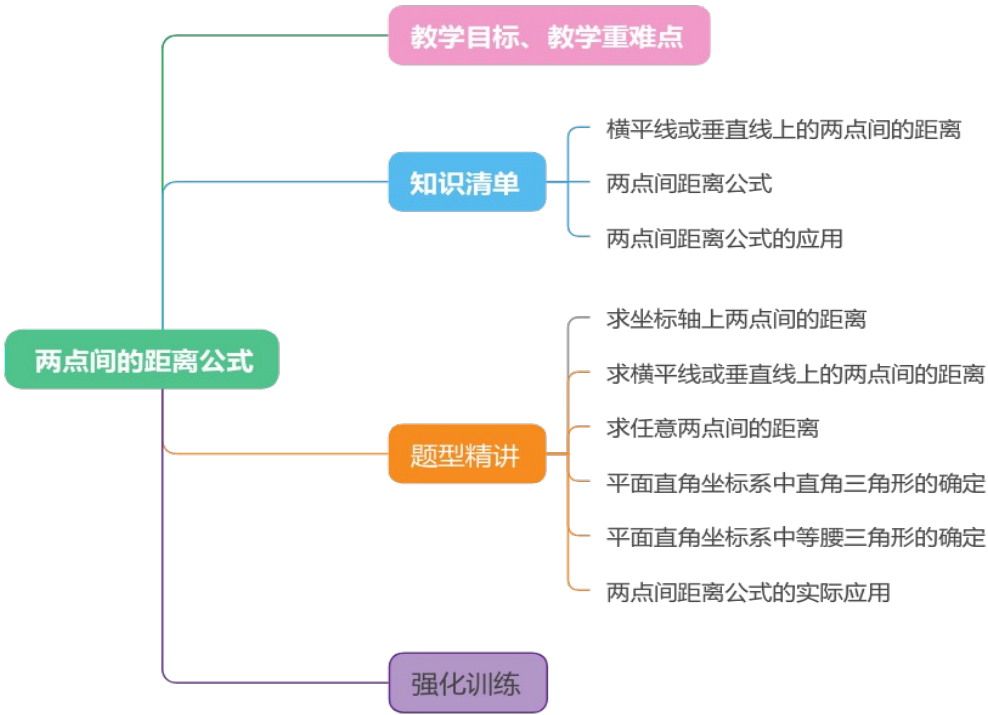


专题 24.2 两点间的距离公式

内容概览



教学目标、教学重难点

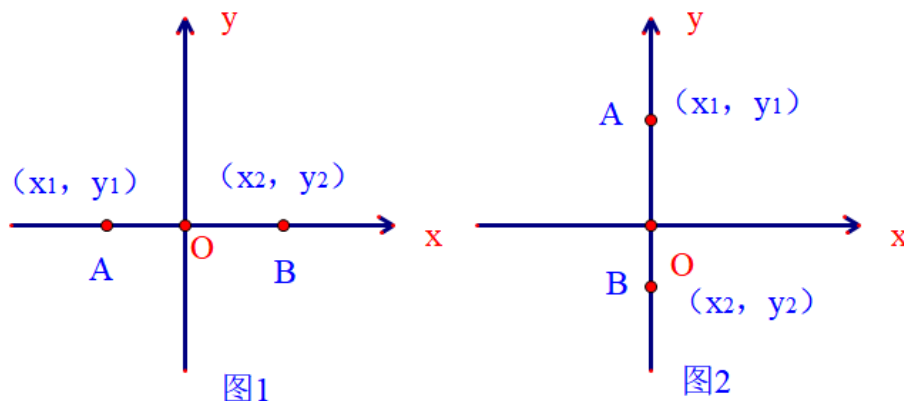
教学目标	1. 理解两点间距离公式的推导过程，明确公式的几何意义，知道公式的由来与勾股定理的内在关联，衔接数轴上两点间距离、平面内平行于坐标轴的两点间距离的已有知识基础； 2. 熟练掌握平面内任意两点间的距离公式，能直接运用公式计算两点间的距离，包括点与原点之间的距离计算； 3.能利用公式解决一些实际问题,初步实现公式的简单应用延伸。
教学重难点	1.重点 理解公式的推导过程，能熟练运用公式求两点间的距离； 2.难点 运用公式解决诸如判定直角三角形、等腰三角形的数学问题，以及建立数学模型解决一些实际问题.

