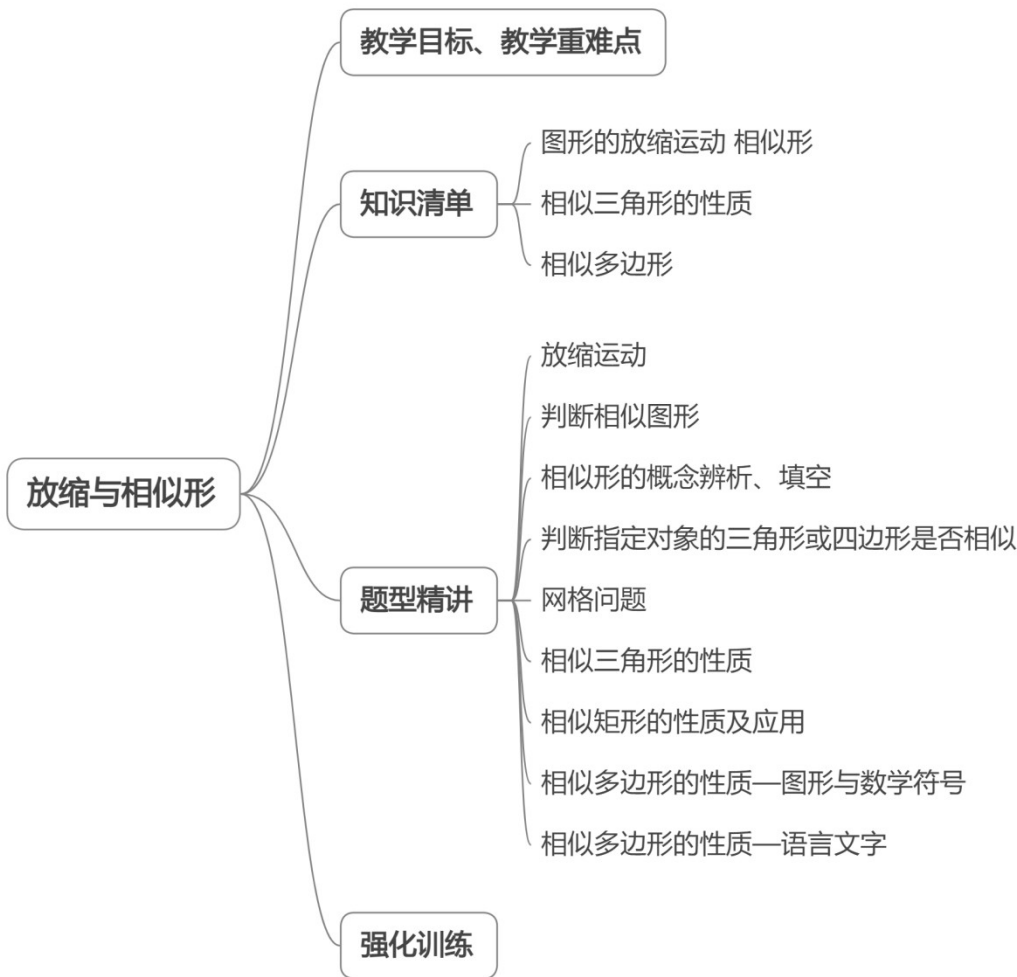


专题 24.1 放缩与相似形

内容概览



教学目标、教学重难点

教学目标	1.了解放缩运动的特点； 2.能通过生活中的实例认识图形的相似，能通过观察直观地判断两个图形是否相似； 3.掌握相似多边形的性质； 4.会判断指定对象的三角形或四边形是否相似。
教学重难点	1.重点 (1)由放缩运动指出图形的大小不同，但形状相同；

	(2) 相似形的概念，会辨析两个图形是否属于相似形； (3) 掌握相似多边形的性质并学会应用； 2. 难点 (1) 判断指定对象的三角形或四边形是否相似； (2) 相似多边形的性质的综合应用。
--	---

知识清单

知识点1 图形的放缩运动 相似形

1. 大小不同、形状相同的图形

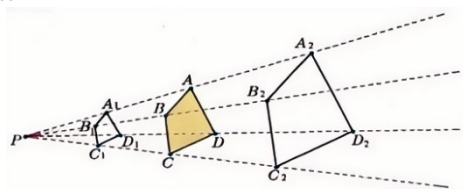
①如右图所示，左侧的两面规格不同的五星红旗，旗上的五角是有大有小，但形状相同；右侧的两个圆，这两个圆的大小不同，但形状相同。

②日常生活中，可以看到许多像这样形状相同、大小不一定相同的图形。

2. 图形的放缩运动

①对于左图中的三个四边形，通常可以说，缩小四边形 $ABCD$ ，得到四边形 $A_1B_1C_1D_1$ ；放大四边 $ABCD$ ，得到四边形 $A_2B_2C_2D_2$ 。

