

专题 03 中考压轴题思维培II-相似三角形

题型归纳

题型一：辅助线—常用连接两点

题型二：辅助线—常用作垂线

题型三：辅助线—平行线类 (I)

题型四：梯形综合

题型五：辅助线—平行线类 (II)

题型六：分类讨论—给出数量 (关系)

题型七：分类讨论—特殊三角形、相似三角形

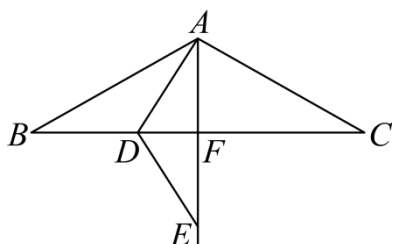
题型八：与其他几何性质综合分析

注：共 16 题；学习背景—三角形一边的平行线+综合分析法解相似三角形综合、强化

题型专练

题型一：辅助线—常用连接两点

1. 已知，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 2\sqrt{3}$ ， $\angle BAC = 120^\circ$ ， $\triangle ADE$ 的顶点 D 在边 BC 上， AE 交 BC 于点 F (点 F 在点 D 的右侧)， $\angle DAE = 30^\circ$ 。



(1) 求证： $\triangle ABF \sim \triangle DCA$ ；

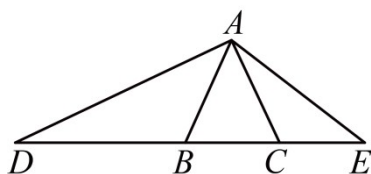
(2) 当 $DF = 1$ 时，求 BD 的长；

(3) 若 $AD = ED$ ，连接 EC ，写出 CE 与 AB 的位置关系，并证明结论。

题型二：辅助线—常用作垂线

2. 如图，已知等腰 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 2$ ，点 D 在 BC 的反向延长线上，且 $DB = 3$ ，点 E 在边 BC 的延

长线上，且 $\angle EAC = \angle D$.



(1)求线段 CE 的长；

(2)求证： $\frac{AC^2}{AE^2} = \frac{BD}{DE}$ ；

(3)当 AC 平分 $\angle BAE$ 时，求线段 AD 的长 .

3. 若一个三角形一条边的平方等于另两条边的乘积，我们把这个三角形叫做比例三角形 .

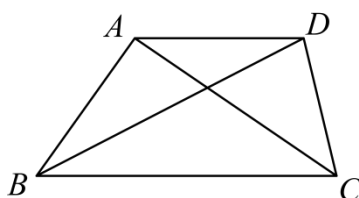


图1

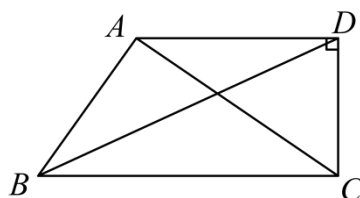


图2

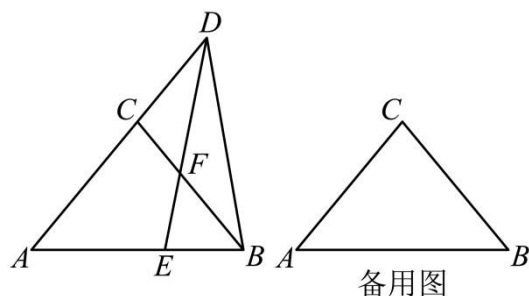
(1)已知 $\triangle ABC$ 是比例三角形， $AB=3, BC=4$ ，请直接写出所有满足条件的 AC 的长；

(2)如图 1，在四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，对角线 BD 平分 $\angle ABC$ ， $\angle BAC = \angle ADC$. 求证： $\triangle ABC$ 是比例三角形；

(3)如图 2，在 (2) 的条件下，当 $\angle ADC = 90^\circ$ 时，求出 $\frac{BD}{AC}$ 的值 .

题型三：辅助线—平行线类 (1)

4. 在 $\triangle ABC$ 中， $AC = BC$. 点 D 是射线 AC 上一点 (不与 A, C 重合)，点 F 在线段 BC 上，直线 DF 交直线 AB 于点 E ， $CD^2 = CF \cdot CB$.