知识清单

知识点 01 横平线和竖直线段上两点间的距离

问题：对于平面直角坐标系中的两点 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ ，如何计算这两点间的距离呢？

1. 坐标轴上两点间的距离

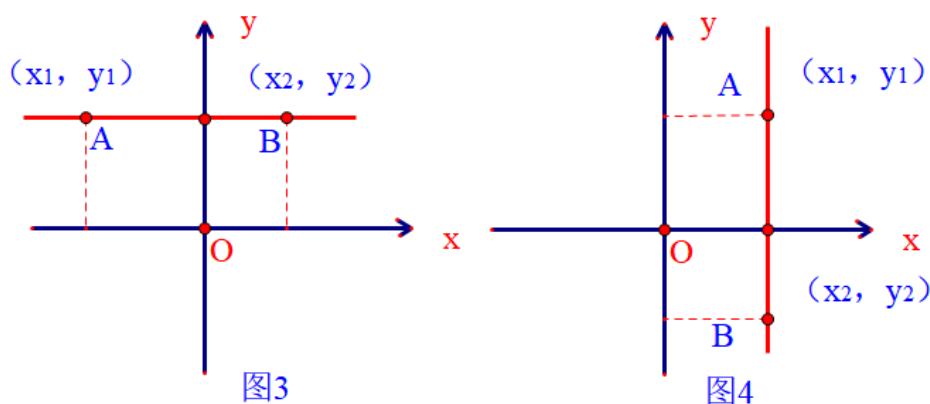


如图 1，图 2 所示

①点 A、B 在 x 轴上， $AB = \underline{\hspace{2cm}}$.

②点 A、B 在 y 轴上， $AB = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 当 AB 平行于 x 轴或 y 轴时



如图 3，图 4 所示

①当 AB 平行于 x 轴时， $AB = \underline{\hspace{2cm}}$.

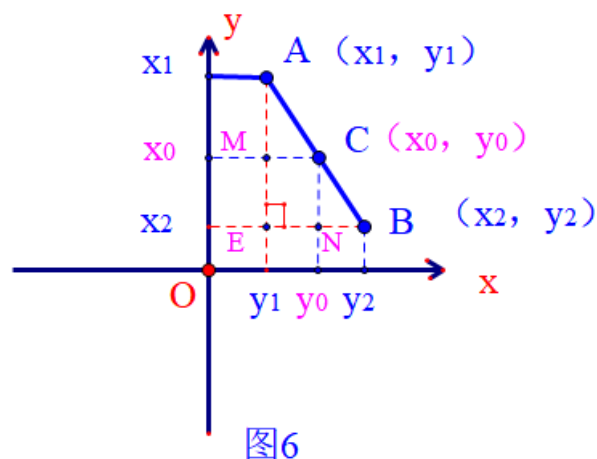
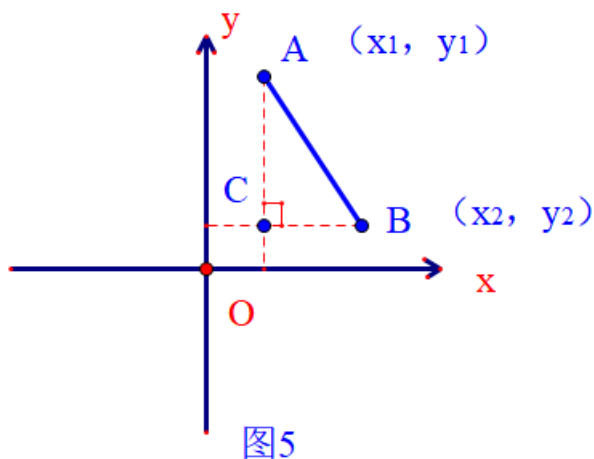
②当 AB 平行于 y 轴时， $AB = \underline{\hspace{2cm}}$.

【即学即练】

在平面直角坐标系中，已知点 $A(-\sqrt{7}, 0)$ 、 $B(\sqrt{7}, 0)$ ，点 C 在 x 轴上，且 $AC + BC = 8$ ，写出满足条件的所有点 C 的坐标_____.

知识点 02 任意两点间的距离

1. 两点间距离公式



如图 5，利用勾股定理可求得两点的距离公式：

$$AB = \sqrt{AC^2 + CB^2} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

2. 线段中点坐标公式

已知线段 AB 的两个端点坐标为 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ ，C 为线段 AB 的中点，则 C 点坐标为($\underline{\hspace{2cm}}$ ， $\underline{\hspace{2cm}}$).