②图形的放大或缩小，称为图形的放缩运动。将一个图形放大或缩小后，就得到与它形状相同的图形。图中，四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 和四边形 $A_2B_2C_2D_2$ 都与四边形 $ABCD$ 形状相同。



3. 相似形

①相似形：我们把形状相同的两个图形说成是相似的图形，或者就说是相似形。

②相似的图形，它们的大小不一定相同。对于大小不同的两个相似形，可以看作大的图形由小的图形放大而得到，或小的图形由大的图形缩小而得到。

③对于大小相同的两个相似形，它们可以重合这时它们是全等形。

【即学即练】

1. 对一个图形进行放缩时，下列说法中正确的是 ()

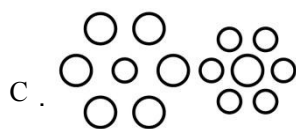
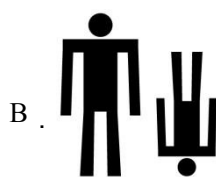
A. 图形中线段的长度与角的大小都保持不变

B. 图形中线段的长度与角的大小都会改变

C. 图形中线段的长度保持不变、角的大小可以改变

D. 图形中线段的长度可以改变、角的大小保持不变

2. 下列图标中，不是相似图形的是 ()



知识点 2 相似三角形的性质

1. 两个三角形是相似形：如图 24-4, $\triangle A_1B_1C_1$ 是 $\triangle ABC$ 通过放大后得到的图形，这两个三角形的形状相同，它们是相似形。

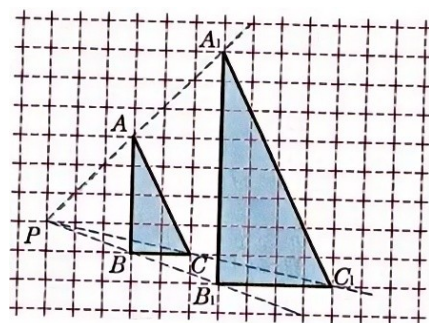


图 24 - 4

2. 相似三角形的性质

①问题：对 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A_1B_1C_1$ 进行观察和测量，可以发现 $\angle A_1$ 与 $\angle A$ 、 $\angle B_1$ 与 $\angle B$ 、 $\angle C_1$ 与 $\angle C$ 分别有怎样的大小关系？ A_1B_1 与 AB 、 B_1C_1 与 BC 、 A_1C_1 与 AC 这三组边的长度的比值之间有怎样的大小关系？

②通过测量及计算，可以得： $\angle A_1$ 与 $\angle A$ 、 $\angle B_1$ 与 $\angle B$ 、 $\angle C_1$ 与 $\angle C$ 对应相等；

$$\frac{A_1B_1 \text{ 的长度}}{AB \text{ 的长度}} = \frac{B_1C_1 \text{ 的长度}}{BC \text{ 的长度}} = \frac{A_1C_1 \text{ 的长度}}{AC \text{ 的长度}}$$

③相似三角形的性质一：相似三角形对应角相等

④相似三角形的性质二：相似三角形对应边的长度成比例

在上述问题中，由各组边的长度的对应比值相等，可知这两个三角形的边的长度对应成比例。

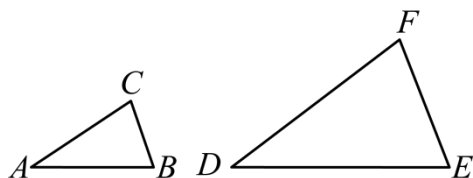
⑤ $\triangle ABC$ 放大为 $\triangle A_1B_1C_1$ 后， $\triangle ABC$ 的角的大小不变，而它的各边“同样程度”地放大了。我们说 $\triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle ABC$ 的形状相同，就是指它们的角对应相等，边的长度对应成比例。

⑥**相似符号**： $\triangle ABC$ 、 $\triangle A_1B_1C_1$ 这两个三角形相似，用符号来表示，记作

$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$ ，符号“ $\sim$ ”读作“相似于”。

【即学即练】

1. 如图，已知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ，若 $\angle A = 35^\circ$ ， $\angle C = 75^\circ$ ，则 $\angle E$ 的度数为（ ）



A. 65°

B. 70°

C. 80°

D. 85°

2. 已知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ， $BC = 3$ ， $EF = 2$ ， $AC = 12$ ，求 DF 的长。

知识点3 相似多边形

1. 相似多边形

一般来说，两个多边形是相似形，就是说它们同为 **n 边形** 而且 **形状相同**。也就是这两个多边形的角对应相等，边的长度对应成比例。

如果四边形 $ABCD$ 与四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 相似，且点 A 、 B 、 C 、 D 分别与点 A_1 、 B_1 、 C_1 、 D_1 对应，则记作：“四边形 $ABCD \sim$ 四边形 $A_1B_1C_1D_1$ ”。

