 ()



A . 25

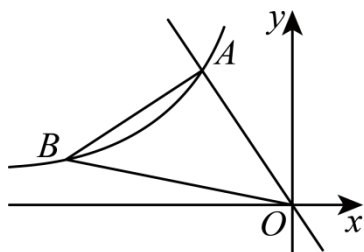
B . 26

C . $\frac{79}{3}$

D . $\frac{80}{3}$

6. 如图，在平面直角坐标系中，点 A 、点 B 都在双曲线 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 上，且点 A 在点 B 的右侧，点 A 的横

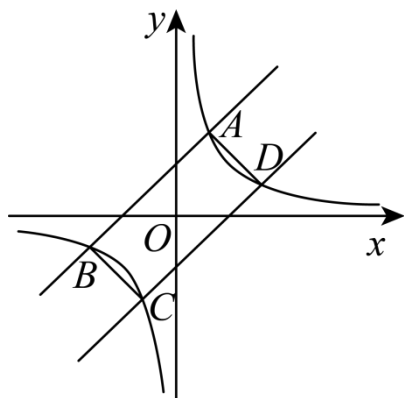
坐标为 -1 ， $\angle AOB = \angle ABO = 45^\circ$ ，则 k 的值为 ()



- A. $\sqrt{2}$ B. $-\frac{\sqrt{5}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

7. 如图，直线 $y = x+1$ 、 $y = x-1$ 与双曲线 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 分别相交于点 A 、 B 、 C 、 D 。若四边形 $ABCD$ 的面积

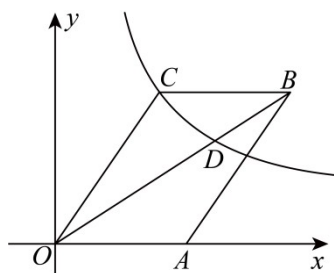
为 4 ，则 k 的值是 ()



- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{4}{5}$ D. 1

8. 如图，平行四边形 $OABC$ 的顶点 A 在 x 轴的正半轴上，点 $D(3,2)$ 在对角线 OB 上，反比例函数

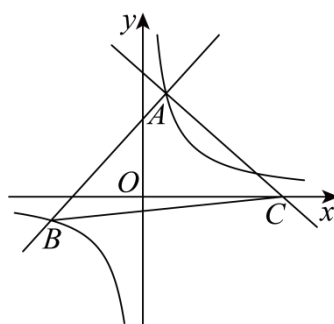
$y = \frac{k}{x} (k > 0, x > 0)$ 的图象经过 C 、 D 两点。已知平行四边形 $OABC$ 的面积是 18 ，则点 B 的坐标为 ()



- A. (6,4) B. (4,6) C. (5,4) D. (4,5)

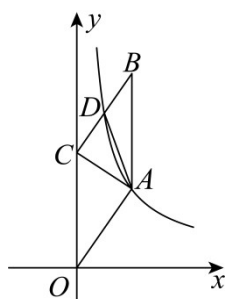
9. 如图，在平面直角坐标系中，直线 $y = k_1x + b$ ($k_1 \neq 0$) 与双曲线 $y = \frac{k_2}{x}$ ($k_2 \neq 0$) 交于 $A(1,4)$ ， $B(-4,n)$ 两点，

过点 A 作直线 $AC \perp AB$ 交 x 轴于点 C ，连接 BC ，则 $\triangle ABC$ 的面积是_____。



10. 如图，在 $\square OABC$ 中，点 C 在 y 轴正半轴上， D 是 BC 的中点，若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象经过

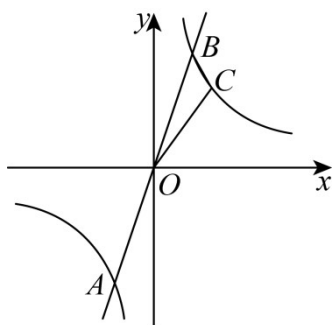
A ， D 两点，且 $\triangle ACD$ 的面积为 2，则 $k =$ _____。



11. 如图，在平面直角坐标系中，正比例函数 $y = mx$ ($m \neq 0$) 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象交于

$A(-2, m-9), B$ 两点，点 C 在反比例函数的图象上，且在第一象限内点 B 的右侧，连接 $BC, OC, \triangle BOC$ 的面

积为 5 .