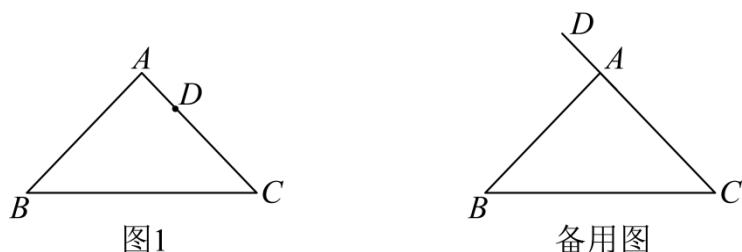
(1)如图，如果点 D 在 AC 的延长线上

①求证： $DE = BD$ ；

②联结 CE ，如果 $CE \parallel BD$ ， $CE = 2$ ，求 EF 的长。

(2) 如果 $DF:DE = 1:2$ ，求 $AE:EB$ 的值。

5. 在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $\angle BAC = 90^\circ$ ，点 D 为直线 AC 上一个动点（点 D 不与点 A ， C 重合），连接 BD ，将线段 BD 绕 D 点逆时针旋转 90° 得线段 DE ，连接 CE ，



(1) 如图 1，若点 D 在线段 AC 上，

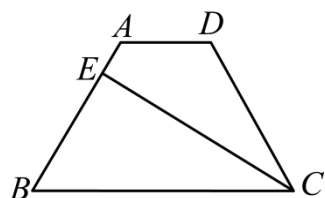
① 依题意补全图 1；

② 用等式表示线段 CB ， CD ， CE 之间的数量关系，并证明

(2) 若点 D 在线段 CA 的延长线上，且 $AD < AC$ ，设 $BC = m$ ， $BD = n$ ，直接写出 CE 的长（用含 m ， n 的式子表示）；

题型四：梯形综合

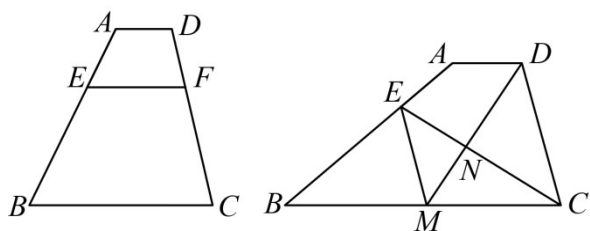
6. 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $BC = 3AD$ ， E 是腰 AB 上的一点，连接 CE 。



(1) 如果 $CE \perp AB$ ， $AB = CD$ ， $BE = 3AE$ ，求 $\angle B$ 的度数；

(2) 设 $\triangle BCE$ 和四边形 $AECD$ 的面积分别为 S_1 和 S_2 ，且 $2S_1 = 3S_2$ ，试求 $\frac{BE}{AE}$ 的值。

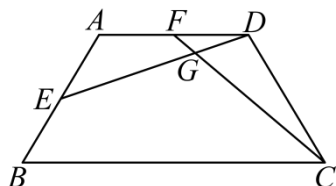
7. 在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， E 在边 AB 上且 $AE = \frac{1}{3}AB$ 。



(1) 如左图，若点 F 在边 CD 上，且 $DF = \frac{1}{3}CD$ ，连结 EF ，求证： $EF \parallel BC$ ；

(2) 如图，已知 $AD = AE = 1$ ，点 M 在边 BC 上，连结 EM 、 DM 、 EC ， DM 与 EC 交于点 N 。若 $BC = 4$ ， $CD^2 = DN \cdot DM$ ， $\angle DMC = \angle CEM$ ，求边 CD 的长。

8. 已知：四边形 $ABCD$ 中， $AB = AD = DC$ ， $\angle B = \angle BCD$ ， E 、 F 分别为 AB 、 AD 中点， DE 、 CF 相交于点 G 。



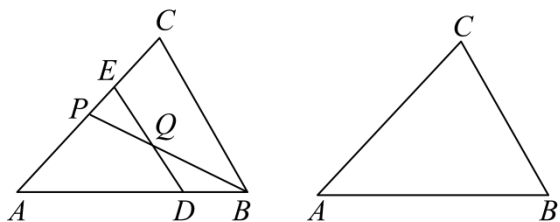
(1) 如图，如果 $AD < BC$ ，求证： $\angle EGC = \angle A$ 。

(2) 当 $\angle A = 120^\circ$ ， $FG = 1$ 时，求 BC 的长；

(3) 当 $\triangle CGD$ 为直角三角形时，线段 AD 与 BC 之间有怎样的数量关系？并说明理由。

题型五：辅助线—平行线类 (II)

9. 如图，已知 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 3$ ， $BC = 2$ ，点 D 是边 AB 上的动点，过点 D 作 $DE \parallel BC$ ，交边 AC 于点 E ，点 Q 是线段 DE 上的点，且 $QE = 2DQ$ ，连接 BQ 并延长，交边 AC 于点 P ，设 $BD = x$ ， $AP = y$ 。



备用图

(1) 求 y 关于 x 的函数解析式及 x 的取值范围；

(2) 当 $\triangle PQE$ 是等腰三角形时，求 BD 的长；

(3) 连接 CQ ，当 $\angle CQB$ 和 $\angle CBD$ 互补时，求 x 的值。

10. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ，点 P 在线段 BC 上， $\angle BPD = \frac{1}{2}\angle ACB$ ， PD 交 BA 于点 D ，过点 B 作 $BE \perp PD$ ，垂足为 E ，交 CA 的延长线于点 F 。

