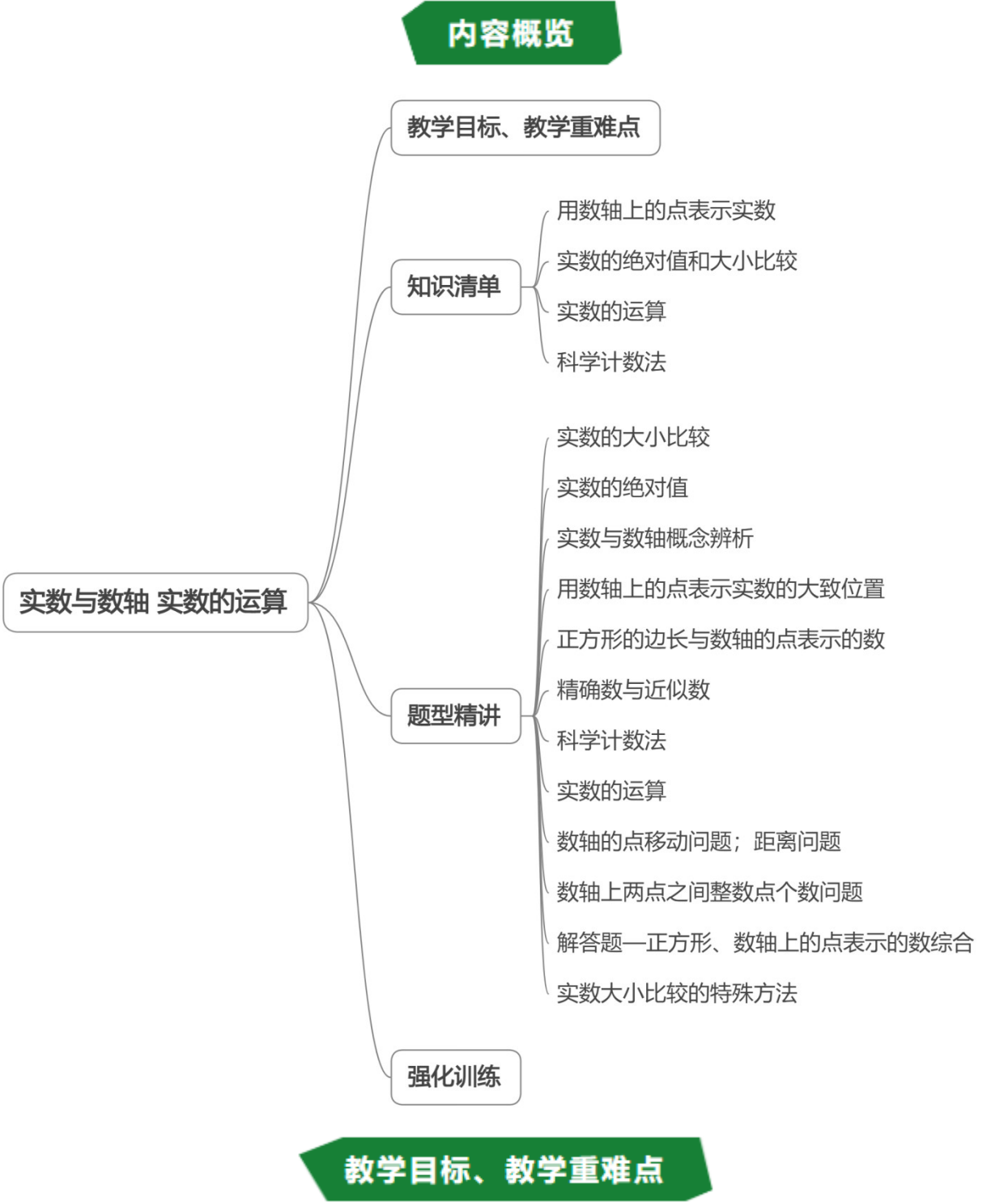


专题 19.4 实数与数轴 实数的运算



教学目标	1. 体验教材确定一个无理数可以对应数轴上的一个点的过程； 2. 会用数轴上的点表示无理数； 3. 实数的绝对值与大小比较；
------	---

	4. 知道科学计数法的表示； 5. 学会实数的运算。
教学重难点	1.重点 (1) 实数与数轴上的点一一对应； (2) 几何法：用数轴上的点表示无理数。用数轴上的点表示无理数的大致位置； (3) 实数的运算与大小比较。 2.难点 (1) 用数轴上的点表示无理数的应用； (2) 代数、几何的相辅相成；

知识清单

知识点 1 用数轴上的点表示实数

1.引入：我们知道，每一个有理数都可以对应数轴上的一个点，那么一个无理数可以对应数轴上的一个点吗？

$\sqrt{2}$ 能用数轴上的一个点对应表示吗？

利用计算机技术可以求出 $\sqrt{2}=1.414213562373095048801688724209698078569671875376948073176679....$,其值在有理数 1~2 之间，进一步在 1.4~1.5 之间，1.41~1.42 之间，.....(如表 19-1 所示).

