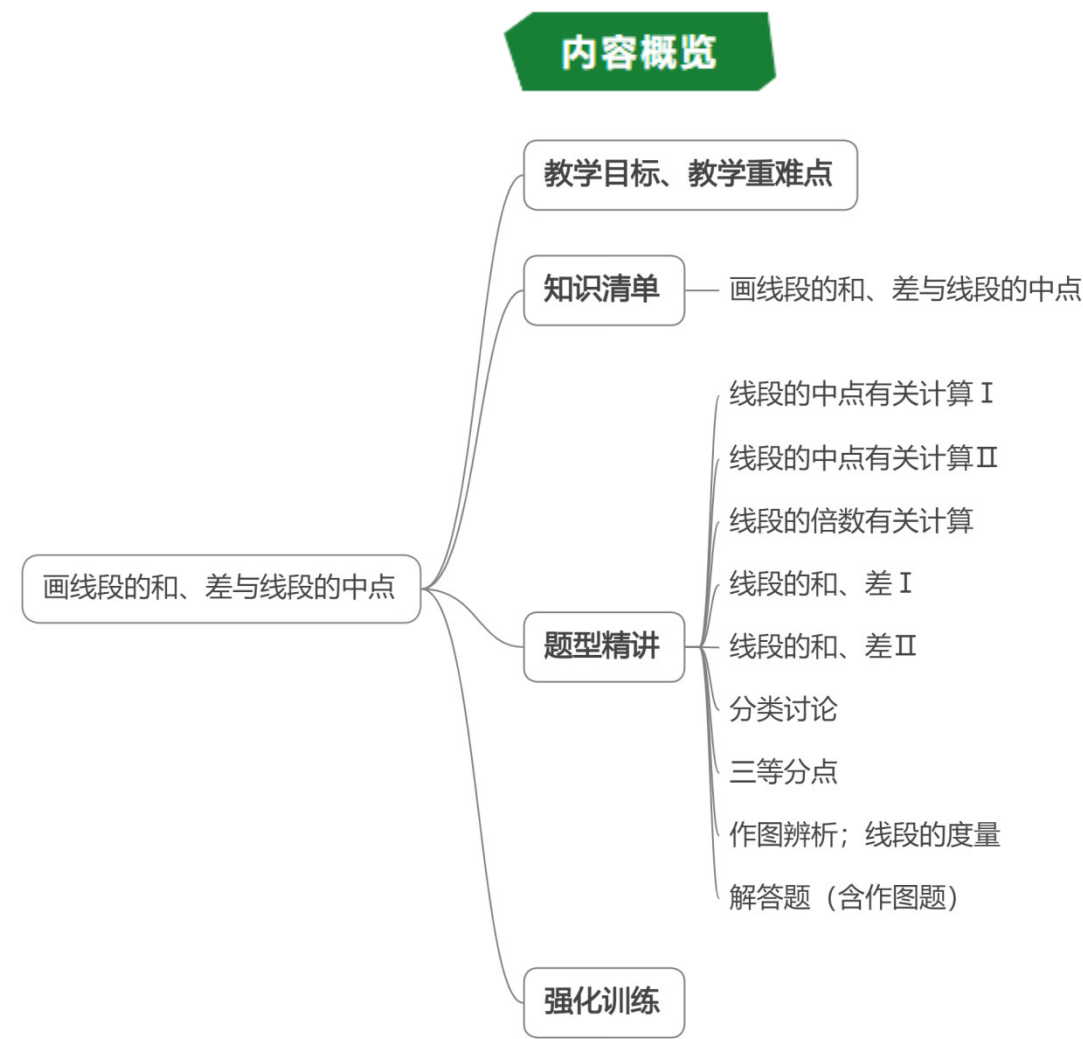


专题 4.2 画线段的和、差与线段的中点



教学目标、教学重难点

教学目标	1. 了解线段的和、差、倍，并学会有关计算； 2. 掌握线段的和、差、倍的作图； 3. 知道线段的中点，并会作图和计算。
教学重难点	1.重点 (1) 通过作图或图形语言理解线段的和、差、倍； (2) 线段中点的意义及其计算、应用； (3) 线段的和、差、倍的有关计算； 2.难点