【即学即练】

1. 结合图 6，请推导线段 AB 中点 C 的坐标公式

2. 在平面直角坐标系中，已知点 $A(-\sqrt{7}, 0)$ 、 $B(\sqrt{7}, 0)$ ，点 C 在 y 轴上，且 $AC + BC = 8$ ，写出满足条件的所有点 C 的坐标_____.

知识点 03 两点间距离公式的应用

1. 等腰三角形的判定

2. 直角三角形的判定

3. 在实际生活中的测距问题

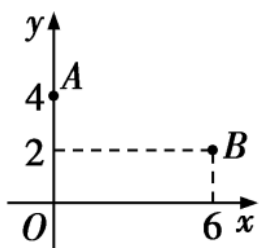
题型精讲

题型 01 横平线或竖直线两点间的距离

【典例 1】若点 $A(x, 0)$ 与 $B(2, 0)$ 的距离为 5, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

【变式 1】已知点 $M(3a-2, a+6)$. $MN \parallel y$ 轴, 且 $MN = 2$, 当 $a = 1$ 时, 写出点 N 的坐标.

【变式 2】如图, A, B 两点的坐标分别为 $(0, 4), (6, 2)$, P 是 y 轴上一点, 且三角形 ABP 的面积为 6, 则点 P 的坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



【变式 3】 A, B 两点的坐标分别为 $(-2, 4), (2, 0)$, 点 P 是 x 轴上一点, 且三角形 ABP 的面积为 6, 则点 P 的坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}$;

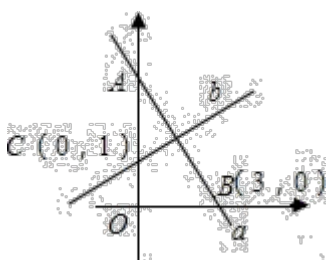
【变式 4】在平面直角坐标系中, $A(0, 1), B(2, 0), C(4, 3)$, 点 P 在 y 轴上, 且 $\triangle ABP$ 与 $\triangle ABC$ 的面积相等, 则点 P 的坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

题型 02 任意两点的距离

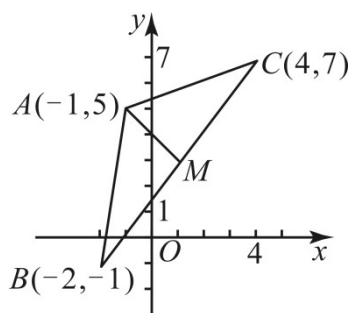
【典例 1】已知直角坐标平面内的两点分别为 $A(-3, 1), B(1, -2)$, 那么 A, B 两点间的距离等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【变式 1】已知 $A(0, 10), A(a, -5)$ 两点之间的距离为 17, 则实数 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

【变式 2】如图, 已知直线 a 与坐标轴分别交于 A, B 两点, 其中点 B 的坐标为 $(3, 0)$, 线段 AB 的垂直平分线 b 交 y 轴于点 $C(0, 1)$, 则 AC 的长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



【变式3】 已知 $\triangle ABC$ 的顶点坐标为 $A(-1,5)$, $B(-2,-1)$, $C(4,7)$, 求 BC 边上的中线 AM 的长.



【变式4】 先阅读一段文字, 再回答下列问题: 已知在平面内两点坐标 $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$, 其两点间距离公式为 $P_1P_2 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$, 同时, 当两点所在的直线在坐标轴上或平行于 x 轴或垂直于 x 轴时, 两点距离公式可简化成 $|x_1 - x_2|$ 或 $|y_2 - y_1|$.

(1) 已知 $A(3, 5)$, $B(-2, -1)$, 试求 A , B 两点的距离;

(2) 已知 A , B 在平行于 y 轴的直线上, 点 A 的纵坐标为6, 点 B 的纵坐标为-4, 试求 A , B 两点的距离;

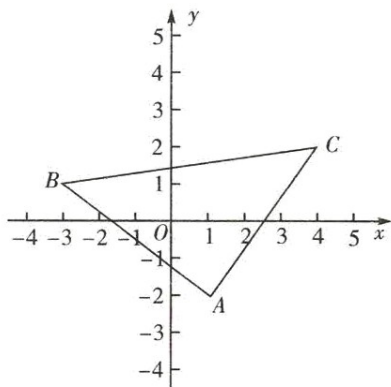
(3) 已知一个三角形各顶点坐标为 $A(0, 6)$, $B(-3, 2)$, $C(3, 2)$, 找出三角形中相等的边? 说明理由.