表 19 - 1

2 所在的范围	$\sqrt{2}$ 所在的范围
$1^2<2<2^2$	$1<\sqrt{2}<2$
$1.4^2<2<1.5^2$	$1.4<\sqrt{2}<1.5$
$1.41^2<2<1.42^2$	$1.41<\sqrt{2}<1.42$
$1.414^2<2<1.415^2$	$1.414<\sqrt{2}<1.415$
$1.414\ 2^2<2<1.414\ 3^2$	$1.414\ 2<\sqrt{2}<1.414\ 3$
$1.414\ 21^2<2<1.414\ 22^2$	$1.414\ 21<\sqrt{2}<1.414\ 22$
$1.414\ 213^2<2<1.414\ 214^2$	$1.414\ 213<\sqrt{2}<1.414\ 214$
...	...

在数轴上，以上面各对有理数所对应的点为端点的线段的长度依次为 1、0.1、0.01、 ...,这些线段的长度越来越小，最终收缩为一点， 这个点就是数轴上与 $\sqrt{2}$ 对应的唯一的一个点.

2.用数轴上的点表示实数

以上是教材用极限的思想来确定一个无理数可以对应数轴上的一个点.

下面通过图形介绍两种用数轴上的点表示实数的方法(小正方形的边长均为1):

①图1是上节课我们为了引出无理数 $\sqrt{2}$,通过裁剪拼接得到的大正方形;图2是通过数轴的点表示 $\sqrt{2}$.

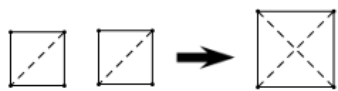


图1

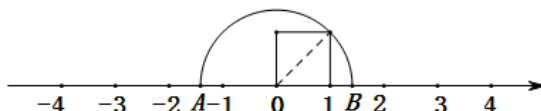
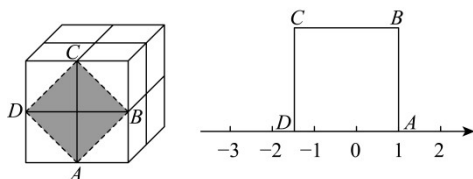


图2

②如图所示:



图甲

图乙

3.实数与数轴上的点——对应

类似地,任何一个无理数都可以用数轴上的一个点对应表示.这样,除任意一个有理数在数轴上有唯一的对应点外,任意一个无理数在数轴上也有唯一的对应点,从而任意一个实数在数轴上有唯一的对应点.反之,数轴上任意给定的点可对应一个有理数或一个无理数.所以,实数与数轴上的点——对应.

4.用数轴上的点表示无理数(大致确定)

一个无理数在数轴上所对应的点,可以利用这个无理数的近似值(有理数)所对应的点来大致确定.

举例:在数轴上分别标出 $-\sqrt{3}$ 、 $-\sqrt{5}$ 所对应的点一个无理数在数轴的大致位置.

可以利用计算器可得 $-\sqrt{3} \approx -1.732$, $-\sqrt{5} \approx -2.236$,它们在数轴上所对应的点的大致位置如图 19-2-3

所示.

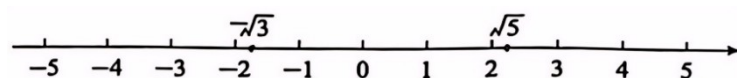


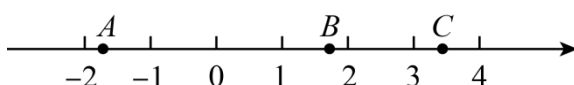
图 19-2-3

【即学即练】

1. 与数轴上的点具有一一对应关系的是()

- A. 实数 B. 有理数 C. 无理数 D. 整数

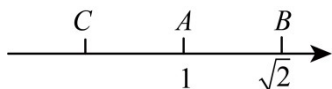
2. 如图,数轴上表示数 $\sqrt{3}$ 的点是_____.



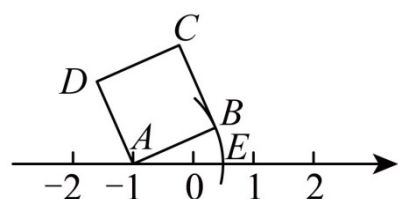
3. 下列说法错误的是()

- A. 无理数都是无限小数 B. π 可以用数轴上的一个点来表示
- C. 两个无理数的和一定还是无理数 D. $\sqrt{10}$ 的小数部分是 $\sqrt{10} - 3$

4. 如图，点 B 和点 C 关于点 A 对称，则点 C 表示的数是_____.



5. 如图，面积为 3 的正方形 $ABCD$ 的顶点 A 在数轴上，且表示的数为 -1 ，若 $AB = AE$ ，则数轴上点 E 所表示的数为_____.



知识点 2 实数的绝对值和大小比较

1. 实数的绝对值

①**实数的绝对值**：一个实数在数轴上所对应的点到原点的距离，叫作这个实数的绝对值. 实数 a 的绝对值记作 $|a|$.

②**实数绝对值的特点**：绝对值相等、符号相反的两个实数互为相反数；0 的相反数是 0. 非零实数 a 的相反数是 $-a$.

