

专题 01 图形的运动 压轴题

题型归纳

题型一：图形的平移

题型二：图形的旋转—长度问题

题型三：图形的旋转—面积问题

题型四：图形的旋转—求旋转中心、旋转角

题型五：对称问题

题型六：三角板问题

题型七：翻折问题

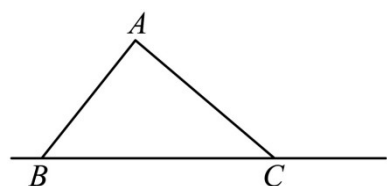
题型八：新定义题

题型九：图形的运动综合

题型专练

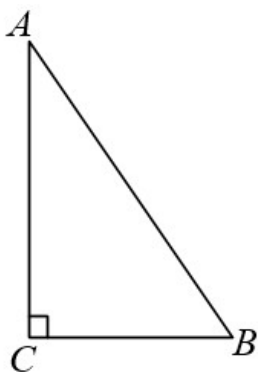
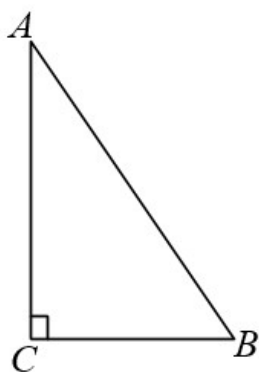
题型一：图形的平移

1. 如图，已知 $\triangle ABC$ ，将 $\triangle ABC$ 沿直线 BC 平移得到 $\triangle A_1B_1C_1$ （其中 A 、 B 、 C 分别与 A_1 、 B_1 、 C_1 对应），
平移的距离为 BC 长度的 $\frac{2}{3}$ 。



- (1) 画出满足条件的 $\triangle A_1B_1C_1$ ；
(2) 连接 AC_1 ，如果 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{9}{2}$ ，求出 $\triangle ABC_1$ 的面积。

2. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $BC = a$ ， $AC = b$ ，（ $b > a > 0$ ），将 $\triangle ABC$ 绕点 B 顺时针旋转 90° 得 $\triangle A_1BC_1$ 。



备用图

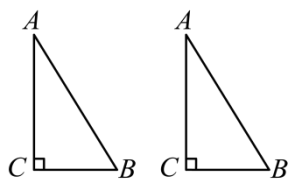
(1) 画出 $\triangle A_1BC_1$.

(2) 将 $\triangle ABC$ 沿射线 CB 方向平移，平移后得 $\triangle A_2B_2C_2$.

① 当平移距离等于 a (点 C_2 和点 B 重合) 时，求四边形 $A_1A_2C_2B_2$ 的面积 . (用 a, b 的代数式表示)

② 若 $a = 1, b = 2$ ，当 $\triangle A_1A_2C_2$ 的面积和 $\triangle A_1C_2B_2$ 的面积相等时，平移距离多少？ (直接写出答案)

3. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $BC = a$ ， $AC = b$ ，($b > a > 0$)，如果将 $\triangle ABC$ 绕点 B 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle A_1BC_1$ ，将 $\triangle ABC$ 沿着射线 CB 方向平移得到 $\triangle A_2B_2C_2$.



备用图

(1) 画出 $\triangle A_1BC_1$.

(2) 若平移的距离为 a .

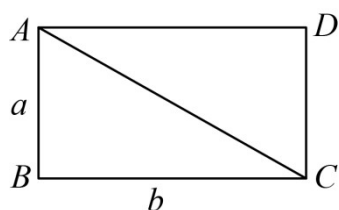
① 求四边形 $A_1A_2C_2B_2$ 的面积 S_1 . (用 a, b 的代数式表示) .

② 若四边形 $A_1A_2C_2B_2$ 的面积为 20， $\triangle ABC$ 的面积为 6，求平移的距离 .