- | |
|--|
| <p>(1) 分类讨论思想；</p> <p>(2) 线段的和、差、倍的综合应用。</p> |
|--|

知识清单

知识点1 画线段的和、差与线段的中点

一、知识引入

单位长度一旦给定，线段的长度就可以用一个数来表示。因此，线段的长度可以像数一样做加法、减法运算。

如果一条线段的长度等于另外两条线段长度的和(或差)，那么称这条线段就是另外两条线段的和(或差)。

二、线段的和、差

思考1：如图4-1-10，点A、B、C在一条直线上，线段AB、BC、AC有怎样的数量关系？线段AB、BC、AC有如下的数量关系： $AB+BC=AC$ ， $AC-BC=AB$ ， $AC-AB=BC$ 。



图 4-1-10

思考2：如图4-1-11，点B、C在线段AD上。如果线段AB与线段CD一样长，那么线段AC、BD有怎样的关系？为什么？



图 4-1-11

因为 $AB=CD$ ，所以 $AB+BC=CD+BC$ 。所以 $AC=BD$ 。

三、画线段的和、差

我们在小学学过用刻度尺画一条线段等于已知线段。画一条线段等于两条线段的和或差，可以先用刻度尺量出两条线段的长度，再计算线段的和或差，最后利用刻度尺画。

在没有刻度尺的条件下，我们也可以用直尺和圆规画线段的和与差。

例题1：如图4-1-12，已知线段a、b。

(1)用直尺和圆规画一条线段，使它等于 $a+b$ ；

(2)用直尺和圆规画一条线段，使它等于 $a-b$ 。

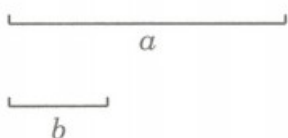


图 4-1-12

解 (1)如图 4-1-13,

① 画射线 OP ;

②在射线 OP 上从点 O 起, 顺次截取 $OA=a, AB=b$. 线段 OB 就是所要画的线段.



图 4-1-13

(2)如图 4-1-14,

①画射线 OP ;

②在射线 OP 上截取 $OC=a$, 在线段 OC 上截取 $CD=b$. 线段 OD 就是所要画的线段.



图 4-1-14

从图 4-1-13 可知, 线段 OB 的长度就是线段 OA 的长度加上线段 AB 的长度, 即有 $OB=OA+AB$. 因为 $OA=a, AB=b$, 所以 $OB=a+b$.

从图 4-1-14 可知, $OC=a, CD=b$, 线段 OD 的长度就是线段 OC 的长度减去线段 CD 的长度, 即有 $OD=OC-CD$. 因为 $OC=a, CD=b$, 所以 $OD=a-b$.

四、线段的倍、线段的中点

如果一条线段 b 是 n 条线段 a 的和, 就说线段 b 是线段 a 的 n 倍, 或线段 a 是线段 b 的 n 分之一, 记作 $b=na$ 或特别地, 将一条线段分成两条相等线段的点叫作这条线段的中点.

如图 4-1-17, M 是线段 AB 的中点, 那么, $AB=2AM=2BM$.

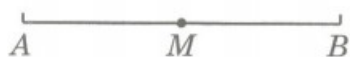


图 4-1-17

例题 2：如图 4-1-18,已知一条线段 AB, 用刻度尺画出它的中点 C.



图 4-1-18

解：如图 4-1-19,以 1 mm 为单位长度.

①用刻度尺量出 $AB=40$, 计算得

②用刻度尺在线段 AB 上取点 C, 使得 $AC=20$. 点 C 就是所要画的线段 AB 的中点.

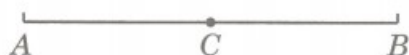


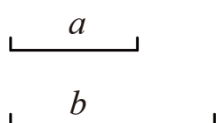
图 4-1-19

【即学即练】

1. 延长线段 AB 到 C, 使得 $BC = 2AB$, 则线段 AB 的长等于 ()

- A. $2AC$ B. $3AC$ C. $\frac{1}{3}AC$ D. $\frac{1}{2}AC$

2. 如图, 已知线段 a, b . 按如下步骤完成尺规作图: ①作射线 AM; ②在线段 AB 上截取 $AD = BD = a$, $BC = b$. 则 AC 的长是 ()