③一个正实数的绝对值是它本身，0 的绝对值是 0, 一个负实数的绝对值是它的相反数. 设 a 表示一个实数，则

$$|a| = \begin{cases} a & (a > 0) \\ 0 & (a = 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

2. 实数的绝对值和大小比较

①**数轴法**：每一个实数都可以用数轴上唯一的一个点表示. 用数轴上的点表示实数时，这些点从左到右的顺序，就是实数从小到大的顺序，即**右边的点表示的数大于左边的点表示的数**.

②**法则比较法**：

两个数比较大小，按数的性质符号分类，情况如下：

两数同号	同为正号：绝对值大的数大
	同为负号：绝对值大的反而小
两数异号	正数大于负数
- 数为 0	正数与 0：正数大于 0
	负数与 0：负数小于 0

要点：

利用绝对值比较两个负数的大小的步骤：

- (1) 分别计算两数的绝对值；
- (2) 比较绝对值的大小；
- (3) 判定两数的大小。

拓展：

③**作差法**：设 a 、 b 为任意数，若 $a-b > 0$ ，则 $a > b$ ；若 $a-b = 0$ ，则 $a = b$ ；若 $a-b < 0$ ， $a < b$ ；反之成立。

④**求商法**：设 a 、 b 为任意正数，若 $\frac{a}{b} > 1$ ，则 $a > b$ ；若 $\frac{a}{b} = 1$ ，则 $a = b$ ；若 $\frac{a}{b} < 1$ ，则 $a < b$ ；反之也成立。若 a 、 b 为任意负数，则与上述结论相反。

⑤**倒数比较法**：如果两个数都大于零，那么倒数大的反而小。

【即学即练】

1. 比较大小： $\sqrt{6}$ _____ 2 (填“>”、“<”或“=”)。
2. $\sqrt{7}$ 的相反数是_____， $2 - \sqrt{5}$ 的绝对值等于_____，比较大小： -1 _____ $-\sqrt{5}$ 。
3. 计算： $|3.14 - \pi| - |\pi - 3| =$ _____。

知识点 3 实数的运算

1. 引入：实数的加、减、乘、除、乘方运算的意义，和有理数运算的意义一样。我们学过的有理数的运算法则、运算律以及运算顺序的规定，在实数范围内同样适用。

2. 实数的运算律

若 a 、 b 、 c 为实数，则有

加法交换律： $a+b=b+a$ 。

加法结合律： $(a+b)+c=a+(b+c)$ 。

乘法交换律： $ab=ba$ 。

乘法结合律： $(ab)c=a(bc)$ 。

乘法对加法的分配律 $a(b+c)=ab+ac$.

3.实数混合运算的顺序

实数之间不仅可以进行加、减、乘、除、乘方运算，而且正数和0可以进行开平方运算，任意一个实数可以进行开立方运算.实数混合运算的顺序为：先乘方和开平(立)方，再乘除，最后加减.

4.实数混合运算的结果

对于涉及无理数的实数运算，如果没有指明运算结果保留几位小数，那么通常是利用实数的运算法则和运算律对算式进行化简，其结果可能是一个化简了的算式，如 $2+\sqrt{3}$.

5.精确数与近似数

①**精确数**：一星期有7天，1 cm=0.01m,2的算术平方根是 $\sqrt{2}$,圆周率是 π ,这里的7、0.01、 $\sqrt{2}$ 、 π 都是**精确的数**.

②**近似数**：但是，一年约有365.24天，某个轮子的直径约是0.66 m, $\sqrt{2}$ 约为1.414,圆周率约为3.14,这里的365.24、0.66、1.414、3.14都不精确，是**近似数**.

③对于涉及无理数的实数运算，很多时候需要对结果取近似值.这时，可以先对算式进行适当化简，然后一般用“四舍五入法”，按照所要求的精确度取近似值.

【即学即练】

1. 对于近似数 8.10×10^{-3} ，它有_____个有效数字.

2. 计算 $\frac{3}{2}\sqrt{3}-\frac{5}{4}\sqrt{3}+\frac{1}{4}\sqrt{3}+\frac{5}{2}\sqrt{3}$

3. 计算： $|\sqrt{2}-\sqrt{3}|+\sqrt[3]{-8}+\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)$.

4. 计算：

$$(1) \left(2\sqrt{2}-\frac{7}{8}\right)^2 - \left(2\sqrt{2}+\frac{7}{8}\right)^2;$$

$$(2) (1-\sqrt{2})^{2017} \cdot (1+\sqrt{2})^{2017};$$

$$(3) (\sqrt{2}-1)^0 - (\sqrt{5}-\sqrt{3})^2 \times (\sqrt{5}+\sqrt{3})^2.$$

知识点4 科学计数法

1. 引入：

在科学研究和日常生活中，人们往往会遇到绝对值较大或较小的数，如光在真空中的传播速度约为

300000000 m/s , 1 nm 等于 0.000000001 m . 这些数直接写起来很不方便，可以用 10 的整数次幂的形式来表示，
 $300000000 = 3 \times 10^8$, $0.000000001 = 1 \times 10^{-9}$.