(3) 若 $\triangle A_1A_2C_2$ 的面积和 $\triangle A_1C_2B_2$ 的面积相等，直接写出平移的距离 . (用 a, b 的代数式表示)

题型二：图形的旋转—长度问题

4. 如图，在长方形 $ABCD$ 中，连接 AC ，已知边 $AB = a$ ， $BC = b$ ($a < b$)

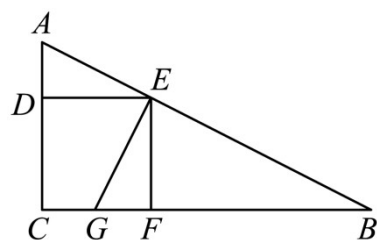


(1) 画出三角形 ABC 绕点 C 顺时针旋转 90° 后的三角形 CEF (点 A 、 B 的对应点分别为点 E 、 F)，不写画法，写出结论；

(2) 用含 a 、 b 的代数式表示三角形 ACE 的面积 S_1 ；

(3) 在 (1) 和 (2) 的条件下，连接 AE 交 CF 于点 G ，如果长方形 $ABCD$ 的面积 $S_2 = 8$ ， $S_1 = 10$ ，求 DG 的长。

5. 如图，在三角形 ABC 中， $\angle C = 90^\circ$ ，四边形 $DEFC$ 是边长为 6 的正方形，且 D 、 E 、 F 分别在边 AC 、 AB 、 BC 上。把三角形 ADE 绕点 E 逆时针旋转一定的角度。

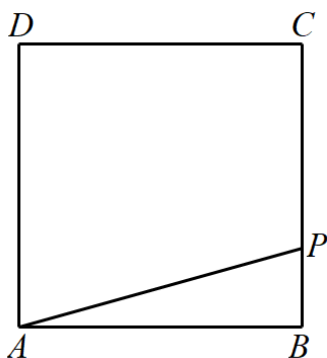


(1) 当点 D 与点 F 重合时，点 A 的对应点 G 落在边 BC 上，此时四边形 $ACGE$ 的面积为——；

(2) 当点 D 的对应点 D_1 落在线段 BE 上时，点 A 的对应点为点 A_1 ，在旋转过程中点 A 经过的路程为 l_1 ，点 D 经过的路程为 l_2 ，且 $l_1 : l_2 = 4 : 3$ ，求线段 AD_1 的长。

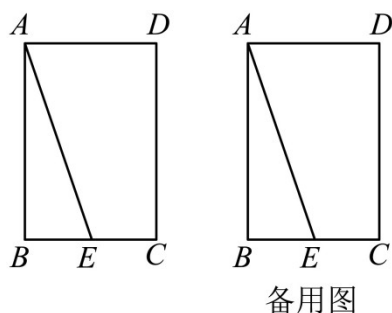
题型三：图形的旋转—面积问题

6. 如图，已知一个正方形 $ABCD$ ，点 P 是边 BC 上一点。将 $\triangle ABP$ 绕点 A 逆时针方向旋转 90° 得到 $\triangle AB_1P_1$ (点 B 、 P 的对应点分别是 B_1 、 P_1)



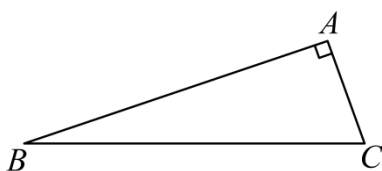
- (1) 画出旋转后所得到的 $\triangle AB_1P_1$;
- (2) 联结 PP_1 , 设 $AB=a$, $BP=b$, 试用 a 、 b 表示 $\triangle APP_1$ 的面积 ;
- (3) 若 $\triangle APP_1$ 的面积为 18 , $\triangle ABP$ 的面积为 5 , 试求 PC 的长 .

7. 如图, 已知长方形 $ABCD$, $AB=6$, $BC=4$, E 是 BC 的中点, 连接 AE ; 将 $\triangle ABE$ 绕点 B 旋转 (其中 A 、 E 分别与 A_1E_1 对应) 使得 A_1 落在直线 BC 上, 得 $\triangle A_1BE_1$.



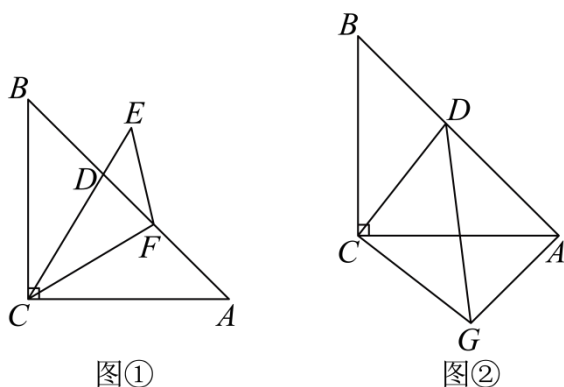
- (1) 画出满足条件的 $\triangle A_1BE_1$;
- (2) $AE_1 =$ _____
- (3) 连接 AA_1 , 求 $\triangle AA_1E_1$ 的面积

8. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A=90^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转, 使点 A 落在线段 BC 延长线上的点 D 处, 点 B 落在点 E 处 .



