

第 27 章 圆与正多边形 单元测试卷·强化卷

(考试时间：100 分钟 试卷满分：150 分)

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，共 24 分.下列各题四个选项中，有且只有一个选项是正确的.)

1. 下列说法正确的是 ()

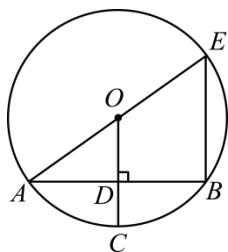
A. 两圆外切时，连心线等于这两圆的半径长的和

B. 平分弦的直径垂直于弦

C. 在同圆中，相等的弦所对的弧相等

D. 经过半径外端且垂直于半径的直线是圆的切线

2. 如图，在 $\odot O$ 中， AE 是直径，半径 OC 垂直于弦 AB 于 D ，连接 BE ，若 $AB=2\sqrt{7}$ ， $CD=1$ ，则 BE 的长是 ()



A. 5

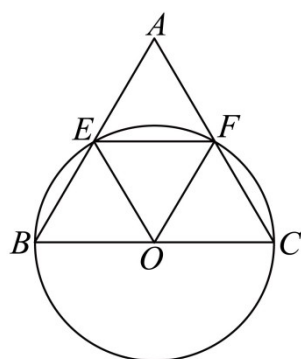
B. 6

C. 7

D. 8

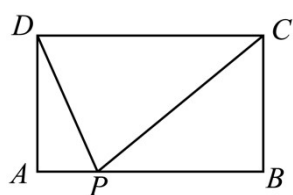
3. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，以 BC 为直径的圆 O 分别与 AB 、 AC 相交于点 E 、 F ，若 $\tan \angle EOF = \frac{4}{3}$ ，

则 $\frac{S_{\triangle EOF}}{S_{\triangle BOE}}$ 的值为 ()



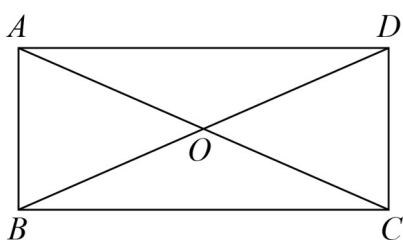
- A. 1 B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{3}{4}$

4. 矩形 $ABCD$ 中, $AB=8$, $BC=3\sqrt{5}$, 点 P 在边 AB 上, 且 $BP=3AP$, 如果圆 P 是以点 P 为圆心, PD 为半径的圆, 那么下列判断正确的是 ()



- A. 点 B , C 均在圆 P 外 B. 点 B 在圆 P 外, 点 C 在圆 P 内
C. 点 B 在圆 P 内, 点 C 在圆 P 外 D. 点 B , C 均在圆 P 内

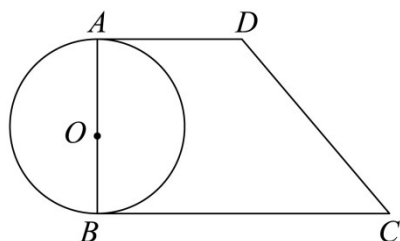
5. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 与 BD 相交于点 O , $AB=5$, $BC=12$. 分别以点 O 、 D 为圆心画圆, 如果 $\odot O$ 与直线 AD 相交、与直线 CD 相离, 且 $\odot D$ 与 $\odot O$ 内切, 那么 $\odot D$ 的半径长 r 的取值范围是 ()



- A. $\frac{1}{2} < r < 4$ B. $\frac{5}{2} < r < 6$ C. $9 < r < \frac{25}{2}$ D. $9 < r < 13$

6. 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle B = 90^\circ$ ， $AB = 4$ ， $AD = 2\sqrt{5}$ ， $\cot C = \frac{\sqrt{5}}{4}$ ，圆 O 是以 AB 为直径的圆。

如果以点 C 为圆心作圆 C 与直线 AD 相交，与圆 O 没有公共点，那么圆 C 的半径长可以是 ()



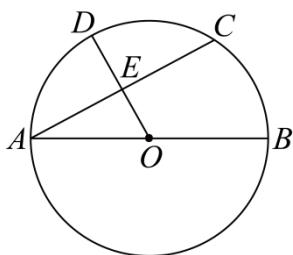
- A. 9 B. $\frac{17}{2}$ C. 5 D. $\frac{9}{2}$

二、填空题（本题共 12 小题，每小题 4 分，共 48 分。）

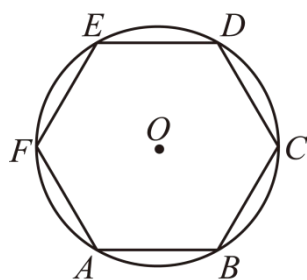
7. 已知正多边形的边长为 a ，且它的一个外角是其内角的一半，那么此正多边形的边心距是_____。