2. 科学计数法的表示

把一个数表示成 $a \times 10^n$ ($1 \leq |a| < 10$, a 是整数或小数, n 是整数) 的形式，这种记数方法叫作科学记数法. 当 $a=1$ 或 $a=-1$ 时，“1”常省略不写，如 $0.000000001 = 10^{-9}$, $-1000000 = -10^6$.

3. 科学计数法的作用

用科学记数法表示绝对值较大或较小的数给表达和计算带来了方便. 对于绝对值较大的数，可以直观地表示这个数的整数的位数，如 3.2×10^5 有六个整数位. 对于绝对值较小的数，可以直观地表示这个数的小数点与左起第一个非零数字之间 0 的个数，如 1.23×10^{-4} 的小数点与左起第一个非零数字 1 之间有三个 0.

【即学即练】

1. 国家统计局发布的新中国 75 年经济社会发展成就系列报告显示，我国地级以上城市常住人口达到 67313 万人. 将 67313 万用科学记数法表示为 ()

- A. 6.7313×10^4 B. 67.313×10^3 C. 6.7313×10^8 D. 67.313×10^7

2. 0.000000007 用科学记数法表示为_____.

3. 用科学记数法表示，并保留三个有效数字： $-0.0002024 \approx$ _____.

题型精讲

题型 01 实数的大小比较

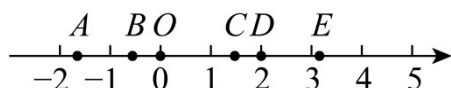
【典例 1】. 比较大小 $\sqrt{3}$ _____ 1. (填“<”或“>”)

【变式 1】. 比较大小： $\sqrt{13}$ _____ $\sqrt{15}$ (填“>”，< 或“=”) .

【变式 2】. 比较大小： $\sqrt{5}$ _____ 2.5 (填“>”，< 或“=”) .

【变式 3】. 如下图，将数轴上标有字母的各点与下列实数对应起来，并把下列实数用“>”连接起来 .

$-\frac{1}{2}$, π , 0 , $\sqrt{2}$, 2 , $-\sqrt{3}$



题型 02 实数的绝对值

【典例 1】. 实数 $\sqrt{2}$ 的相反数是 ()

- A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. $-\sqrt{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

【变式 1】. $-\sqrt{11}$ 的绝对值是 _____, $\sqrt{5}-3$ 的相反数是 _____.

【变式 2】. 化简: $|1-\sqrt{2}| = \underline{\hspace{1cm}}$

【变式 3】. 求下列各数的绝对值和相反数.

(1) $-\sqrt{5}$;

(2) $\sqrt{7}$;

(3) $3-\pi$;

(4) $1-\sqrt{2}$.

题型 03 实数与数轴概念辨析

【典例 1】. 数轴上所有的点表示的数是 ()

- A. 全体有理数 B. 全体无理数 C. 全体实数 D. 全体正数和全体负数

【变式 1】. 下列说法: ① $\sqrt{(-10)^2} = -10$; ② 数轴上的点与实数成一一对应关系; ③ -3 是 $\sqrt{81}$ 的平方根;

④ 任何实数不是有理数就是无理数; ⑤ 两个无理数的和还是无理数; ⑥ 无理数都是无限小数, 正确的个数有 ()

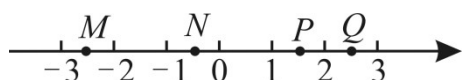
- A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

【变式 2】. 关于 $\sqrt{13}$ 的叙述错误的是 ()

- A. 面积为 13 的正方形的边长是 $\sqrt{13}$ B. 在数轴上可以找到表示 $\sqrt{13}$ 的点
C. $\sqrt{13}$ 的相反数是 $-\sqrt{13}$ D. $\sqrt{13}$ 的整数部分是 4

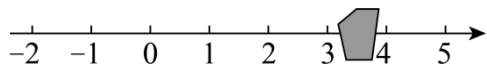
题型 04 用数轴上的点表示实数的大致位置

【典例 1】. 如图, 数轴上表示 $\sqrt{6}$ 的点可能是 ()



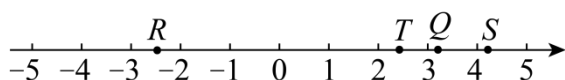
- A. 点 M B. 点 N C. 点 P D. 点 Q

【变式1】 . 如图，一条数轴被覆盖了一部分，被覆盖的数可能为 ()



- A. $-\pi$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\sqrt{13}$ D. $\sqrt{17}$

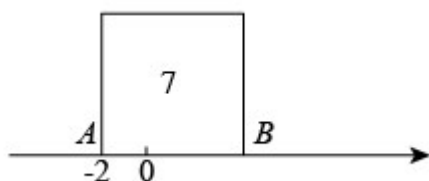
【变式2】 . 如图，将实数 $\sqrt{11}-1$ 表示在数轴上，对应的点可能是 ()



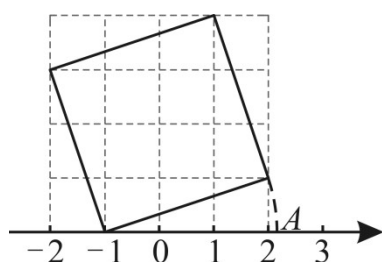
- A. T 点 B. R 点 C. Q 点 D. S 点

题型 05 正方形的边长与数轴上的点表示的数

【典例1】 . 点 A, B 在数轴上，以 AB 为边作正方形，该正方形的面积是 7 . 若点 A 对应的数是 -2 ，则点 B 对应的数是_____ .