- (1) 在图中画出旋转后得到的三角形 ;
- (2) 若旋转角的度数是 115° , 那么 $\angle ACE =$ _____ .
- (3) 连接 AD 、 BE ,
- ① 若 $BC=25$, $AC=7$, $AB=24$, 则 $S_{\triangle EBC} =$ _____ .
- ② 若 $S_{\triangle ABC} = p$, $S_{\triangle ACD} = q$, 则 $S_{\triangle EBC} =$ _____ . (用含 p 、 q 的代数式表示)

9. 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=BC$, $AB=8$, $\angle ABC = \angle BAC = 45^\circ$, 点 D 在边 AB 上, $BD=a$.



图①

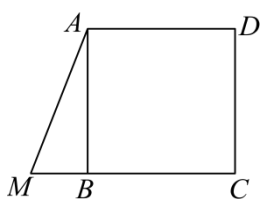
图②

(1) 如图①， $\triangle CBD$ 绕着点 C 顺时针方向旋转，点 B 的对应点 E 落在射线 CD 上，点 D 的对应点 F 落在边 AB 上，而点 E 关于直线 CF 的对称点恰好是点 A ，那么 DF 的长度为_____（结果用含 a 的代数式表示）；旋转角的度数为_____；

(2) 如图②， $\triangle CBD$ 绕着点 C 顺时针方向旋转 90° 后得到 $\triangle CAG$ ，点 B 和点 D 的对应点分别是点 A 和点 G 。连接 DG ，用含 a 的代数式表示 $S_{\triangle ADG}$ 。

题型四：图形的旋转—求旋转中心、旋转角

10. 如图，正方形 $ABCD$ ，点 M 是线段 CB 延长线一点，连结 AM ， $AB = a$ ， $AM = b$



(1) 将线段 AM 沿着射线 AD 运动，使得点 A 与点 D 重合，用代数式表示线段 AM 扫过的平面部分的面积。

(2) 将三角形 ABM 绕着点 A 旋转，使得 AB 与 AD 重合，点 M 落在点 N ，用代数式表示线段 AM 扫过的平面部分的面积。

(3) 将三角形 ABM 顺时针旋转，使旋转后的三角形有一边与正方形的一边完全重合（第(2)小题的情况除外），请在如图中画出符合条件的3种情况，并写出相应的旋转中心和旋转角

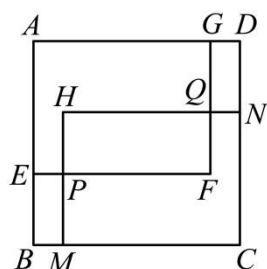
11. 如图，在边长为6的正方形 $ABCD$ 内部有两个大小相同的长方形 $AEFG$ 、 $HMCN$ ， HM 与 EF 相交于点 P ， HN 与 GF 相交于点 Q ， $AG = CM = x$ ， $AE = CN = y$ 。

(1) 用含有 x 、 y 的代数式表示长方形 $AEFG$ 与长方形 $HMCN$ 重叠部分的面积 $S_{\text{四边形HPFQ}}$ ，并求出 x 应满足的条件；

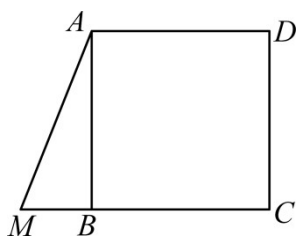
(2) 当 $AG=AE$, $EF=2PE$ 时 ,

① AG 的长为_____ ;

② 四边形 $AEFG$ 旋转后能与四边形 $HMCN$ 重合 , 请指出该图形所在平面内能够作为旋转中心的所有点 , 并分别说明如何旋转的 .



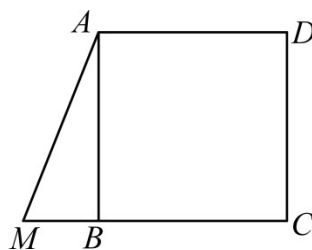
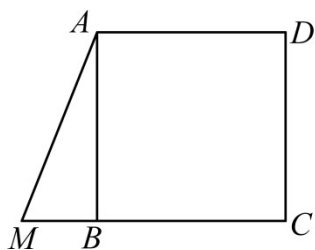
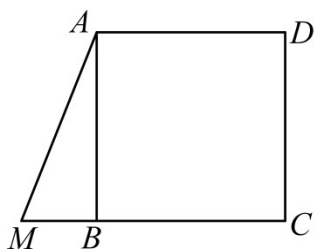
12 . 如图 , 已知正方形 $ABCD$, 点 M 是线段 CB 延长线上一点 , 连接 AM . $AB=a$, $BM=b$.