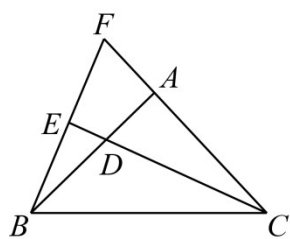


图 1

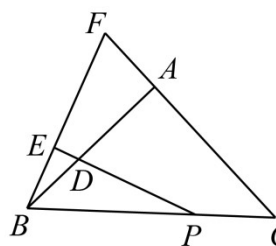


图 2

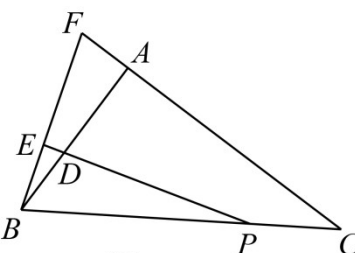


图 3

(1) 如果 $\angle ACB = 45^\circ$,

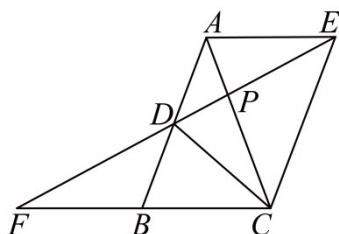
① 如图 1 当点 P 与点 C 重合时, 求证: $BE = \frac{1}{2}PD$;

② 如图 2, 当点 P 在线段 BC 上, 且不与点 B 、点 C 重合时, 问: ① 中的“ $BE = \frac{1}{2}PD$ ”仍成立吗? 请说明你的理由;

(2) 如果 $\angle ACB \neq 45^\circ$, 如图 11, 已知 $AB = n \cdot AC$ (n 为常数), 当点 P 在线段 BC 上, BE 且不与点 B 、点 C 重合时, 请探究 $\frac{BE}{PD}$ 的值(用含 n 的式子表示), 并写出你的探究过程.

题型六：分类讨论—给出数量(关系)

11. 已知: 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 旋转使点 B 落在直线 AB 上的点 D 处, 点 A 落在点 E 处, 直线 DE 与直线 BC 相交于点 F , 射线 AC 与射线 DE 相交于点 P , $BC = 6$.



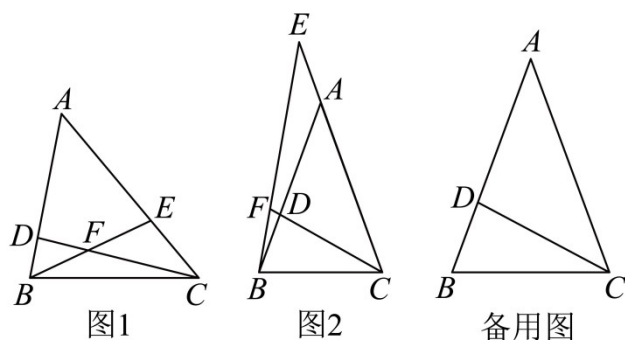
(1) 如图, 连接 AE , 当 $AB > 6$ 时,

求证: ① 四边形 $ADCE$ 是等腰梯形;

② PE 是 PD 与 PF 的比例中项.

(2) 当点 D 与点 A 的距离为 5 时, 求 CP 的长.

12. 已知在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 AB 上, 点 E 在射线 CA 上. 直线 DE 与直线 CD 相交于点 F .



(1) 如图 1, 当点 E 在边 AC 上时, 如果 $\frac{AD}{BD} = \frac{AC}{BF}$, 求证: $EF = EC$;

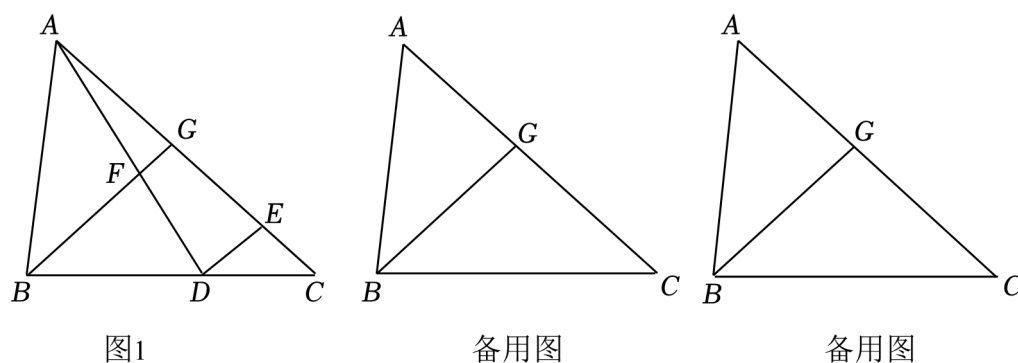
(2) 如果 $AB = AC = \frac{3}{2}BC$, $AD = BC$,

① 如图 2, 当 $EC = 2BC$ 时, 求 $\frac{FB}{FC}$ 的值;

② 填空: 当 $BC = 2$, $AC = 3AE$ 时, 那么 FC 的长为_____.