题型 03 平面直角坐标系中直角三角形的确定

【典例1】 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点 $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$, $C\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, 则 $\triangle ABC$ 为____三角形.

【变式1】 已知 $A(-2, -1)$, $B(4, -1)$, $C(1, 2)$, 判定 $\triangle ABC$ 的形状.

【变式2】 在下面的平面直角坐标系中先描出 $A(1, -2)$ 、 $B(-3, 1)$ 、 $C(4, 2)$, 然后顺次连接三点, 求 $\triangle ABC$ 面积.



【变式3】 已知点 $A(0,2)$ 、 $B(-3,-2)$ 、 $C(a,b)$ ，若点 C 在 x 轴上，且 $\angle ACB = 90^\circ$ ，则点 C 坐标为_____.

【变式4】 点 P 在 y 轴上， $A(4,1)$ 、 $B(1,4)$ ，如果 $\triangle ABP$ 是直角三角形，求点 P 的坐标.

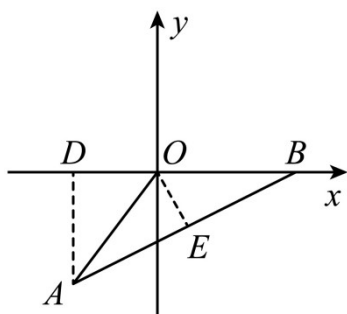
题型 04 平面直角坐标系中等腰三角形的确定

【典例1】 在平面直角坐标系中，已知点 $A(-3,0)$ ，点 $B(0,4)$ ，点 C 是 x 轴上一点，若 $\triangle ABC$ 是等腰三角形，试求点 C 的坐标.

【变式1】 已知一个三角形各顶点坐标为 $A(-1,3)$ 、 $B(0,1)$ 、 $C(2,2)$ ，请判定此三角形的形状，并说明理由.

【变式3】 已知 $A(4,3)$ ， $O(0,0)$ ，在坐标轴上求点 B ，使 $\triangle AOB$ 是等腰三角形.

【变式4】 如图，已知点 A 的坐标为 $(-3, -4)$ ，点 B 的坐标为 $(5, 0)$.



(1)求证： $OA = OB$.

(2)求 $\triangle AOB$ 的面积.

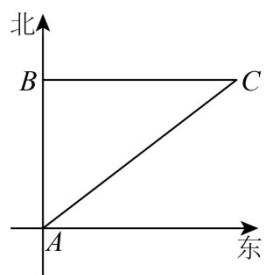
(3)求原点 O 到 AB 的距离.

题型 05 两点距离公式的实际应用

【典例1】 海边有一个用于检测海面上船只位置的检测点.以此检测点为原点，分别以正东、正北方向为 x 轴、 y 轴正方向，以 1km 为单位长度建立平面直角坐标系.已知某一时刻甲、乙两艘船的坐标分别为 $(50,20)$ 、 $(70,40)$ ，求此时两船的距离并描述乙船相对于甲船的位置.

【变式1】 如图所示.李明从家出发向正北方向走了 1200 米.接着向正东方向走到离家 2000 米远的地方.这时.以家为原点，分别以正东、正北方向为 x 轴、 y 轴正方向，以 400m 为单位长度建立平面直角坐标系.李

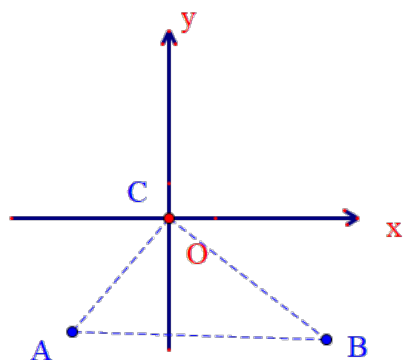
明现在的坐标位置是_____



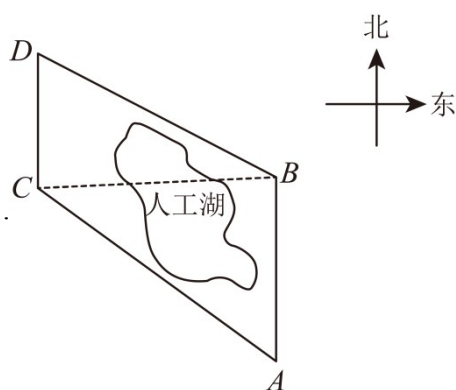
【变式2】欢欢家在市体育馆向东走 1000m,再向北走 2000m 处；小华家在市体育馆向南走 500m,再向西走 1500m 处.以市体育馆所在位置为原点，分别以正东、正北方向为 x 轴、 y 轴正方向，以 500m 为单位长度建立平面直角坐标系.