(1) 将线段 AM 沿着射线 AD 方向平移 , 使得点 A 与点 D 重合 . 用代数式表示线段 AM 扫过的平面部分的面积 .

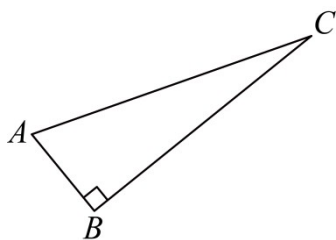
(2) 将三角形 ABM 绕着点 A 旋转 , 使得 AB 与 AD 重合 , 点 M 落在点 N , 连接 MN . 用代数式表示三角形 AMN 的面积 .

(3) 将三角形 ABM 顺时针旋转 , 使旋转后的三角形有一边与正方形的一边完全重合 (第 (2) 小题的情况除外) . 请在下图中画出符合条件的 3 种情况 , 并写出相应的旋转中心和旋转角 .



题型五：对称问题

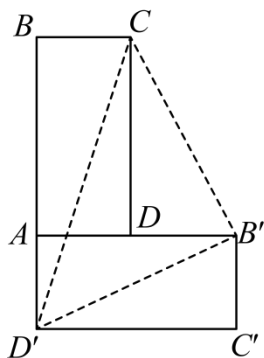
13 . 如图 , 在 $\triangle ABC$ 中 , $\angle A = 70^\circ$, $\angle B = 90^\circ$, 点 A 关于 BC 的对称点为 A' , 点 B 关于 AC 的对称点为 B' , 点 C 关于 AB 的对称点为 C' .



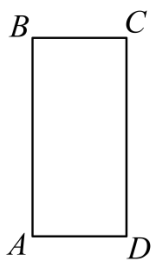
(1) 在图中画出 $\triangle A'B'C'$;

(2) 若 V_{ABC} 的面积为 $2\frac{1}{2}$, 则 $\triangle A'B'C'$ 的面积是——— .

14. 已知长方形 $ABCD$ 中, 边 AB 的长度为 a , 边 AD 的长度为 b , $a > 2b$. 将长方形 $ABCD$ 绕着点 A 旋转, 点 B 、 C 、 D 的对应点分别记为点 B' 、 C' 、 D' , 旋转角记为 $\angle \alpha$.



(图1)



(备用图2)

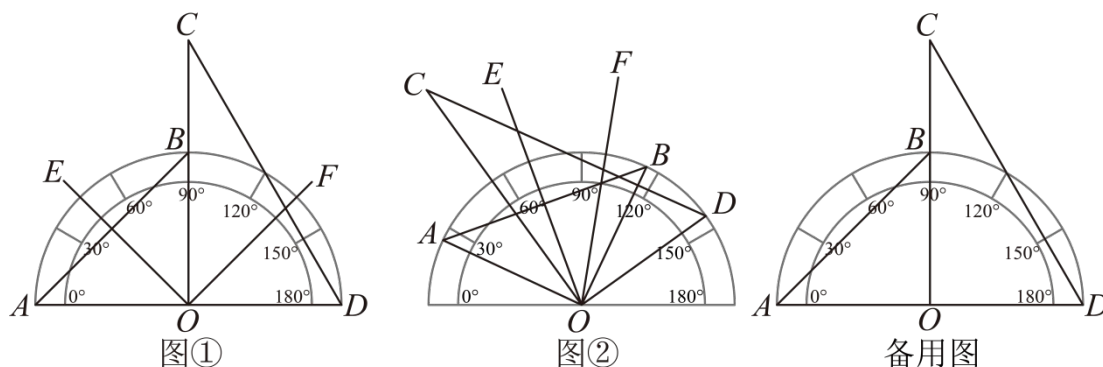
(1) 当旋转方向为顺时针方向且 $\angle \alpha = 90^\circ$ 时 (如图1) , 连接 CB' 、 $B'D'$ 、 $D'C$, 用 a 、 b 的代数式表示三角形 $CB'D'$ 的面积 ; (结果需化简)

(2) 当 $0^\circ < \angle \alpha < 90^\circ$ 时, 如果 $\angle BAB'$ 与 $\angle BAD'$ 的度数之比为 $2:7$, 请直接写出旋转方向和 $\angle \alpha$ 的度数 ;

(3) 当 $0^\circ < \angle \alpha < 90^\circ$ 时, 旋转过程中, 当长方形 $AB'C'D'$ 与原长方形 $ABCD$ 重叠部分的图形是轴对称图形时, 请直接写出旋转方向和 $\angle \alpha$ 的度数 .