2. 相似多边形的性质

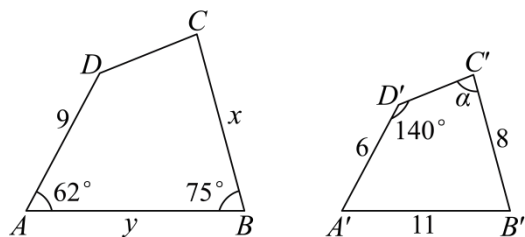
根据多边形相似的含义，得到：

①如果两个多边形是相似形，那么这两个多边形的**对应角相等**，**对应边的长度成比例**。

②当两个相似的多边形是**全等形**时，它们的对应边的长度的**比值都是1**。

【即学即练】

1. 如图，四边形 $ABCD \sim$ 四边形 $A'B'C'D'$.

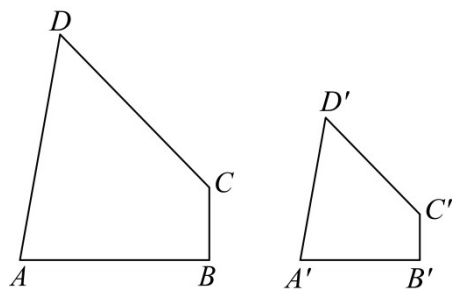


(1) $\alpha =$ _____ ;

(2) 求边 x , y 的长度 .

2. 如图，四边形 $ABCD \sim$ 四边形 $A'B'C'D'$, $AB \perp BC$, $\angle A = 80^\circ$, $\angle D' = 55^\circ$, 则 $\angle C$ 的

度数为 ()



A . 125°

B . 135°

C . 115°

D . 120°

3. 下列命题中，错误的是 ()

A . 两个含有 120° 角的等腰三角形一定相似

B . 两个矩形一定相似

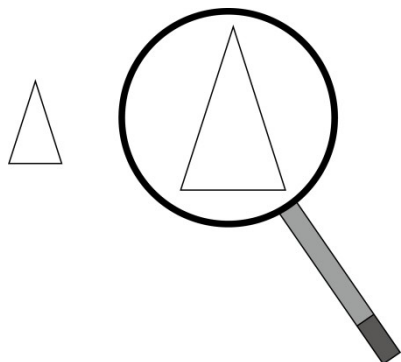
C . 两个等边三角形一定相似

D . 两个正方形一定相似

题型精讲

题型 01 放缩运动

【典例 1】．如图，将图形用放大镜放大，应该属于()．



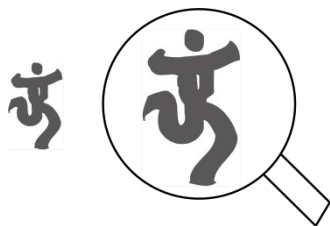
- A．平移变换 B．相似变换 C．旋转变换 D．对称变换

【变式 1】．将图形甲通过放大得到图形乙，那么在图形甲与图形乙的对应量中，没有被

放大的是()

- A．边的长度 B．图形的周长 C．图形的面积 D．角的度数

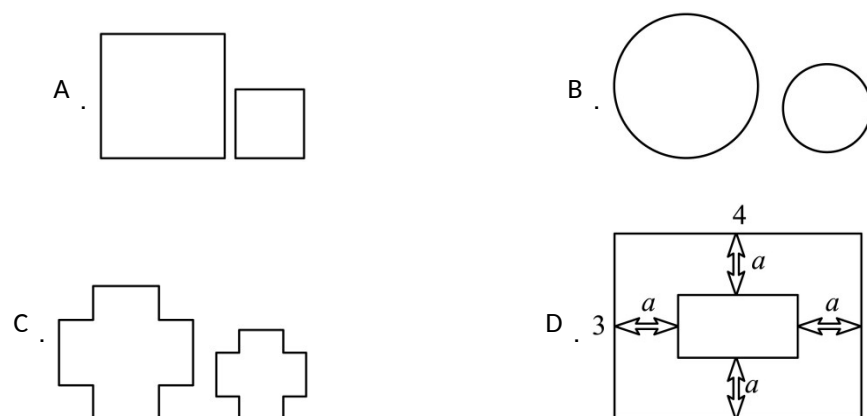
【变式 2】．如图，用放大镜将图形放大，应属何种变换()