【变式1】 . 如图，组成正方形网格的小正方形边长为 1 ，数轴上点 A 表示的数为 ()



- A. $\sqrt{10}-1$ B. $\sqrt{11}-1$ C. $\sqrt{12}-1$ D. $\sqrt{13}-1$

题型 06 精确数与近似数

【典例1】 . 近似数 3.75×10^5 的精确度是精确到_____位 .

【变式1】 . 按括号内的要求用四舍五入法取近似数： $1.408 \approx$ _____ (精确到 0.1) .

【变式2】 . 已知 $\sqrt[3]{0.000456} \approx 0.07697$ ，则 $\sqrt[3]{456} \approx$ _____ (精确到 0.01) .

题型 07 科学计数法

【典例 1】 . 进入新时代，我国持续推进生态系统保护修复，目前我国生态保护修复面积超过 1.2 亿亩，“十四五”生态保护修复预期目标已基本完成，将 120000000 用科学记数法表示为 ()

- A . 0.12×10^9 B . 12×10^8 C . 1.2×10^8 D . 1.2×10^9

【变式 1】 . 将下列用科学记数法表示的数还原：

(1) $6.2 \times 10^6 =$ _____ ; (2) $3.001 \times 10^2 =$ _____ ;

(3) $3.001 \times 10^{-2} =$ _____ ; (4) $6.2 \times 10^{-5} =$ _____ .

【变式 2】 . DNA 分子的直径约为 0.00000019cm，数据 0.00000019 用科学记数法表示为_____ .

【变式 3】 . 据统计，2024 年前三季度无锡市国民生产总值 (GDP) 为 11481.55 亿元，将数据 11481.55 用四舍五入法精确到 10^0 ，所得近似数用科学记数法表示为_____ .

题型 08 实数的运算

【典例 1】 . 计算 $\sqrt{16} + \sqrt[3]{-27} + |1 - \sqrt{3}|$

【变式 1】 . 计算： $\frac{1}{2}\sqrt{2} - \left(2\sqrt{2} - \frac{3}{2}\sqrt{2}\right)$.

【变式 2】 . 计算： $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 \times (5 + 2\sqrt{6}) + (5 - 2\sqrt{6})^0$.

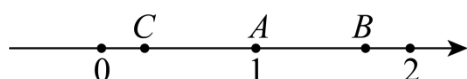
题型 09 数轴上的点移动问题；距离问题

【典例 1】 . 数轴上点 A 表示 $\sqrt{5}$ ，那么点 A 沿数轴向左平移 3 个单位得到的点表示的数是_____ .

【变式 1】 . 已知点 M 在数轴上，且与原点相距 $\sqrt{2}$ 个单位长度，则点 M 表示的数是_____ .

【变式 2】 . 数轴上点 A 表示的数是 $\sqrt{5}$ ，点 B 在点 A 的左边，且 $AB = 1$ ，那么点 B 表示的数是_____ .

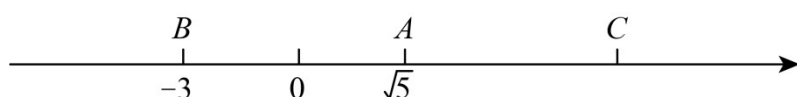
【变式 3】 . 如图所示，数轴上表示 1， $\sqrt{3}$ 的点分别为 A, B，且 C, B 两点到点 A 的距离相等，则点 C 所表示的数是 ()



- A . $1 - \sqrt{3}$ B . $\sqrt{3} - 2$ C . $\sqrt{3} - 1$ D . $2 - \sqrt{3}$

【变式 4】 . 如图，在数轴上，点 B 与点 C 关于点 A 对称，A、B 两点对应的实数分别是 $\sqrt{5}$ 和 -3，那么点

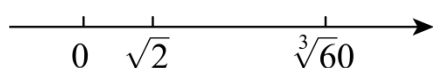
C 所对应的实数是 ()



- A. $\sqrt{5}+3$ B. $\sqrt{5}-3$ C. $2\sqrt{5}-3$ D. $2\sqrt{5}+3$

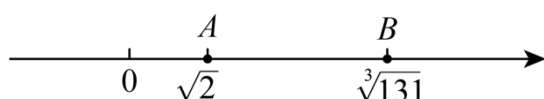
题型 10 数轴上两点之间的整数点问题

【典例 1】 如图，在数轴上，点 A 表示 $\sqrt{2}$ ，点 B 表示 $\sqrt[3]{60}$ ，则 A ， B 之间表示整数的点共有 ()



- A. 5 个 B. 4 个 C. 3 个 D. 2 个

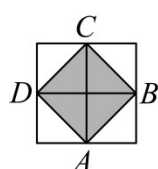
【变式 1】 如图，数轴上 A ， B 两点表示的数分别为 $\sqrt{2}$ 和 $\sqrt[3]{131}$ ，则 A ， B 两点之间表示整数的点共有 ()



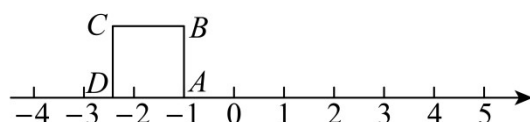
- A. 3 个 B. 4 个 C. 5 个 D. 6 个

题型 11 解答题—正方形、数轴上的点表示的数综合

【典例 1】 如图①是由 4 个面积相同的小正方形组成的图形，面积为 4.