题型六：三角板问题

15. 将一副直角三角板 (分别含 45° 、 45° 、 90° 和 30° 、 60° 、 90° 的角) 叠放在量角器上, OE 、 OF 分别平分 $\angle AOB$ 和 $\angle COD$.



【特例感知】

(1) 如图①，如果点 A 、 O 、 D 在同一直线上，边 AO 与量角器的 0° 刻度线重合，边 OD 与量角器 180° 刻度线重合，那么 $\angle EOF =$ _____；

【规律探究】

(2) 如图②，如果两个直角三角板有重叠，

①当 $\angle BOC = 60^\circ$ 时，求 $\angle EOF$ 的度数；

②当 $\angle BOC = \angle \alpha$ 时， $\angle EOF =$ _____；(用含 $\angle \alpha$ 的式子表示)

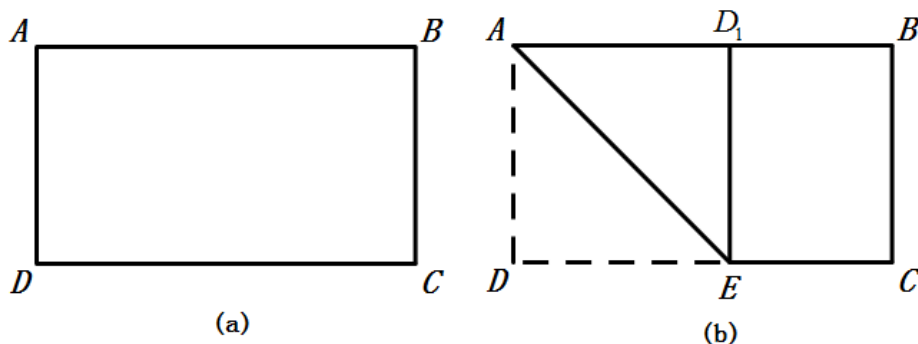
【解决问题】

(3) 如图①，将三角板 AOB 绕点 O 顺时针旋转，平均每秒旋转 3° ，将三角板 COD 绕点 O 逆时针旋转，平均每秒旋转 5° 。两三角板同时旋转，当 OD 第一次与 OA 重合时，两三角板同时停止旋转，设旋转时间为 t 秒，在旋转过程中，如果 $\angle COD$ 与 $\angle AOB$ 两角平分线的夹角为 30° ，请求出 t 的值。

题型七：翻折问题

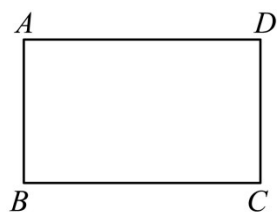
16. 在长方形纸片 $ABCD$ 中， $AB = 10\text{cm}$ ， $AD < AB$ 。

(1) 当 $AD = 6.5\text{cm}$ 时，如图 (a) 所示，将长方形纸片 $ABCD$ 折叠，使点 D 落在 AB 边上，记作点 D_1 ，折痕为 AE ，如图 (b) 所示。此时，图 (b) 中线段 D_1B 长是_____厘米。

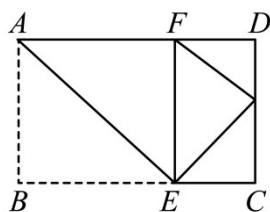


(2) 若 $AD = x$ 厘米，先将长方形纸片 $ABCD$ 按问题 (1) 的方法折叠，再将 $\triangle AED_1$ 沿 D_1E 向右翻折，使点 A 落在射线 D_1B 上，记作点 A_1 。若翻折后的图形中，线段 $BD_1 = 2BA_1$ ，请根据题意画出图形（草图），并求出 x 的值。

17. 已知：如图①长方形纸片 $ABCD$ 中， $AB < AD$ 。将长方形纸片 $ABCD$ 沿直线 AE 翻折，使点 B 落在 AD 边上，记作点 F ，如图②。