- A．相似变换 B．平移变换 C．旋转变换 D．对称变换

题型 02 判断相似图形

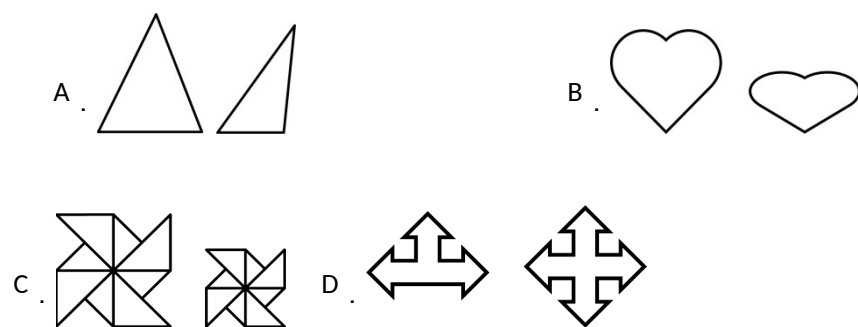
【典例 1】．下列每个选项的两个图形，不是相似图形的是()



【变式1】 . 下列说法不正确的是 ()

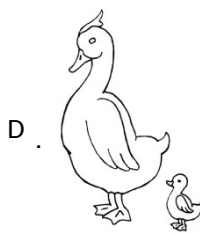
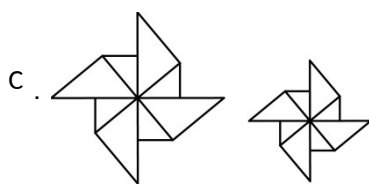
- A. C929 客机模型与 C929 客机相似
- B. 用放大镜看到的图形与原图形相似
- C. 亮亮 4 岁时的照片与 16 岁时的照片相似
- D. 一棵树与它在水中的倒影相似

【变式2】 . 下面几对图形中，相似的是 ()



【变式3】 . 下面几对图形中，相似的是 ()





题型 03 相似形的概念辨析、填空

【典例 1】 . 下列关于“相似形”的说法中正确的是 ()

- A . 相似形形状相同、大小不同 B . 图形的放缩运动可以得到相似形
- C . 对应边成比例的两个多边形是相似形 D . 相似形是全等形的特例

【变式 1】 . 相似的两个图形，它们的大小_____ (填“一定”，“不一定”，“一定不”)相同 .

题型 04 判断指定对象的三角形或四边形是否相似

【典例 1】 . 下列选项中的两个图形一定相似的是 ()

- A . 两个平行四边形 B . 两个正方形 C . 两个菱形 D . 两个等腰三角形

【变式 1】 . 下列说法正确的个数有 ()

- ①所有正方形都相似； ②所有的矩形都相似； ③所有的菱形都相似； ④所有的等腰三角形都相似 .

- A . 1 个 B . 2 个 C . 3 个 D . 4 个

【变式 2】 . 下列命题中，错误的是 ()

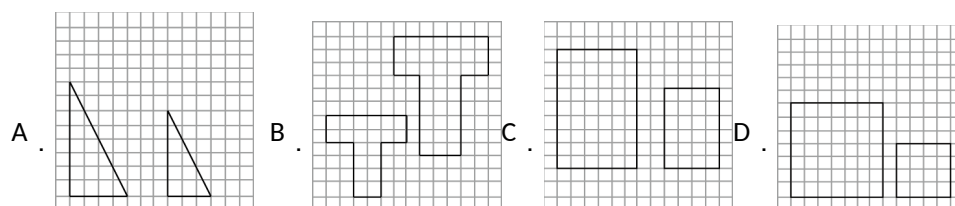
- A. 两个含有 120° 角的等腰三角形一定相似 B. 两个矩形一定相似
- C. 两个等边三角形一定相似 D. 两个正方形一定相似

【变式3】 . 下列选项中的两个图形一定相似的是 ()

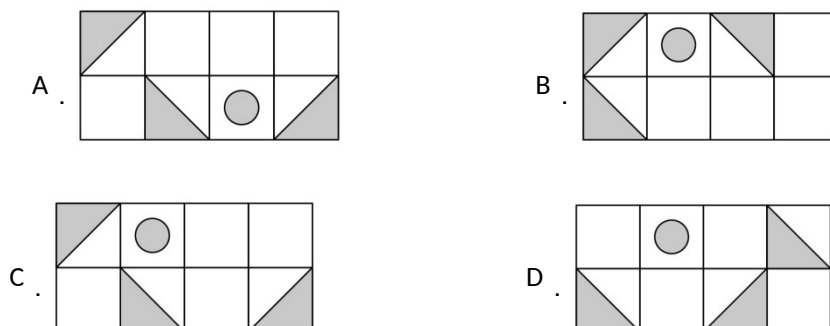
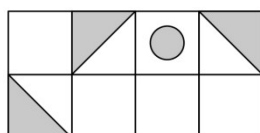
- A. 两个等边三角形 B. 两个矩形 C. 两个菱形
- D. 两个等腰梯形