图①



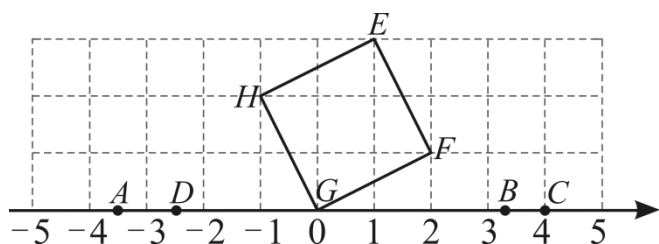
图②

(1) 图①中阴影部分是一个正方形 $ABCD$ ，求出阴影部分的面积及其边长；

(2) 把正方形 $ABCD$ 放到数轴上，如图②，使得点 A 与 -1 重合，那么点 D 在数轴上表示的数为_.

【变式 1】 现有五个实数： π ， -3.5 ， $\sqrt{5}$ ， $-\frac{5}{2}$ ， 4 。其中四个数分别对应如图所示数轴上的点 A ， B ，

C ， D

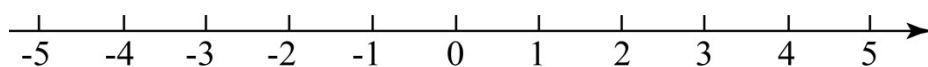


(1) 点 A 表示数_____；点 B 表示数_____；点 D 表示数_____；

(2) ① 用圆规在数轴上精确地表示出 $\sqrt{5}$ (提示：注意观察正方形 $EFGH$ 的面积)；

② 将上述五个数按从小到大的顺序用“<”连接

【变式 2】 . 如图：

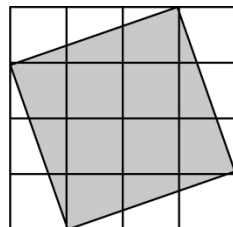


(1) 已知点 A 、 B 表示两个实数 $\sqrt{3}$ 、 $\sqrt{2}$ ，请在数轴上描出它们大致的位置，用字母标示出来；

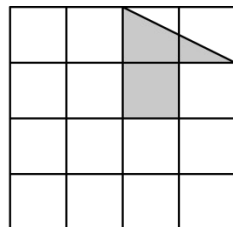
(2) O 为原点，求出 O 、 A 两点间的距离。

(3) 求出 A 、 B 两点间的距离。

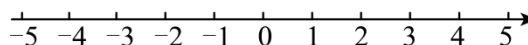
【变式 3】 . 如图两个 4×4 网格都是由 16 个边长为 1 的小正方形组成。



图①



图②



图③

(1) 图①中的阴影正方形的顶点在网格的格点上，这个阴影正方形的面积为_____，若这个正方形的边长为 a ，则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 观察图②，请先写出阴影部分的面积为_____，并在阴影部分的基础上将其补全为面积是 5 的正方形 (顶点都在网格的格点上)，若这个正方形的边长为 b ，则 $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) 请你利用以上结论，在图③的数轴上表示实数 a 和 $-b$ 的大概位置。

题型 12 实数大小比较的特殊方法

【典例 1】 . 比较 $\sqrt{5} + \sqrt{2}$ 与 $\sqrt{3} + 2$ 的大小关系。

【变式1】 . “作差法”是数学中常用的比较两个数大小的方法，即
$$\begin{cases} a-b > 0, \text{则} a > b \\ a-b = 0, \text{则} a = b \\ a-b < 0, \text{则} a < b \end{cases}$$

例如：比较 $\sqrt{18}+2$ 与 6 的大小 .

解： $\sqrt{18}+2-6 = \sqrt{18}-4$

$\because \sqrt{16} < \sqrt{18} < \sqrt{25}$, 即 $4 < \sqrt{18} < 5$,

$\therefore 4 < \sqrt{18} < 5 \therefore \sqrt{18}-4 > 0 \therefore \sqrt{18}+2 > 6$

(1)直接写出 $\sqrt{30}$ 的整数部分

(2)请根据上述方法解答以下问题：比较 $3-\sqrt{30}$ 与 -2 的大小 .

