

第12章 因式分解 单元测试卷·强化卷

(考试时间：100分钟 试卷满分：150分)

一、选择题：(本大题共10题，每题4分，共40分.下列各题四个选项中，有且只有一个选项是正确的.)

1. 下列等式由左到右的变形是因式分解的是 ()

A. $x^2 + 2x - 1 = x(x+2) - 1$

B. $(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$

C. $6x^2y^3 = 2x^2 \cdot 3y^3$

D. $x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2$

2. 若一个多项式因式分解的结果是 $b(b^2+2)$ ，则这个多项式为 ()

A. $b^2 - 4$

B. $4 - b^3$

C. $b^3 + 2$

D. $b^3 + 2b$

3. 下列多项式中能用平方差公式分解因式的是 ()

A. $a^2 - 2a + 1$

B. $a^2 - 4$

C. $a^2 - a$

D. $a^2 - 4a$

4. 把多项式 $8a^3b^2 + 12ab^3c$ 分解因式，应提取的公因式是 ()

A. $4ab$

B. $4ab^2$

C. $4a^2b$

D. $4a^2b^2$

5. 已知多项式 $2x^2 + kx - 3$ 可分解为 $(2x-1)(x+3)$ ，则 k 的值为 ()

A. 1

B. -1

C. 5

D. -5

6. 甲、乙两人对多项式 $a^2b - 4b$ 分解因式的过程如图所示，下列说法正确的是 ()

甲	$a^2b - 4b = b(a^2 - 4)$
乙	$a^2b - 4b = b(a-2)(a+2)$

A. 甲、乙的都正确

B. 甲、乙的都不正确

C. 只有甲的正确

D. 只有乙的正确

7. 分解因式 $x^2 + ax + b$ 时，李想同学看错了 a 的值，分解的结果是 $(x+6)(x-1)$ ，王敏同学看错了 b 的值，

分解的结果是 $(x-2)(x+1)$ ，那么正确的分解因式的结果是 ()

A. $(x+6)(x-1)$

B. $(x-3)(x+2)$

C. $(x-6)(x+1)$

D. $(x-2)(x+3)$

8. 已知 $a-b=3$ ， $a-c=-4$ ，则代数式 $a^2 - ac - ab + bc$ 的值为 ()

A. -4

B. -3

C. -12

D. 4

9. 要使 $x^2 + mx - 6$ 能在有理数的范围内因式分解，则整数 m 的值有 ()

A. 2 个

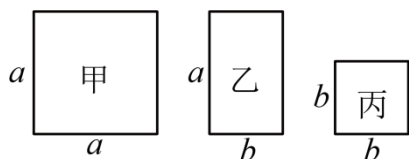
B. 3 个

C. 4 个

D. 5 个

10. 如图，有甲、丙两种正方形和乙一种长方形纸片若干张 ($a > b$)。若选取 4 张甲种纸片、12 张乙种纸片、

9 张丙种纸片拼成一个正方形，则这个正方形的边长为 ()



A. $2a+3b$

B. $3a+2b$

C. $2a-3b$

D. $3a-2b$

二、填空题 (本题共 8 小题， 每小题 4 分， 共 32 分.)

11. 因式分解： $a^2 - 4a =$ _____.

12. 因式分解： $a^2 - 5a - 6 =$ _____.

13. 分解因式： $ab^2 - 2ab + a =$ _____.

14. 把 $a(m-n) + 4(n-m)$ 提公因式后一个因式是 $m-n$ ，则另一个因式是_____.

15. 因式分解： $81x^4 - 1 =$ _____.

16. 因式分解： $a^2 - b^2 - 2a - 2b =$ _____.

17. 如果 $x - 2y + 2 = 0$ ，那么 $\frac{1}{4}x^2 - xy + y^2 - 3 =$ _____.

18. 已知 $P = 2x^2 + 4y + 13$ ， $Q = x^2 - y^2 + 6x - 1$ ，则代数式 P ， Q 的大小关系是_____.

三、解答题：（本大题共 10 题，共 78 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.）

19. 将下列各式进行因式分解.