题型 05 网格问题

【典例1】 . 下列各组中两个图形不相似的是 ()

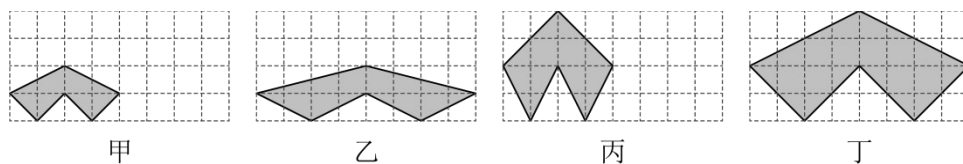


【变式1】 . 下列和如图相似的图形是 ()



【变式2】 . 如图，下列网格中各个小正方形的边长均为 1 个单位长度，阴影部分的图形

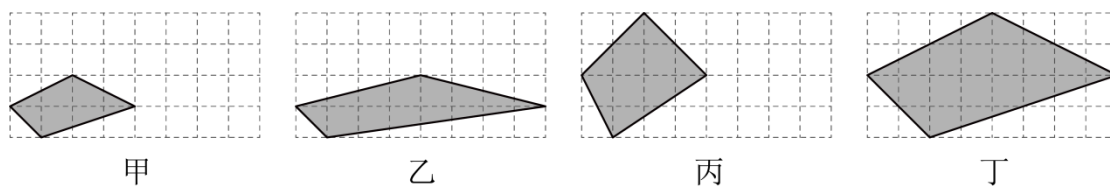
分别记作甲、乙、丙、丁，其中是相似图形的为 ()



- A. 甲和乙 B. 甲和丙 C. 甲和丁 D. 乙和丙

【变式3】 . 下列网格中各个小正方形的边长均为¹，阴影部分图形分别记作甲、乙、丙、

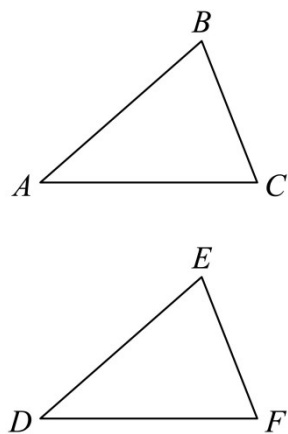
丁，其中是相似形的为 ()



- A. 甲和乙 B. 乙和丁 C. 甲和丙 D. 甲和丁

题型 06 相似三角形的性质

【典例1】 . 如图，若 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ， $\angle A = 40^\circ$ ，则 $\angle D$ 的度数是 ()



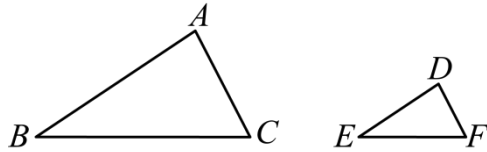
A . 30°

B . 40°

C . 70°

D . 110°

【变式 1】 . 如图， $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ，且 $\angle A = 83^\circ$ ，则 $\angle D$ 的度数是 ()



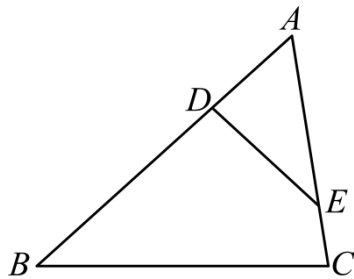
A . 37°

B . 83°

C . 120°

D . 60°

【变式 2】 . 如图， $\triangle ABC \sim \triangle AED$ ， $\angle ADE = 80^\circ$ ， $\angle A = 60^\circ$ ，则 $\angle C$ 等于 ()



A . 20°

B . 40°

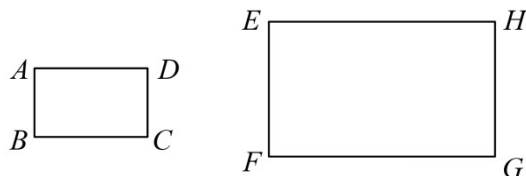
C . 60°

D . 80°

题型 07 相似矩形的性质及应用

【典例 1】 . 如图，矩形 $ABCD \sim$ 矩形 $EFGH$ ，已知 $AB = 3$ ， $BC = 5$ ， $EF = 6$ ，则 FG 的

长为 ()



A . 6

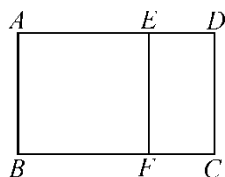
B . 10

C . 11

D . 12

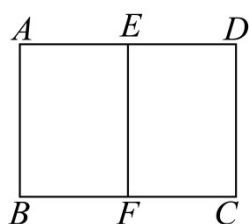
【变式 1】 . 如图，已知矩形 $ABCD$ 与矩形 $DEFC$ 相似，且 $AB = 2 \text{ cm}$ ， $BC = 5 \text{ cm}$ ，求 AE 的

长 .