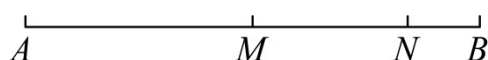


- A. $2a+b$ B. $a+b$ C. $2a-b$ D. $b-a$

3. 已知线段 AB 的长是 5cm, 点 C 在直线 AB 上, 且 $BC = 2cm$, 则 AC 的长是 ()

- A. 3cm B. 7cm C. 3cm 或 4cm D. 3cm 或 7cm

4. 如图, 已知线段 $AB = 12cm$, 点 N 在 AB 上, $NB = 2cm$, M 是 AB 中点, 则线段 MN 的长为 ()



- A. 5cm B. 4cm C. 3cm D. 2cm

5. 已知线段 $AB = 20\text{cm}$, $PA + PB = 30\text{cm}$, 下列说法正确的是 ()

- A. 点 P 不能在直线 AB 上 B. 点 P 只能在直线 AB 外
C. 点 P 只在线段 AB 延长线上 D. 点 P 不能在线段 AB 上

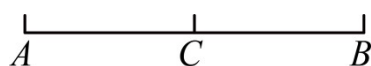
题型精讲

题型 01 线段的中点有关的计算I

【典例 1】. 点 C 是线段 AB 的中点, 若 $AB = 10$, 则 AC 的长为 ()

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 8

【变式 1】. 如图, 点 C 是线段 AB 的中点, 若 $AC = 2\text{cm}$, 则 AB 为 ()



- A. 4cm B. 3cm C. 2cm D. 1cm

【变式 2】. 若点 C 是线段 AB 的中点, 且 $BC = 3\text{cm}$, 则 AB 的长是 ()

- A. 1.5cm B. 3cm C. 4.5cm D. 6cm

题型 02 线段的中点有关的计算II

【典例 1】. 已知线段 $AB = 10\text{cm}$, 点 C 在线段 AB 上, $AC = 4\text{cm}$, 点 M 是线段 BC 的中点, 则线段 AM 的长 ()

- A. 7cm B. 6cm C. 5cm D. 4cm

【变式 1】. 点 C 在线段 AB 的延长线上, $BC = \frac{1}{2}AC$, 如果 $AB = 6$, 那么 BC 的长是 ()

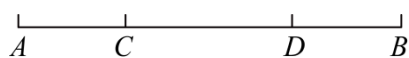
- A. 2 B. 3 C. 4 D. 6

【变式 2】. 下列说法正确的是 ()

- A. 若 $AC = \frac{1}{2}AB$, 则点 C 是 AB 的中点
B. 若 $AB = 2CB$, 则点 C 是 AB 的中点
C. 若 $AC = BC$, 则点 C 是 AB 的中点
D. 若 $AC = BC = \frac{1}{2}AB$, 则点 C 是 AB 的中点

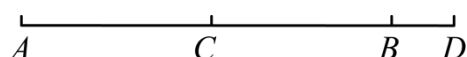
题型 03 线段的倍数有关计算

【典例 1】. 如图，点 C, D 在线段 AB 上，若 $AC = BD$ ，则 ()



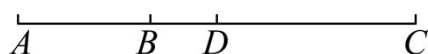
- A. $AB = 2AC$ B. $CD = DB$ C. $AD = 2CD$ D. $AD = BC$

【变式 1】. 如图， C 是线段 AB 的中点， D 是 AB 延长线上一点，且 $BD = \frac{1}{3}BC$ ，若 $BD = 3$ ，则线段 AD 的长为 ()



- A. 15 B. 18 C. 21 D. 27

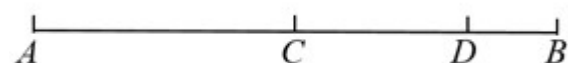
【变式 2】. 如图，延长线段 AB 至点 C ，使 $BC = 2AB$ ，若点 D 恰好为线段 AC 中点，且 $CD = 9\text{cm}$ ，则线段 BD 的长度是 ()



- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

题型 04 线段的和、差 I

【典例 1】. 如图， D 是线段 AB 上的一点，点 C 是 AB 的中点， $AB = 6$ ， $DB = 1$ ，则 $CD =$ ()



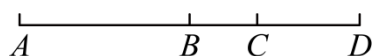
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 6

【变式 1】. 已知：如图， C 是线段 AB 上的一点， N 是线段 BC 的中点，若 $AB = 10$ ， $AC = 6$ ，则 $AN =$ ____



题型 05 线段的和、差 II

【典例 1】. 如图， C, D 是线段 AB 延长线上的两点，则 $BC + CD =$ _____ $- AB$.