- (1)根据要求画出平面直角坐标系，在坐标系中分别标出欢欢家和小华家所在的位置，并写出坐标；
- (2)计算欢欢家和小华家的距离；
- (3)描述小华家相对于欢欢家的位置.

【变式3】如图，有一台风中心沿东西方向以每小时 20km 的速度由 A 向 B 移动，已知点 C 为一海港，以 C 所在位置为原点，分别以正东、正北方向为 x 轴、 y 轴正方向，以 50km 为单位长度建立平面直角坐标系.经测量，A 点坐标为 $(-90,-120)$ B 点坐标为 $(160, -120)$ ，以台风中心为圆心周围 125km 及以内的地区会受到影响.请通过计算说明海港 C 会不会受台风影响？如果会，受影响的时间是多少？



【变式4】如图是小晨在公园里跑步的路线图，从点 A 到点 D 有两条路线，分别是 $A \rightarrow B \rightarrow D$ 和 $A \rightarrow C \rightarrow D$. 已知 $AB = 90\text{m}$ ， $AC = 150\text{m}$ ，点 C 在点 B 的正西方 120m 处，点 D 在点 C 的正北方 30m 处.若以 B 点为坐标原点，分别以正东、正北方向为 x 轴、 y 轴正方向，以 3m 为单位长度建立平面直角坐标系



- (1)画出直角坐标系，写出A、C、D三点的坐标；
 (2)请你通过计算比较这两条路线中哪条路线更长？

强化训练

一、单选题

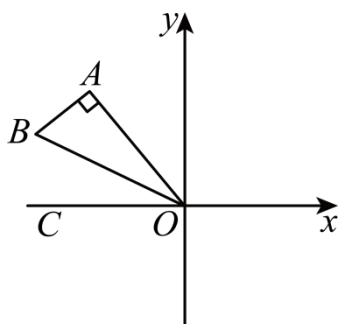
- 在直角坐标系 xOy 中，已知点 $A(0,2)$ 、 $B(1,3)$ ，则线段 AB 的长度是（ ）.

A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2
- 在已知点 $M(3, -4)$ ，在 x 轴上有一点与 M 的距离为5，则该点的坐标为（ ）

A. $(6, 0)$ B. $(0, 1)$ C. $(0, -8)$ D. $(6, 0)$ 或 $(0, 0)$
- 在平面直角坐标系中，已知 $A(1,0)$ 、 $B(3,3)$ 、 $C(0,2)$ ，则 $\triangle ABC$ 的三边长 a 、 b 、 c 的大小关系是（ ）.

A. $a < b < c$ B. $c < a < b$ C. $c < b < a$ D. $b < a < c$
- 点 P 在第三象限内， P 到 x 轴的距离与到 y 轴的距离之比为2:1，到原点的距离为 $\sqrt{5}$ ，则点 P 的坐标为（ ）

A. $(-1,2)$ B. $(-2,-1)$ C. $(-1,-2)$ D. $(1,-2)$
- 如图，在平面直角坐标系 xOy 中， $\angle A = 90^\circ$ ， $AB = 3$ ，点 C 是 x 轴负半轴上的一点， OB 平分 $\angle AOC$ ，则点 $B(1-3a, a+1)$ 关于 x 轴的对称点是（ ）



- A. $(-4, -2)$ B. $(-5, -2)$ C. $(5, 3)$ D. $(-5, -3)$

6. 已知 $A(2, 5)$, $B(-3, -5)$, $C(-1, -1)$, 则这三点的位置关系是 ()

- A. 是直角三角形的顶点 B. 在同一条直线上
C. 是等边三角形的顶点 D. 以上都不对

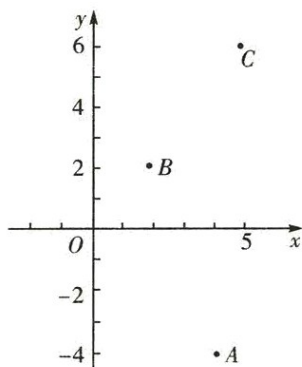
二、填空题

7. 若 $A(8, 4)$ 和点 $B(5, k)$ 间的距离是 5, 则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.
8. 已知点 A、B 都在 x 轴上, 点 $A(-3, 0)$, $AB=6$, 则点 B 的坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
9. 已知一个三角形各顶点坐标为 $A(0, 6)$ 、 $B(-3, 2)$ 、 $C(3, 2)$, 则此三角形为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
10. 在平面直角坐标系中, 坐标轴上到点 $P(-6, 8)$ 的距离等于 10 的点共有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个.