图①



图②

(1) 当 $AD = 10$ ， $AB = 6$ 时，求线段 FD 的长度；

(2) 设 $AD = 10$ 、 $AB = x$ ，如果再将 $\triangle AEF$ 沿直线 EF 向右折起，使点 A 落在射线 FD 上，记作点 G ，若设线段 $FD = \frac{4}{3}DG$ ，请根据题意画出图形，并求出 x 的值；

(3) 设 $AD = a$ ， $AB = b$ ， $\triangle AEF$ 沿直线 EF 向右翻折后交 CD 边于点 H ，连接 FH ，当 $\frac{S_{\triangle HFE}}{S_{\text{四边形}ABCD}} = \frac{1}{5}$ 时，求 $\frac{a}{b}$ 的值。

题型八：新定义题

18. 若 $\angle\alpha$ 和 $\angle\beta$ 均为大于 0° 小于 180° 的角，且 $|\angle\alpha - \angle\beta| = 60^\circ$ ，则称 $\angle\alpha$ 和 $\angle\beta$ 互为“伙伴角”。根据这个约定，解答下列问题：

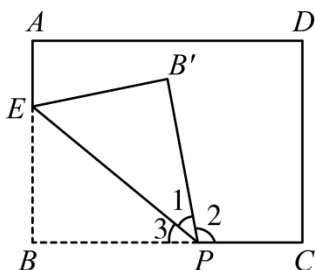


图1

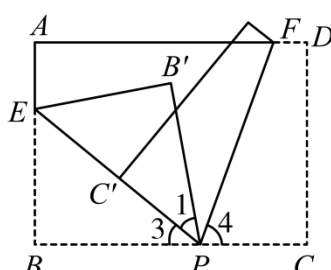


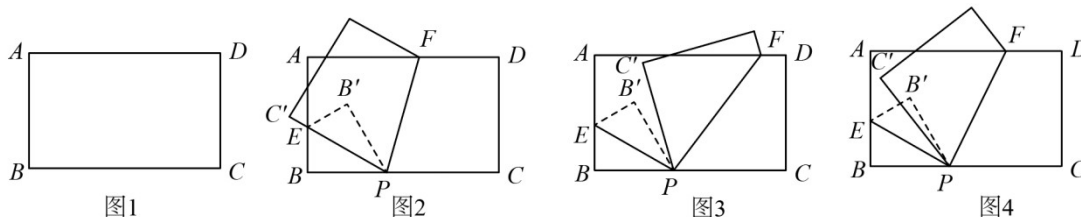
图2

(1) 若 $\angle\alpha$ 和 $\angle\beta$ 互为“伙伴角”，当 $\angle\alpha = 130^\circ$ 时，求 $\angle\beta$ 的度数；

(2) 如图 1，将一长方形纸片沿着 EP 对折（点 P 在线段 BC 上，点 E 在线段 AB 上）使点 B 落在点 B' ；，若 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互为“伙伴角”，求 $\angle 3$ 的度数；

(3)如图2,在图1的基础上,再将长方形纸片沿着 PF 对折(点 F 在线段 AD 上)使点 C 落在线段 PE 上的点 C' 处,线段 PB' 落在 $\angle EPF$ 内部.若 $\angle 1$ 与 $\angle 4$ 互为“伙伴角”,求 $\angle BPF$ 的度数.

19. 如果两个角之差的绝对值等于 60° ,则称这两个角互为“互优角”,即若 $|\angle\alpha - \angle\beta| = 60^\circ$,则称 $\angle\alpha$ 和 $\angle\beta$ 互为“互优角”.有一长方形纸片 $ABCD$,如图1,点 P 在线段 BC 上,点 E 在线段 AB 上,将长方形纸片沿着 EP 翻折,使点 B 落在点 B' 处.



(1)如果 $\angle BPE$ 与 $\angle B'PC$ 互为“互优角”,那么 $\angle BPE$ 的度数为_;

(2)点 F 在线段 AD 上,再将纸片沿着 PF 翻折,使点 C 落在点 C' 处.