【变式 1】. 在直线 l 上顺次取 A, B, C 三点，使得 $AB = 8\text{cm}$ ， $BC = 4\text{cm}$ ，若点 O 是线段 AC 的中点，则 $OC =$ _____ cm .

【变式2】. 已知线段 $AB = 12$ ，点 C 在线段 AB 上，且 $AB = 3AC$ ，点 D 为线段 BC 的中点，则 AD 的长为 $\underline{\hspace{1cm}}$ cm .

题型 06 分类讨论

【典例1】. 点 M ， N ， P 在同一条直线上， $MN = 3$ ， $NP = 1$ ，则 MP 的长为 ()

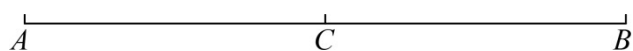
- A . 2 B . 4 C . 2 或 4 D . 无法确定

【变式1】. 已知点 B 在直线 AC 上，点 P 为 AB 的中点，点 Q 为 AC 的中点， $AB = 8\text{cm}$ ， $AC = 18\text{cm}$ ，则 PQ 为 $\underline{\hspace{1cm}}$ cm .

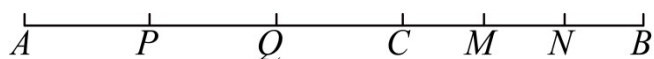
【变式2】. 已知线段 $AB = 20\text{cm}$ ，点 C 是线段 AB 的中点，直线 AB 上有一点 D ，且 $CD = 3BD$ ，则线段 CD 的长度为 $\underline{\hspace{1cm}}$ cm .

题型 07 三等分点

【典例1】. 如图，点 C 是线段 AB 的中点，点 N 是线段 AC 的三等分点. 若线段 AB 的长为 12，则线段 BN 的长度是 $\underline{\hspace{1cm}}$.



【变式1】. 如图，线段 $AB = 18\text{cm}$ ，点 C 在线段 AB 上， P ， Q 是线段 AC 的三等分点， M ， N 是线段 BC 的三等分点，则线段 PN 的长为 ()

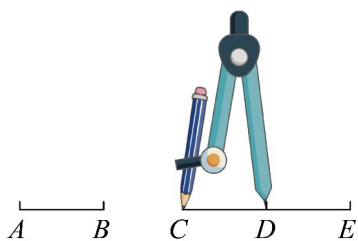


- A . 6 B . 9 C . 12 D . 15

【变式2】. 已知线段 $AB = 9\text{cm}$ ，点 C ， D 是线段 AB 上的点，且 $AC = \frac{2}{3}AB$ ，点 D 是线段 AC 的三等分点，则 $BD = \underline{\hspace{1cm}}$.

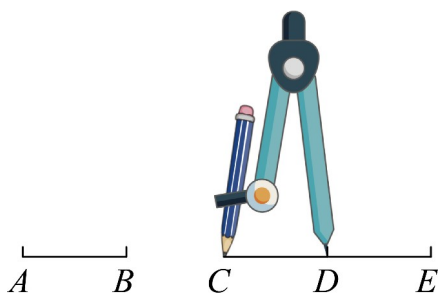
题型 08 作图辨析；线段的度量

【典例1】. 如图，小莹利用圆规在线段 CE 上截取线段 CD ，使 $CD = AB$. 若点 D 恰好为 CE 的中点，则下列结论中正确的是 ()



- A. $CE = \frac{1}{2}CD$ B. $CE = 2DE$ C. $AB = CE$ D. $AB = \frac{1}{2}DE$

【变式1】 . 如图，小林同学利用圆规在线段 CE 上截取线段 CD ，使 $CD = AB$ ，则下列结论一定正确的是 ()



- A. $CE = 2AB$ B. $AB = \frac{1}{2}CE$
C. $CE = AB + DE$ D. $AB + DE > CE$

【变式2】 . 已知线段 a ， b ， c . 小明利用尺规作图画出线段 AB ，则线段 $AB =$ ()



- A. $2a + b - c$ B. $3a - c$ C. $3a + b - c$ D. $2a - 1.5c$

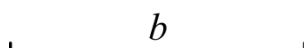
【变式3】 . 为了比较线段 AB 和线段 CD 的长短，把线段 CD 移到线段 AB 上，使点 C 与点 A 重合 . (填 “>” “=” 或 “<”)

- (1) 当点 D 落在线段 AB 上时， AB _____ CD ；
(2) 当点 D 与点 B 重合时， AB _____ CD ；
(3) 当点 D 落在线段 AB 的延长线上时， AB _____ CD .