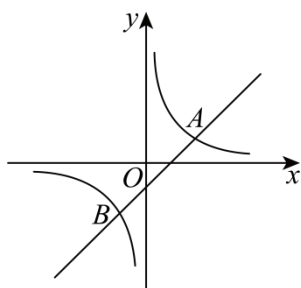


(1) 求点 A, B 的坐标及反比例函数的解析式；

(2) 探究在 x 轴上是否存在点 M ，使得以点 O, C, M, N 为顶点的四边形为菱形？若存在，求出点 N 的坐

标；若不存在，请说明理由 .

12 . 如图，函数 $y = x - 1$ 和 $y = \frac{2}{x}$ 的图象相交于 A, B 两点 .



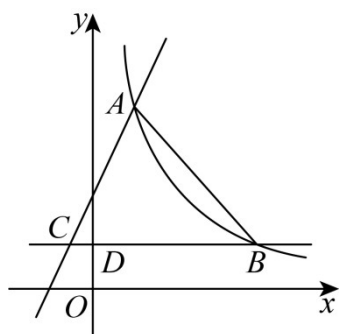
(1) A 点的坐标为_____， B 点的坐标为_____；

观察图象，不等式 $x - 1 < \frac{2}{x}$ 的解集为_____；

(2) 若 y 轴上存在点 C ，使 $S_{\triangle ABC} = 6$ ，求点 C 的坐标 .

13. 如图，反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 与一次函数 $y = 2x + m$ 的图象交于点 $A(1, 4)$ ， $BC \perp y$ 轴于点 D ，分别交

反比例函数与一次函数的图象于点 B 、 C 。

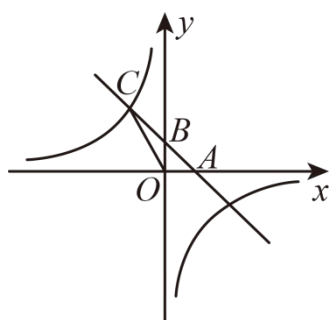


(1) 求反比例函数和一次函数的表达式；

(2) 连接 AB ，若 $OD = 1$ ，求 V_{ABC} 的面积。

14. 如图，直线 $y = -x + b$ 与 x 轴交于点 $A(1, 0)$ ，与 y 轴交于点 B ，与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ (m 为常数 $m \neq 0$)

的图象在第二象限交于点 $C(-1, a)$ 。

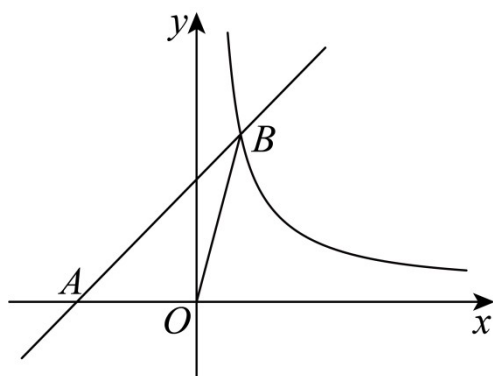


(1) 求反比例函数的解析式；

(2) 求 $\triangle BOC$ 的面积。

15. 如图，一次函数 $y = x + m$ 的图象与 x 轴交于点 $A(-3, 0)$ ，与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数， $k \neq 0$) 的

图象在第一象限的部分交于点 $B(n, 4)$.



(1) 求 m, n, k 的值；

(2) 若 C 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象在第一象限部分上的点，且 $\triangle AOC$ 的面积小于 $\triangle AOB$ 的面积，直接写出

点 C 的横坐标 a 的取值范围 .