①如图2,若点 E, C', P 在同一直线上,且 $\angle B'PC'$ 与 $\angle EPF$ 互为“互优角”,求 $\angle EPF$ 的度数;(写出必要解题步骤)

②若 $\angle B'PC'$ 与 $\angle EPF$ 互为“互优角”,设 $\angle BPE = \alpha, \angle CPF = \beta$. (直接填写答案)

如图3,当线段 PC' 落在 $\angle B'PE$ 外部时, α 与 β 满足的数量关系为_;

如图4,当线段 PC' 落在 $\angle B'PE$ 内部时, α 与 β 满足的数量关系为_.

题型九：图形的运动综合

20. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $BC = m$, $AB = 3m$, $AC = n$.

(1)将 $\triangle ABC$ 绕点 B 逆时针旋转,使点 C 落在 AB 边上的点 C_1 处,点 A 落在点 A_1 处,在如图中画出 $\triangle A_1BC_1$

(2)求四边形 $ACBA_1$ 的面积;(用 m, n 的代数式表示)

(3)将 $\triangle A_1BC_1$ 沿着 AB 翻折得 $\triangle A_2BC_1$, A_2C_1 交 AC 于点 D ,写出四边形 $BCDC_1$ 与三角形 ABC 的面积比值.



21. 已知点 E 是长方形 $ABCD$ 的边 BC 上的一点，且点 E 不与点 B 、 C 重合。

(1) 当长方形 $ABCD$ 是正方形时，在图 1、图 2、图 3 的正方形网格图中，点 A 、 B 、 C 、 D 、 E 都是格点，请按要求画图；

① 在图 1 中画出三角形 ABE 平移后得到的三角形 FDG ，其中点 A 、 B 、 E 的对应点分别是点 F 、 D 、 G 。

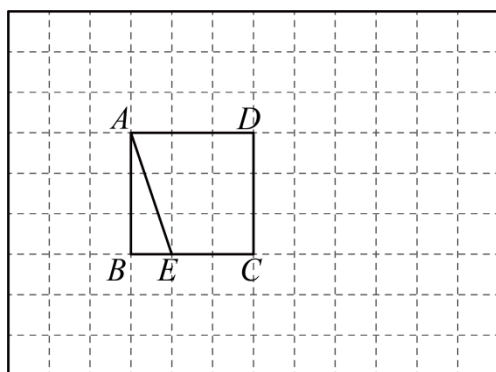


图1

② 连接 BD ，在图 2 中画出与三角形 ABE 关于直线 BD 成轴对称的图形。

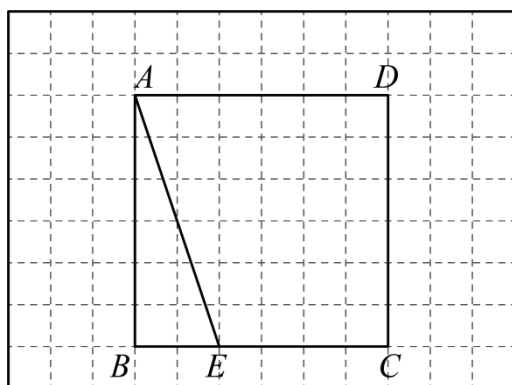


图2

③ 点 O 是正方形网格图中的一点，且点 O 不与点 A 、 B 、 C 、 D 、 E 重合。将三角形 ABE 绕着点 O 旋转，使得线段 AB 与线段 AD 重合。请在图 3 中画出符合上述条件的点 O 以及三角形 ABE 旋转后得到的三角形。

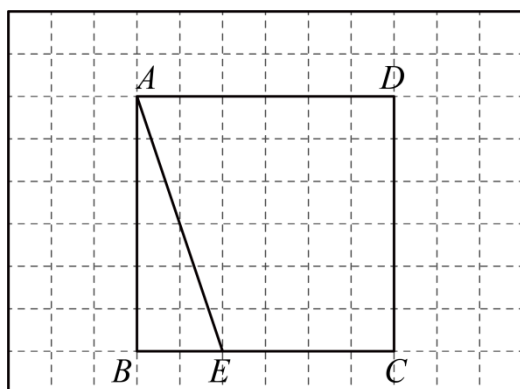


图3

(2) 设 $AD = 12$, $AB = x$, $AB < AD$, 将三角形 ABE 沿着 AE 翻折, 使得点 B 的对应点 B' 落在线段 AD 上 .

再将三角形 $AB'E$ 沿着 $B'E$ 翻折, 使得点 A 的对应点 A' 落在射线 $B'D$ 上 . 如果 $B'D = 2A'D$, 那么 x 的值为

_____ .