强化训练

一、单选题

1. $-\sqrt{5}$ 的相反数是 ()

A. 0

B. $\sqrt{5}$

C. $-\sqrt{5}$

D. $\frac{1}{\sqrt{5}}$

2. 下列各数中，比 $\sqrt{3}$ 小的是 ()

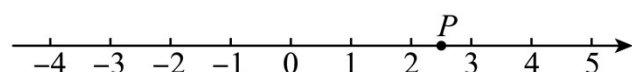
A. 3

B. 2

C. 1.8

D. 1

3. 如图，数轴上 P 可能表示的数是 ()



A. $\sqrt{15}$

B. $\sqrt{10}$

C. $\sqrt{5}$

D. $\sqrt{3}$

4. 若一个正方形的面积是 15 ，则它的边长最接近 ()

A. 4

B. 3

C. 2

D. 5

5. 估计 $2\sqrt{11}-3$ 的值在 ()

A. 2 和 3 之间

B. 3 和 4 之间

C. 4 和 5 之间

D. 5 和 6 之间

6. 计算 $|2-\sqrt{5}|+|\sqrt{5}-3|$ 的结果为 ()

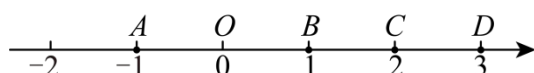
A. 1

B. -1

C. $2\sqrt{5}-5$

D. $5-2\sqrt{5}$

7. 如图，若数轴上的点 A, B, C, D 表示数 $-1, 1, 2, 3$ ，则表示数 $4 - \sqrt{11}$ 的点应在 ()

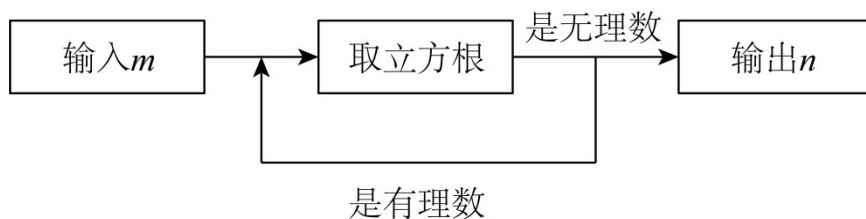


- A. A, O 之间 B. B, C 之间 C. C, D 之间 D. O, B 之间

8. 已知 $a = \sqrt{5}, b = 2, c = \sqrt{3}$ ，则 a, b, c 的大小关系是 ()

- A. $b > a > c$ B. $a > c > b$ C. $a > b > c$ D. $b > c > a$

9. 有个数值转换器，程序原理如图。当输入 $m = 125$ 时，输出 n 的值等于 ()



- A. 5 B. $\sqrt{5}$ C. $\sqrt[3]{5}$ D. $\sqrt[3]{25}$

10. 大家知道， $\sqrt{2}$ 是无理数，而无理数是无限不循环小数，因此 $\sqrt{2}$ 的小数部分我们不可能全部地写出来，于是小明用 $\sqrt{2} - 1$ 来表示 $\sqrt{2}$ 的小数部分。因为 $\sqrt{2}$ 的整数部分是 1。将这个数减去其整数部分，差就是小数部分。又例如： $2 < \sqrt{7} < 3$ ，故 $\sqrt{7}$ 的整数部分为 2，小数部分为 $\sqrt{7} - 2$ 。已知 $5 + \sqrt{11}$ 的小数部分为 a ， $5 - \sqrt{11}$ 的小数部分为 b ，则 $a + b$ 的值为 ()

- A. 1 B. 0 C. $2\sqrt{11}$ D. $2\sqrt{11} - 6$

二、填空题

11. 比较大小： $\sqrt{37}$ _____ 7. (用“>”或“<”填空)

12. 写出两个无理数，使它们的和为 2 _____.

13. 计算： $-\sqrt[3]{-27} - \sqrt{9} =$ _____.

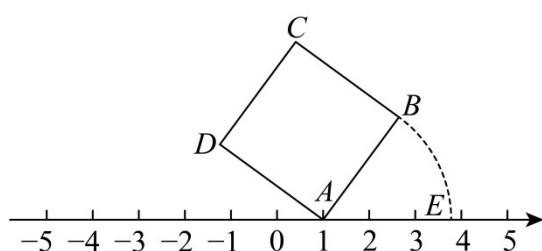
14. $\sqrt{3} - \pi$ 的相反数是 _____ $\sqrt{3} - \pi$ 的绝对值是 _____

15. 近年来，全球发现一种通过蚊虫传播的病毒——寨卡病毒，其直径约为 0.0000021cm，用科学记数法表示为 2.1×10^{-n} cm，则 $n =$ _____.

16. 已知 $\sqrt{2} = 1.414213562 \dots$ 和 $\sqrt{7} = 2.645751311 \dots$ 计算 $\sqrt{2} + \sqrt{7}$ 的值 _____. (结果精确到 0.001)

17. 如图，面积为 7 的正方形 $ABCD$ 的顶点 A 在数轴上，且点 A 表示的数为 1，以 A 为圆心，AB 长为半径

画弧，交点 A 右侧数轴于点 E ，则点 E 所表示的数为_____。



18. 已知 $5 + \sqrt{7}$ 的整数部分为 m ， $6 - \sqrt{7}$ 的小数部分为 n ，求 $m + n$ 的值

三、解答题

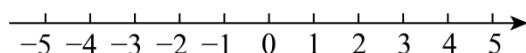
19. 计算： $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 \times (5 + 2\sqrt{6}) + (5 - 2\sqrt{6})^0$ 。