8. 在同一平面内，点 P 到 $\odot O$ 上的最大距离是 11，最小距离是 3，那么 $\odot O$ 的半径 $r =$ _____。

9. 如图， AB 是圆 O 的直径， $\angle A = \angle C = \angle B$ ， AC 与 OD 交于点 E 。如果 $AC = 3$ ，那么 DE 的长为_____。

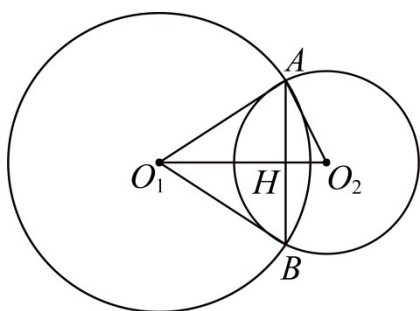


10. 如图，边长为 2 的正六边形 $ABCDEF$ 内接于 $\odot O$ ，则它的内切圆半径为_____。



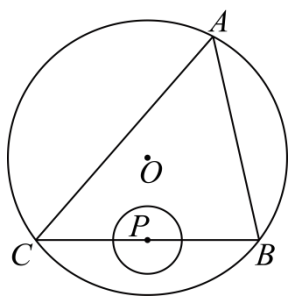
11. 如图，已知 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 相交于 A 、 B 两点，圆心 O_1 、 O_2 在公共弦 AB 的两侧， $AB = O_1O_2 = 4$ ， $\sin \angle AO_1B$

$= \frac{12}{13}$ ，那么 O_2A 的长是_____。

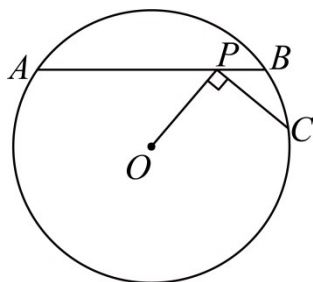


12. 如图， $\triangle ABC$ 的外接 $\odot O$ 的半径为5， $BC = 8$ ，点 P 为 BC 的中点，以点 P 为圆心作 $\odot P$ ，若 $\odot P$ 与

$\odot O$ 相切，则 $\odot P$ 的半径为_____。

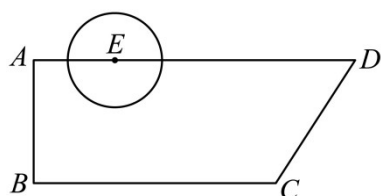


13. 如图，在 $\odot O$ 中， $AP = 7$ ， $BP = 3$ ，且 $OP \perp CP$ ，则 $CP =$ _____。

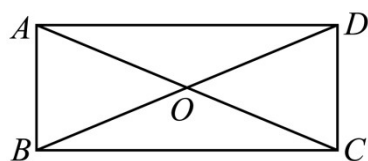


14. 新定义：在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别是边 AB 、 AC 的中点，如果 $\overline{DE}$ 上的所有点都在 $\triangle ABC$ 的内部或边上，那么 $\overline{DE}$ 称为 $\triangle ABC$ 的中内弧．已知在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ， $AB = AC = 2\sqrt{2}$ ，点 D 、 E 分别是边 AB 、 AC 的中点，如果 $\overline{DE}$ 是 $\triangle ABC$ 的中内弧，那么 $\overline{DE}$ 长度的最大值等于_____．

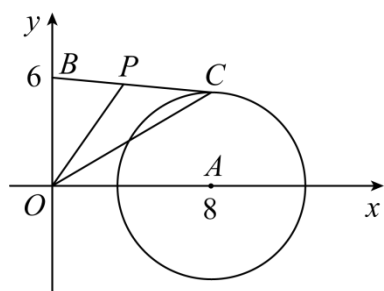
15. 如图，在直角梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle A = 90^\circ$ ， E 是 AD 上一定点， $AB = 3$ ， $BC = 6$ ， $AD = 8$ ， $AE = 2$ ．点 P 是 BC 上一个动点，以 P 为圆心， PC 为半径作 $\odot P$ ．若 $\odot P$ 与以 E 为圆心，1为半径的 $\odot E$ 有公共点，且 $\odot P$ 与线段 AD 只有一个交点，则 PC 长度的取值范围是_____．