【变式 2】 . 如图，把一张矩形纸片 $ABCD$ 沿着 AD 和 BC 边的中点连线 EF 对折，要使矩

形 $AEFB$ 正好与原矩形相似，则原矩形长与宽的比为 ()



A . 2:1

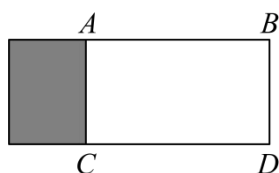
B . $\sqrt{2}:2$

C . $\sqrt{2}:1$

D . 3:2

【变式 3】 . 如图，将矩形 $ABCD$ 密铺在长为 8cm，宽为 6cm 的矩形纸片右侧，若组成的

新矩形与原矩形 (图中阴影部分) 相似，则 $AB = ()$ cm



A . 3

B . 6

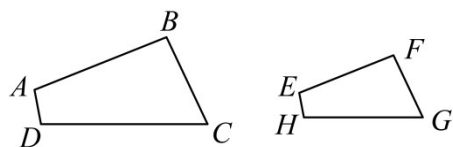
C . $\frac{14}{3}$

D . $\sqrt{17}-1$

题型 08 相似多边形的性质—图形与数学符号

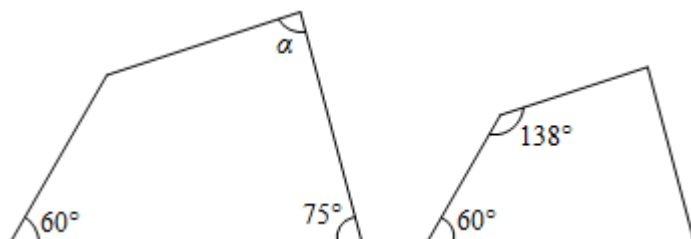
【典例 1】 . 如图，四边形 $ABCD \sim$ 四边形 $EFGH$ ，若 $\angle A = \angle D = 100^\circ$ ， $\angle G = 65^\circ$ ，则

$\angle F = ()$



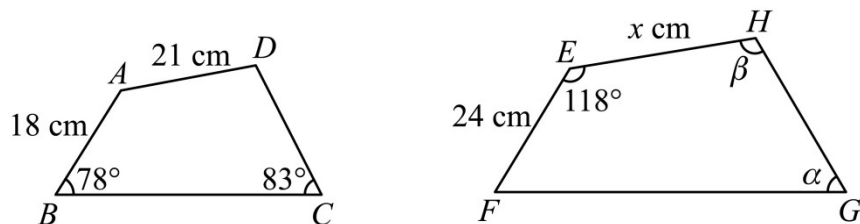
- A . 65° B . 95° C . 100° D . 105°

【变式 1】 . 若如图所示的两个四边形相似，则 $\angle \alpha$ 的度数是 ()



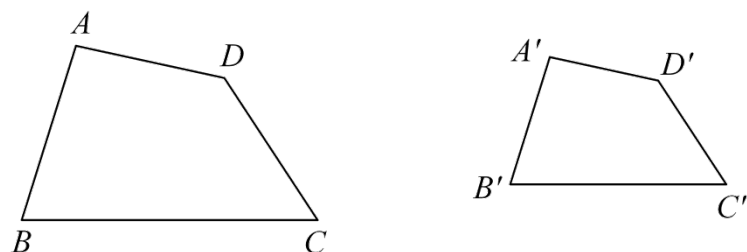
- A . 75° B . 60° C . 87° D . 120°

【变式 2】 . 如图，四边形 $ABCD \sim$ 四边形 $EFGH$ ，求角 α 、 β 的大小和 EH 的长度 x .



【变式 3】 . 如图，四边形 $ABCD \sim$ 四边形 $A'B'C'D'$ ， $AB = 12$ ， $BC = 9$ ，

$$B'C' = 6, C'D' = 4 \quad \angle A = 95^\circ, \angle D = 136^\circ, \angle B' = 60^\circ$$



(1) $\angle C' =$ _____ ;

(2)求边 $A'B'$, CD 的长度 .

题型 09 相似多边形的性质—文字语言

【典例 1】 . 已知四边形 $ABCD$ 和四边形 $A'B'C'D'$ 是相似的图形 , 并且点 A 与点 A' 、 点 B

与点 B' 、 点 C 与点 C' 、 点 D 与点 D' 分别是对应顶点 , 已知 $BC = 4$, $CD = 3.6$,

$A'B' = 3.3$, $B'C' = 3$, $\angle B = 75^\circ$, $\angle C = 105^\circ$, $\angle D = 95^\circ$, 求 AB , $C'D'$ 的长和 $\angle A'$ 的度

数 .