题型 09 解答题 (含作图题)

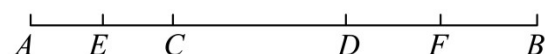
【典例1】 . 如图，已知线段 a ， b ，作一条线段，使它等于 $2b - a$.



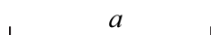


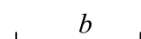
【变式1】 . 已知线段 a 、 b 、 c ，画一条线段 AB ，使 $AB = 2a + b - c$ （请写出作法）

【变式2】 . 如图， C 、 D 是线段 AB 上的两点， E 是 AC 的中点， F 是 BD 的中点，若 $EF = 10$ ， $CD = 6$ ，求 AB 的长 .



【变式3】 . 如图，已知线段 a ， b ($a > b$) .

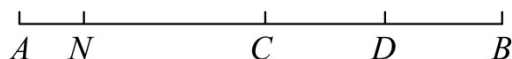




(1) 用尺规作一线段 AB ，使 $AB = 2a - b$ ；

(2) 若线段 $a = 3$ ， $b = 2$ ，点 D 是线段 AB 的中点，则线段 DB 的长为_____ .

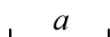
【变式4】 . 如图，已知线段 $AB = 16$ ，点 C 是线段 AB 的中点，点 D 是线段 BC 的中点 .



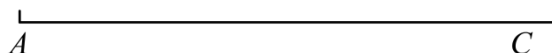
(1) 求线段 CD 的长；

(2) 若点 N 是线段 AC 上一点，且 $CN = 3AN$ ，求线段 DN 的长 .

【变式5】 . 已知线段 a 、 b (如图) .







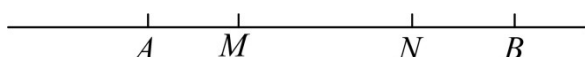
(1) 用直尺和圆规在射线 AC 上画出线段 AB ，使 $AB = 2a - b$. (保留画图痕迹、写出结论，不要求写出画法)

(2) 在 (1) 的图形中，

① 画出线段 AB 的中点 M (写出结论)

② 如果 $MB = 5$ 厘米，线段 $b = 4$ 厘米，那么 $a =$ _____厘米 .

【变式6】 . 如图： A 、 M 、 N 、 B 四点在同一直线上 .



(1) 若 $AM = BN$.

① 比较线段的大小： AN _____ BM (填“>”、“=”或“<”)；

② 若 $MN = \frac{3}{5}AN$ 且 $AN = 30\text{cm}$ ，则 AB 的长为_____cm；

(2) 若线段 AB 被点 M 、 N 分成了 $2:4:3$ 三部分，且 AM 的中点 P 和 NB 的中点 Q 之间的距离是 13cm ，求 MB 的长 .

强化训练

一、单选题

1. 点 C 是线段 AB 的中点，若 $AB = 10$ ，则 AC 的长为 ()

- A . 4 B . 5 C . 6 D . 8

2. 如图 1，线段 a 、 b ，图 2 中线段 AB 表示的是 ()

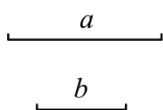


图1

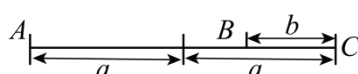
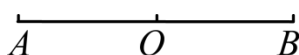


图2

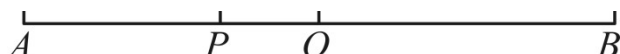
- A . $a - b$ B . $a + b$ C . $a - 2b$ D . $2a - b$

3. 如图，点 O 在线段 AB 上，下列不能表示点 O 是线段 AB 的中点的是 ()



- A . $AB = 2OA$ B . $OA = OB$
C . $OB = \frac{1}{2}AB$ D . $AB = OA + OB$

4. 如图， O 是线段 AB 的中点， P 是 AO 上一点。已知 BP 比 AP 长 6，则 $OP =$ ()