三、解答题

11. 已知点 P 是 y 轴上的一点, 它与点 $A(-9, 3)$ 之间的距离是 15, 求点 P 的坐标.

12. 在平面直角坐标系中, O 为原点.



(1) 点 A 的坐标为 $(3, -4)$, 求线段 OA 的长;

(2) 点 B 的坐标为 $(2,2)$ ，点 C 的坐标为 $(5,6)$ ，求线段 BC 的长.

13. 小亮在网上搜索到下面的文字材料：在 x 轴上有两个点它们的坐标分别为 $(a,0)$ 和 $(c,0)$ ，则这两个点所成的线段的长为 $|a-c|$ ；同样，若在 y 轴上的两点坐标分别为 $(0,b)$ 和 $(0,d)$ ，则这两个点所成的线段的长为 $|b-d|$ 。如图1，在直角坐标系中的任意两点 P_1, P_2 ，其坐标分别为 (a,b) 和 (c,d) ，分别过这两个点作两坐标轴的平行线，构成一个直角三角形，其中直角边 $P_1Q = |a-c|$ ， $P_2Q = |b-d|$ ，利用勾股定理可得：线段 P_1P_2 的长为 $\sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2}$ 。

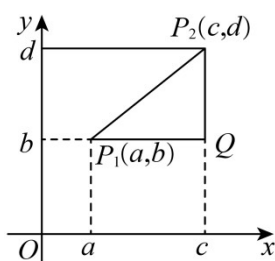
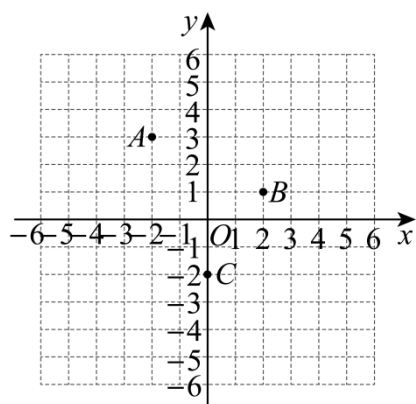


图1

根据上面材料，回答下面的问题：

- (1) 在平面直角坐标系中，已知 $A(3,2)$ ， $B(4,5)$ 则线段 AB 的长为_____；
- (2) 若点 C 在 y 轴上，点 D 的坐标是 $(4,0)$ ，且 $CD=5$ ，则点 C 的坐标是_____；
- (3) 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点坐标分别为 $A(1,3)$ ， $B(3,0)$ ， $C(-2,1)$ ，请判断 $\triangle ABC$ 的形状，并说明理由。

14. 如图所示，在平面直角坐标系中，已知三点 A, B, C 。



- (1) 点 A 的坐标为_____，点 C 的坐标为_____。
- (2) 点 A, B 两点的距离是_____；

(3)已知点 P 为 y 轴上一点，若 $S_{\triangle ACP} = 5$ 时，求点 P 的坐标.

15. 在平面直角坐标系中，有 $A(-2, a+1)$ ， $B(a-1, 4)$ ， $C(b-4, 3b)$ 三点.

(1)当点 C 在 y 轴上时，则 b 的值为_____；

(2)当 $AB \parallel x$ 轴时，求 A ， B 两点间的距离；

(3)在 (1)、(2) 的条件下，若点 P 是 y 轴上一点，且 $S_{\triangle ABP} = S_{\triangle ABC}$ ，求点 P 的坐标.

16. 甲乙两船同时离开港口，各自沿固定方向航行，甲船每小时航行 16 海里，乙船每小时航行 12 海里，航行 1.5 小时后两船相距 30 海里，若以港口为坐标原点，分别以正东、正北方向为 x 轴、 y 轴正方向，以 5 海里为单位长度建立平面直角坐标系，如果知道甲船沿东北方向航行，请你用足够理由说明乙船沿哪个方向航行，并计算出行驶 1.5 小时后两船位置的坐标.