20. 计算：

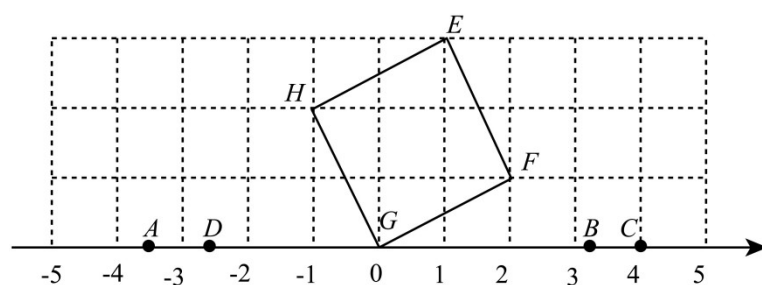
(1) $\sqrt{2^2} - \sqrt{2\frac{1}{4}} + \sqrt[3]{\frac{7}{8} - 1} - \sqrt[3]{1}$ 。

(2) $|\sqrt{2}| - (\sqrt{3} - \sqrt{2}) - |\sqrt{3} - 2|$ 。

21. 在数轴上作出表示下列各数的点，比较它们的大小，并用“>”连接 $|\sqrt{2}|, -\sqrt{3}, 5, -(-\sqrt{8}), -\sqrt{13}, \pi$ 。



22. 现有五个实数： $\pi, -3.5, \sqrt{5}, -\frac{5}{2}, 4$ 。其中四个数已经在数轴上分别用 A, B, C, D 表示。



(1) 点 A 表示数_____；点 B 表示数_____；点 D 表示数_____。

(2) ① 用圆规在数轴上精确地表示 $\sqrt{5}$ 。（提示：注意观察正方形 $EFGH$ 的面积）

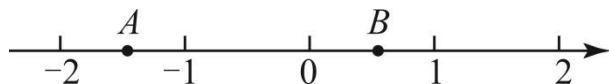
② 将上列五个数按从小到大的顺序用“<”连接。_____

(3) 将上列各数分别填入相应的横线上：

无理数：_____；

负数：_____

23. 如图，一只蚂蚁从点 A 沿数轴向右爬了 2 个单位长度到达点 B ，点 A 表示 $-\sqrt{2}$ ，设点 B 所表示的数为 m 。



(1) 实数 m 的值是_____；

(2) 求 $|m+1|+|m-1|$ 的值；

(3) 在数轴上还有 C 、 D 两点分别表示实数 c 和 d ，且有 $|2c+d|$ 与 $\sqrt{d^2-16}$ 互为相反数，求 $2c-3d$ 的平方根。

24. 如图 1，把两个边长为 1 的小正方形沿对角线剪开，所得的 4 个直角三角形拼成一个面积为 2 的大正方形。由此得到了一种能在数轴上画无理数对应点的方法。

(1) 图 2 中 A 、 B 两点表示的数分别为_____，_____；

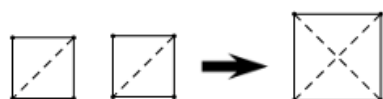


图 1

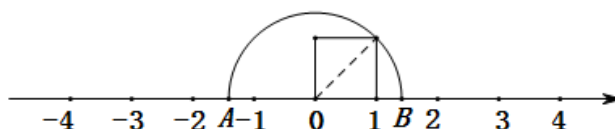


图 2

(2) 请你参照上面的方法：

①把图 3 中 5×1 的长方形进行剪裁，并拼成一个大正方形。在图 3 中画出裁剪线，并在图 4 的正方形网格中画出拼成的大正方形，该正方形的边长 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。（注：小正方形边长都为 1，拼接不重叠也无空隙）



图 3

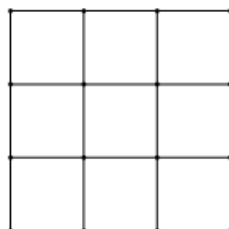
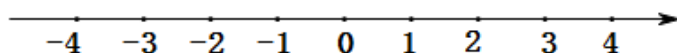


图 4

②在①的基础上，参照图 2 的画法，在数轴上分别用点 M 、 N 表示数 a 以及 $a-3$ 。（图中标出必要线段的长）



25. 对于实数 a ，我们规定：用符号 $[\sqrt{a}]$ 表示不大于 $\sqrt{a}$ 的最大整数，称 $[\sqrt{a}]$ 为 a 的根整数，例如：

$$[\sqrt{9}] = 3, [\sqrt{10}] = 3.$$

(1) 仿照以上方法计算： $[\sqrt{4}] = \underline{\hspace{2cm}}$ ； $[\sqrt{26}] = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 若 $[\sqrt{x}] = 1$ ，写出满足题意的 x 的整数值 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

如果我们对 a 连续求根整数，直到结果为 1 为止。例如：对 10 连续求根整数 2 次 $[\sqrt{10}] = 3 \rightarrow [\sqrt{3}] = 1$ ，这时候结果为 1。

(3) 对 100 连续求根整数，多少次之后结果为 1，请写出你的求解过程。

(4) 只需进行 3 次连续求根整数运算后结果为 1 的所有正整数中，最大的是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。