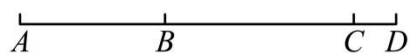


- A . 6 B . 2 C . $\frac{3}{2}$ D . 3

5. 已知线段 $AB = 6$ ，反向延长线段 AB 到点 C ，使 $AC = \frac{2}{3}AB$ ，则 BC 的长是 ()

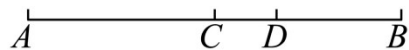
- A . 6 B . 8 C . 10 D . 12

6. 如图，点 B ，点 C 都在线段 AD 上，若 $AD = 2BC$ ，则 ()



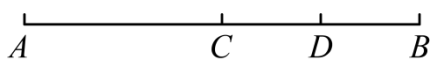
- A. $AB = CD$ B. $AC - CD = BC$
C. $AB + CD = BC$ D. $AD + BC = 2AC$

7. 如图所示，点 C 是线段 AB 的中点，点 D 在线段 CB 上，且 $AD - BD = 6$ ，若 $AB = 18$ ，则 CD 的长 ()



- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

8. 如图，已知 $AD > BC$ ，则 AC 与 BD 的关系是 ()

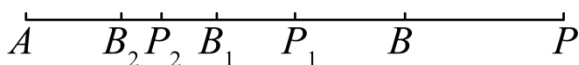


- A. $AC > BD$ B. $AC = BD$
C. $AC < BD$ D. 以上情况都有可能

9. 如果点 M 是线段 AB 的中点，结论：① $AM = MB$ ，② $AB = 2AM$ ，③ $AM = \frac{1}{2}AB$ ，④ $AB = AM + MB$ 中，正确的是 ()

- A. ①② B. ①②③ C. ①②③④ D. ②③

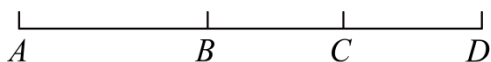
10. 如图，点 P 在线段 AB 的延长线上， $BP = 64$ ，记线段 AP 和 AB 的中点分别为 P_1 ， B_1 ；线段 AP_1 和 AB_1 的中点分别为 P_2 ， B_2 ；线段 AP_2 和 AB_2 的中点分别为 P_3 和 B_3 ；...，依次进行这样的标记，则 $B_1P_1 + B_2P_2 + B_3P_3 + B_4P_4 + B_5P_5 + B_6P_6 =$ ()



- A. 62 B. 63 C. 64 D. 65

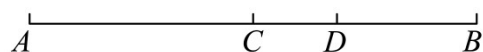
二、填空题

11. 如图，点 B ， C 在线段 AD 上，且 $AB = CD$ ，则线段 AC 与 BD 的大小关系是_____。



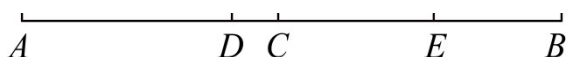
12. 已知线段 AB 和 CD ，如果将 CD 移动到 AB 的位置，使点 C 与点 A 重合， CD 与 AB 叠合，点 D 在线段 AB 上，那么 AB _____ CD 。(填“>”、“<”或“=”)

13. 如图所示， C 为线段 AB 的中点， D 在线段 CB 上，并且 $AD=10\text{cm}$ ， $DB=6\text{cm}$ ，则 $CD=$ _____ cm .



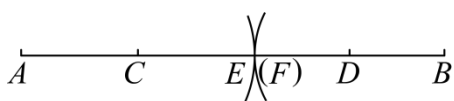
14. 如图，点 C 为线段 AB 的中点，点 E 为线段 AB 上的点，点 D 为线段 AE 的中点，若 $AB=17$ ，

$AD=2BE$ ，则线段 CE 的长为_____ .



15. 已知线段 $AB=5\text{cm}$ ，在直线 AB 上有一点 C ，且 $BC=2\text{cm}$ ，则线段 AC 的长为

16. 如图， $AB=12$ ，点 C 、 D 分别是线段 AB 上两点 ($CD>AC$ ， $CD>BD$)，用圆规在线段 CD 上分别截取 $CE=AC$ ， $DF=BD$ ，若点 E 与点 F 恰好重合，则 CD 的长度为_____ .