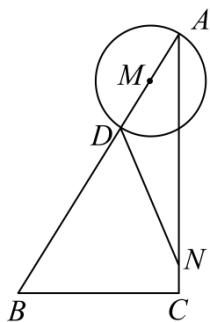
16. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 相交于点 O ， $AB = 5$ ， $BC = 12$ ，分别以点 O 、 D 为圆心画圆，如果 $\odot O$ 与直线 AD 相交、与直线 CD 相离，且 $\odot D$ 与 $\odot O$ 内切（圆心距=半径之差），那么 $\odot D$ 的半径长 r 的取值范围是_____．



17. 如图，在直角坐标系中，已知点 $A(8, 0)$ 、点 $B(0, 6)$ ， $\odot A$ 的半径为5，点 C 是 $\odot A$ 上的动点，点 P 是线段 BC 的中点，那么 OP 长的取值范围是_____．

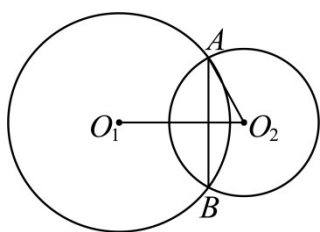


18. 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 4$ ， $BC = 3$ ，动点 N 从点 C 出发，沿着 CA 方向以 1 个单位长度/秒的速度匀速运动，同时动点 M 从点 A 出发，沿着 AB 方向也以 1 个单位长度/秒的速度匀速运动，设运动时间为 t 秒 ($0 < t \leq 2.5$)，以 M 为圆心， MA 长为半径的 $\odot M$ 与 AB 的另一个交点为点 D ，连接 DN ，当 $\odot M$ 与线段 DN 只有一个公共点时， t 的取值范围是_____。



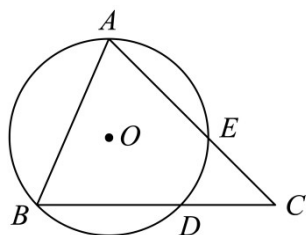
三、解答题：（本大题共 7 题，共 78 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.）

19. 如图， $\odot O_1$ 和 $\odot O_2$ 相交于点 A 、 B ，连接 AB 、 O_1O_2 、 AO_2 ，已知 $AB = 48$ ， $O_1O_2 = 50$ ， $AO_2 = 30$ 。



- (1) 求 $\odot O_1$ 的半径长；
- (2) 试判断以 O_1O_2 为直径的 $\odot P$ 是否经过点 B ，并说明理由。

20. 如图，已知 $\odot O$ 经过 $\triangle ABC$ 顶点 A 、 B ，交 BC 边于点 D ，交 AC 边于点 E 。

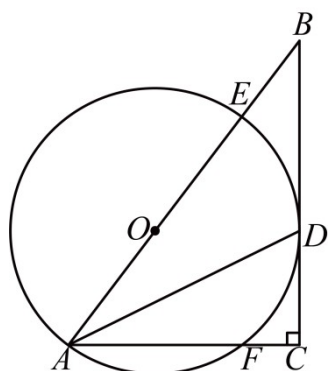


(1) 如果 $AE = BD$ ，求证： $CA = CB$ 。

(2) 如果点 A 是弧 BAD 的中点， $BD = 8$ ， $AC = 12$ ， $\sin C = \frac{2}{3}$ ，求 $\odot O$ 的半径。

21. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 9$ ， $BC = 12$ 。 $\angle BAC$ 的平分线 AD 交 BC 于 D ，经过 A 、 D

两点的 $\odot O$ 交 AB 于 E ，且点 O 在 AB 上。

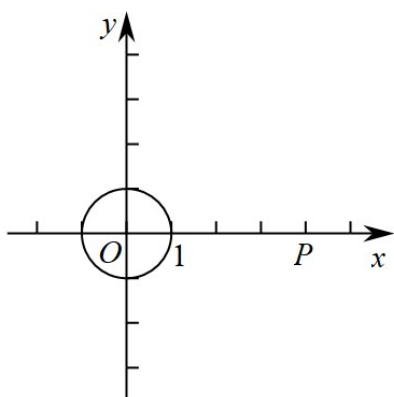


(1) 求证： BC 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 求 AF 的长。

22. 在平面直角坐标系 xOy 中， $\odot O$ 的半径为 1， M 为 $\odot O$ 上一点，点 $N(0, -2)$ 。对于点 P 给出如下定义：