【变式 1】 . 已知五边形 $ABCDE \sim$ 五边形 $A'B'C'D'E'$, $\angle A = 120^\circ$, $\angle B' = 130^\circ$,

$\angle C = 105^\circ$, $\angle D' = 85^\circ$, 则 $\angle E =$ _____ .

【变式 2】 . 已知四边形 $ABCD$ 与四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 相似 , 并且点 A 与点 A_1 、 点 B 与点 B_1 、

点 C 与点 C_1 、 点 D 与点 D_1 分别对应 .

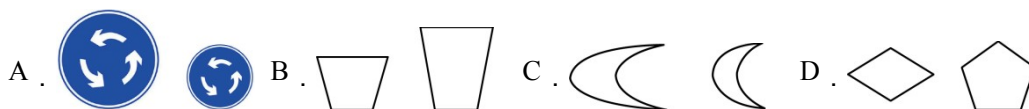
(1)已知 $\angle A = 40^\circ$, $\angle B = 110^\circ$, $\angle C_1 = 90^\circ$, 求 $\angle D$ 的度数 ;

(2)已知 $AB = 9$, $CD = 15$, $A_1B_1 = 6$, $A_1D_1 = 4$, $B_1C_1 = 8$, 求四边形 $ABCD$ 的周长 .

强化训练

一、单选题

1. 下列选项中 , 是相似图形的是 ()



2. 下列说法中，不正确的是()

A. 同一版的 8 开中国地图与 32 开的中国地图相似

B. 同一张底

片冲出的两张照片相似

C. 校长办公桌上插的小国旗与学校升旗杆上飘扬的国旗相似

D. 画图用的

两块三角板是相似的

3. 用放大镜观察一个五边形时，不变的量是()

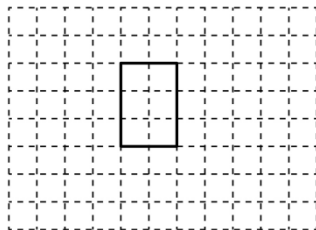
A. 各边的长度

B. 各内角的度数

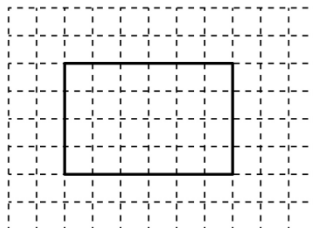
C. 五边形的周长

D. 五边形的面积

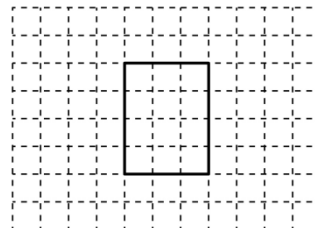
4. 下列哪个选项中的矩形与图中的矩形不是相似形()



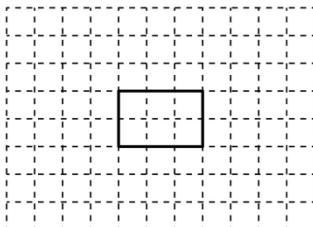
A.



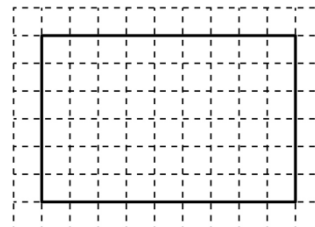
B.



C.



D.



5. 下列图形，一定相似的是()

- A . 两个直角三角形 B . 两个等腰三角形 C . 两个等边三角形
- D . 两个菱形

6 . 下列各组图形中，不一定相似的是 ()

- A . 两个矩形
- B . 两个等腰直角三角形
- C . 各有一个角是 50° 的两个直角三角形
- D . 各有一个角是 100° 的两个等腰三角形

二、填空题

7 . 两面规格不同的五星红旗，旗上的五角星有大有小，但_____相同；两个大小不同的圆，_____相同 .

8 . 形状相同的图形叫做_____ .

两个图形相似是指它们的_____相同，与它们的位置无关；

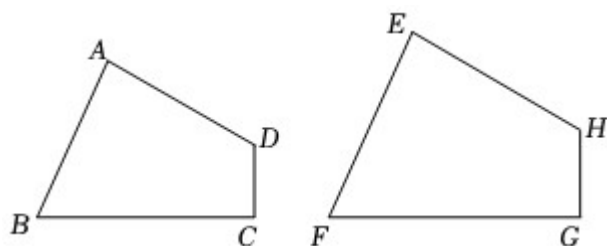
_____是一种特殊的相似图形，不仅形状相同，大小也相同 .