题型七：分类讨论—特殊三角形、相似三角形

13. 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 2\angle C$, BG 平分 $\angle ABC$, $AB = 8$, $AG = \frac{16}{3}$. 点 D 、 E 分别是边 BC 、 AC 上的点 (点 D 不与点 B 、 C 重合), 且 $\angle ADE = \angle ABC$, AD 、 BG 相交于点 F .



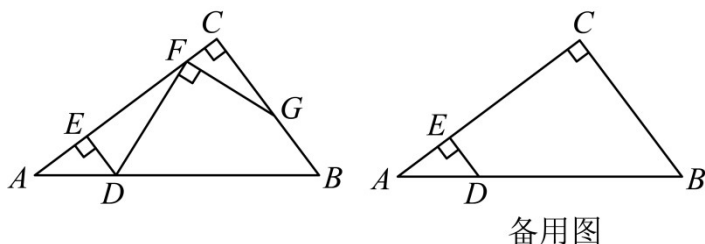
(1) 求 BC 的长;

(2) 如图 1, 如果 $BF = 2CE$, 求 $BF:GF$ 的值;

(3) 如果 $\triangle ADE$ 是以 AD 为腰的等腰三角形, 求 BD 长.

14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 4$, $AB = 5$, 点 D 是 AB 上一点, 且 $\frac{BD}{AB} = \frac{5}{7}$, 过点 D 作

$DE \perp AC$, 垂足为 E , 点 F 是边 AC 上的一个动点, 连接 DF , 过点 F 作 $FG \perp FD$ 交线段 BC 于点 G (不与点 B 、 C 重合).

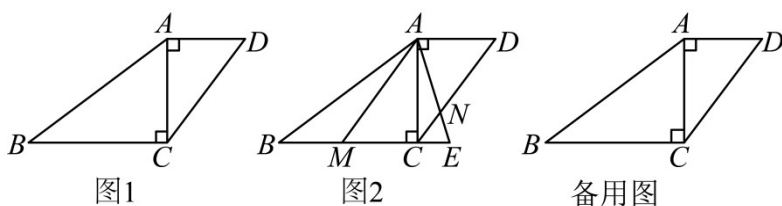


(1)求证： $\triangle FCG \sim \triangle DEF$ ；

(2) 设 $AF = x$, $CG = y$, 求出 y 关于 x 的函数解析式, 并直接写出定义域;

(3) 联结 DG ，若 $\triangle DFG$ 与 $\triangle CFG$ 相似，直接写出 CG 的长度．

15. 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ACD$ 中, $\angle ACB = \angle CAD = 90^\circ$, $BC = 16$, $CD = 15$, $DA = 9$.



(1)求证： $\angle B = \angle ACD$ ；

(2) 已知点 M 为边 BC 上一点 (与点 B 不重合) , 且 $\angle MAN = \angle BAC$, AN 交 CD 于点 N , 交 BC 的延长线于点 E .

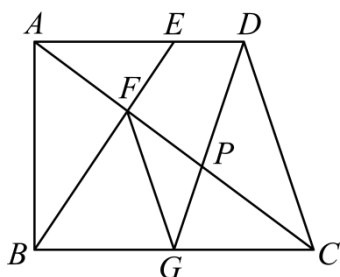
①如图2, 设 $BM = x$, $CE = y$, 求 y 与 x 的函数关系式, 并写出定义域;

②当 $\triangle CEN$ 是以 CN 为腰的等腰三角形时,求 BM 的长.

题型八：与其他几何性质综合分析

16. 如图所示, 已知在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle BAD = 90^\circ$, 点 E 为 AD 边上一点, 且 $AE = 4$, $ED = 2$,

连接 BE 、 AC 交于点 F ，已知 $EF = \frac{1}{2}BF$ ，过点 F 作 CD 的平行线交 BC 于点 G ，连接 DG 交 AC 于点 P 。



(1)求证：点 G 是 BC 的中点；

(2) 如果 $\triangle FPG \sim \triangle FGC$, 求 DG 的长;

(3)如图, 如果 $\angle EDP$ 与 $\angle AFE$ 互补, 求 $\triangle PGC$ 的面积.