(1) $xy^2 - 4x$ ；

(2) $3x^2 - 18xy + 27y^2$ ；

(3) $a^2(x-y) + 4(y-x)$ ；

(4) $9a^2(x+2y) - x - 2y$.

20. 因式分解

(1) $9(m+n)^2 - 3(m-n)(m+n)$.

(2) $-4x^3 + 16x^2 - 16x$.

(3) $x^2 - 9y^2 + 9 - 6x$.

(4) $(x^2 - 4x)^2 - 8(x^2 - 4x) - 48$.

21. 因式分解：

(1) $x^4 - 16$ ；

(2) $x^2yz + xyzr + yz - xy^2 - xz^2 - z^2r$.

22. 分解因式： $x^3 - 4x^2y + 4xy - x$.

23. 已知 $x + 2y = 6$, $xy = 4$, 求 $2x^2y + 4xy^2 + x^2 - 4y^2$ 的值 .

24. 先化简，再求值： $(x^2 + 5x - 10)(x - 2) - (x - 2)^2(x + 1)$, 其中 $x = \frac{2}{3}$.

25. 已知数 a 、 b 、 x 、 y 满足 $a + b = x + y = 2$, $ax + by = 5$, 求 $(a^2 - b^2)(x^2 - y^2)$ 的值 .

26. 阅读下列解答过程：

已知二次三项式 $x^2 - 4x + m$ 有一个因式是 $x + 3$, 求另一个因式及 m 的值 .

解：设另一个因式为 $x + a$

则 , $x^2 - 4x + m = (x + 3)(x + a) = x^2 + ax + 3x + 3a = x^2 + (a + 3)x + 3a$,

$$\therefore \begin{cases} a + 3 = -4 \\ 3a = m \end{cases} , \therefore \begin{cases} a = -7 \\ m = -21 \end{cases}$$

$\therefore$ 另一个因式为 $x - 7$, m 的值为 -21 .

请依照以上方法解答下面问题：

已知二次三项式 $x^2 + 5x + k$ 有一个因式是 $x - 2$, 求另一个因式及 k 的值 .

27. 如果一个正整数能表示为两个连续偶数的平方差，那么称这个正整数为“友好数”，如：

$4 = 2^2 - 0^2, 12 = 4^2 - 2^2, 20 = 6^2 - 4^2$. 因此 4 , 12 , 20 都是“友好数” .

(1) 28 和 2012 这两个数是友好数吗？为什么？

(2) 设两个连续偶数为 $2n+2$ 和 $2n$, (其中 n 取非负整数) , 由这两个连续偶数构成的友好数是 4 的倍数吗？

为什么？

28 . 【阅读材料】 19 世纪的法国数学家苏菲·热门给出了一种分解因式 $x^4 + 4$ 的方法：他抓住了该式只有两

项，而且属于平方和 $(x^2)^2 + 2^2$ 的形式，要使用公式法就必须添一项 $4x^2$ ，随即将此项 $4x^2$ 减去，即可得

$$x^4 + 4 = x^4 + 4x^2 + 4 - 4x^2 = (x^2 + 2)^2 - 4x^2 = (x^2 + 2)^2 - (2x)^2 = (x^2 + 2 + 2x)(x^2 + 2 - 2x)$$
，人们为了纪念苏菲·

热门给出的这一解法，就把它叫做“热门定理” .

【知识应用】 (1) 利用“热门定理”把 $m^4 + 64$ 分解因式 .

【知识迁移】 热门定理的本质是构造完全平方，用的是“添项”的方法，对于超过两项的多项式，也可以采

取“添项”的方法，先添项再减去这项，构造完全平方进行分解 . 例如对于二次三项式 $x^2 + 2xa - 3a^2$ ，可以

先加上一项 a^2 ，使它与 $x^2 + 2xa$ 的和成为一个完全平方式，再减去 a^2 ，整个式子的值不变，于是有

$$x^2 + 2xa - 3a^2 = (x^2 + 2xa + a^2) - a^2 - 3a^2 = (x + a)^2 - 4a^2 = (x + a)^2 - (2a)^2 = (x + 3a)(x - a)$$
，像这样的方法统称

为“配方法” .

(2) 请利用“配方法”分解因式：

① $m^2 - 10m + 16$;

② $a^4 + a^2 + 1$.