将点 P 绕点 M 顺时针旋转 90° ，得到点 P' ，点 P' 关于点 N 的对称点为 Q ，称点 Q 为点 P 的“对应点”。



(1)如图，已知点 $M(0, 1)$ ，点 $P(4, 0)$ ，点 Q 为点 P 的“对应点”。

①在图中画出点 Q ；

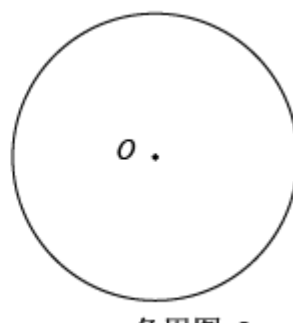
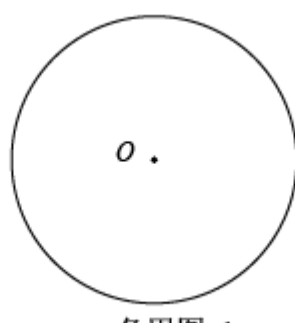
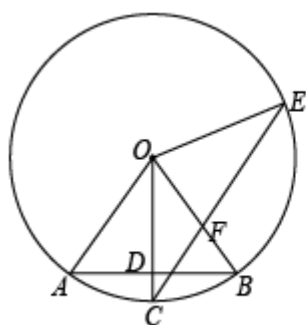
②求证： $OQ = \sqrt{2}OM$ 。

(2)点 P 在 x 轴正半轴上，且 $OP = t (t > 1)$ ，点 Q 为点 P 的“对应点”，连接 PQ ，当点 M 在 $\odot O$ 上运动时，直

接写出 PQ 长的最大值与最小值的积（用含 t 的式子表示）

23. 已知： $\odot O$ 的半径为 3， $OC \perp$ 弦 AB ，垂足为 D ，点 E 在 $\odot O$ 上， $\angle ECO = \angle BOC$ ，射线 CE 与射线 OB

相交于点 F 。设 $AB = x$ ， $CE = y$ ，



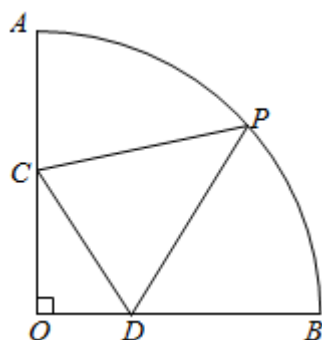
(1)求 y 与 x 之间的函数解析式，并写出函数定义域；

(2)当 $\triangle OEF$ 为直角三角形时，求 AB 的长；

(3) 如果 $BF = 1$ ，求 EF 的长。

24. 如图，已知扇形 AOB 的半径 $OA = 4$ ， $\angle AOB = 90^\circ$ ，点 C 、 D 分别在半径 OA 、 OB 上（点 C 不与点 A

重合），联结 CD 。点 P 是弧 AB 上一点， $PC = PD$ 。



(1) 当 $\cot \angle ODC = \frac{3}{4}$ ，以 CD 为半径的圆 D 与圆 O 相切时，求 CD 的长；

(2) 当点 D 与点 B 重合，点 P 为弧 AB 的中点时，求 $\angle OCD$ 的度数；

(3) 如果 $OC = 2$ ，且四边形 $ODPC$ 是梯形，求 $\frac{S_{\triangle PCD}}{S_{\triangle OCD}}$ 的值。

25. 如图 1，在菱形 $ABCD$ 中， $AB = 2\sqrt{5}$ ，点 P 在对角线 BD 上， $\tan \angle DBC = \frac{1}{2}$ ， $\odot O$ 是 $\triangle PAB$ 的外接圆，

点 B 与点 P 之间的距离记为 m 。

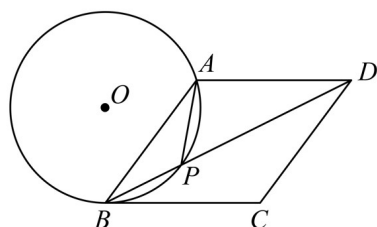


图1

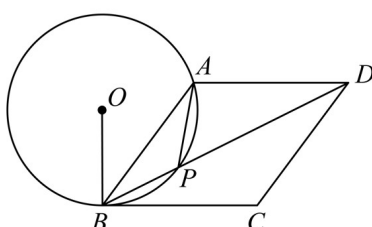
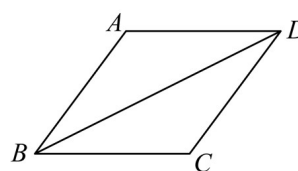


图2



备用图

(1) 如图 2，当 $PA = PB$ 时，联结 OB ，求证： $OB \perp BC$ ；

(2) 延长 AP 交射线 BC 于点 Q ，如果 $\triangle ABQ$ 是直角三角形，求 PQ 的长；

(3)当圆心 O 在菱形 $ABCD$ 外部时，用含 m 的代数式表示 $\odot O$ 的半径，并直接写出 m 的取值范围．