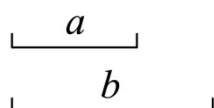
17. 定义： C 是线段 AB ($5<AB<10$)上的一点，若点 C 将 AB 分得的两条线段中，有一条线段的长与 AB 的长的和是10，则称点 C 是线段 AB 的“圆满分割点”. 已知 $MN=8$ ， P 、 Q 分别是线段 MN 、 PN 的“圆满分割点”，则 QN 的长是_____ .

18. 如图， C 、 D 是线段 AB 上两点， M 、 N 分别是线段 AD ， BC 的中点，下列结论：①若 $AD=BM$ ，则 $AB=3BD$ ；② $AC=BD$ ，则 $AM=BN$ ；③ $AC-BD=2(MC-DN)$ ；④ $2MN=AB-CD$. 其中正确的结论是 _____ (填序号) .



三、解答题

19. 已知线段 a 、 b ，且 $2a>b$ (如图)，画一条线段，使它等于 $2a-b$. (不写画法或作法，保留画图或作图痕迹)



20. 根据所示图形填空，理解截取、顺次截取的意义，熟练掌握基本画图语句.

已知线段 a 、 b ，画出一条线段，使它等于 $a+b$.



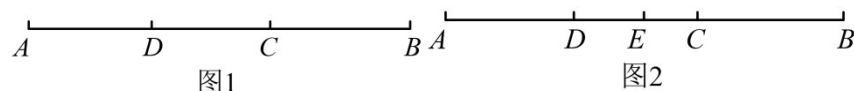
在射线 OP 上顺次截取 ()= a ，()= b ，线段 () 就是所要画的线段.



21. 如图，点 A 、 B 、 C 在直线 l 上，点 M 为 AB 的中点， N 为 MC 的中点，且 $AB = 6\text{cm}$ ， $NC = 4\text{cm}$ ，求 BC 的长。



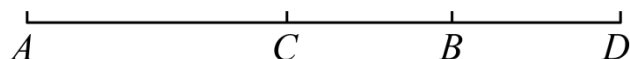
22. 已知点 C 在线段 AB 上，点 D 为 AC 的中点。



(1) 如图 1，若 $CB = 8$ ， $DB = 14$ ，求 AB 的长。

(2) 如图 2，若点 E 为 AB 的中点， $CB = 13$ ，求 DE 的长。

23. 如图，点 C 为线段 AD 上一点，点 B 为 CD 的中点，且 $AD = 13\text{cm}$ ， $BC = 3\text{cm}$ 。



(1) 图中共有 条线段；

(2) 求 AC 的长；

(3) 若点 E 在直线 AD 上，且 $EA = 4\text{cm}$ ，求 BE 的长。

24. 已知， C 、 P 分别为线段 AB 上的点，

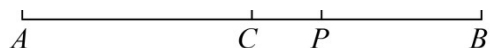


图 1

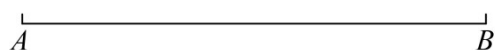
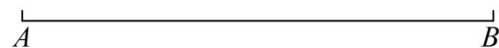


图 2

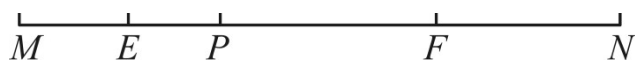


备用图

(1) 如图 1，当 $AC = \frac{1}{2}AB$ 时，试说明 $2CP = AP - BP$ ；

(2) 当 $AC = \frac{1}{3}AB$ 时， M 、 N 分别为 AC 、 BP 中点，且 $CP = \frac{1}{3}AC$ ， $MN = 10$ ，求 AB 的长。

25. 如图， P 是线段 MN 上一点， E 、 F 两点分别在线段 PM ， PN 上运动，且 $NF = 2PE$ 。



(1) 若 $PM = \frac{1}{2}PN$ ， $ME = 2$ ，求线段 PF 的长；

(2) 如果不论 E, F 两点如何运动，都有 $PF = 2EM$ 。

① 若 Q 是直线 MN 上一点，且 $MQ - NQ = PQ$ ，求 $\frac{PQ}{MN}$ 的值；

② 若 $PE = 5$ 时，恰好有 $EF = \frac{1}{2}MN$ ，此时 E 点停止不动，将 F 点向左移动（ F 点始终在线段 PN 上），

C, D 分别是 EF, PF 的中点，试判断在 F 点向左移动的过程中， $\frac{CD}{MN}$ 是否发生变化？如果不变，请求出

该值；如果发生变化，请说明理由。