9 . 下列命题：①所有的正方形都相似；②所有的矩形都相似；③有一个角都是 150° 的两个菱形相似；④所有的正六边形都相似 . 其中是真命题的有_____ . (填序号)

10 . 四边形 $ABCD$ 和四边形 $A'B'C'D'$ 是相似图形，点 A 、 B 、 C 、 D 分别与 A' 、 B' 、 C' 、 D' 对

应，已知 $BC = 3$ ， $CD = 2.4$ ， $B'C' = 2$ ，那么 $C'D'$ 的长是_____。

11．如图，四边形 $ABCD \sim$ 四边形 $EFGH$ ， $\angle E = 85^\circ$ ， $\angle G = 90^\circ$ ， $\angle D = 120^\circ$ ，则 $\angle B =$ _____。

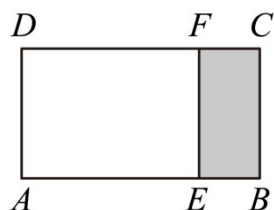


12．一个四边形的边长分别是 3，4，5，6，另一个与它形状相同的四边形最小边长为 6，

则另一个四边形的周长是_____。

13．如图，矩形 $ABCD$ 中， $AD = 2$ ， $AB = 4$ ，剪去一个矩形 $AEFD$ 后，余下的矩形

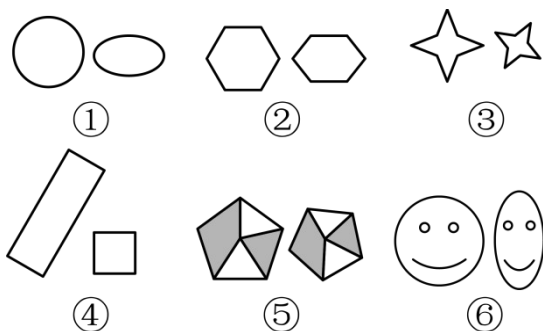
$EBCF \sim$ 矩形 $BCDA$ ，则 CF 的长为_____。



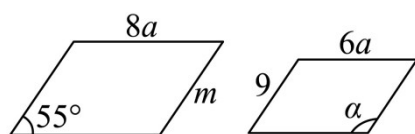
三、解答题

14．请认真观察如图所示的各组中的两个图形，哪些是形状相同的图形？哪些是形状不同

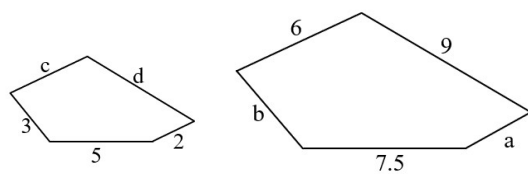
的图形？



15. 如图是两个相似的平行四边形，根据给出的条件，求 $\angle \alpha$ ，及边长 m 。

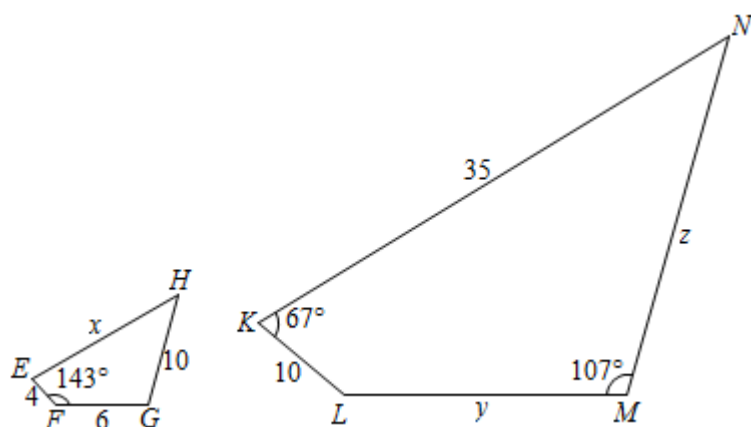


16. 如图所示的两个五边形相似，求 a, b, c, d 的值。

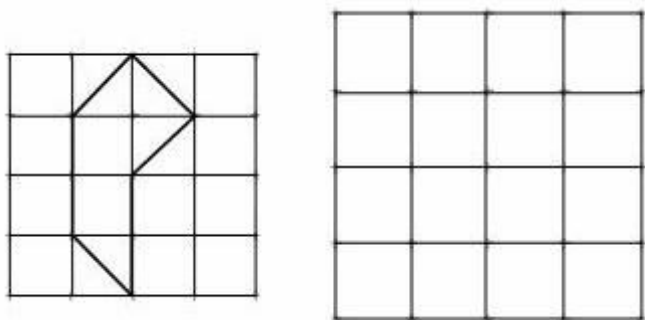


17. 如图，四边形 $EFGH$ 相似于四边形 $KLMN$ ，求 $\angle E$ ， $\angle G$ ， $\angle N$ 的度数以及 x, y, z

的值。

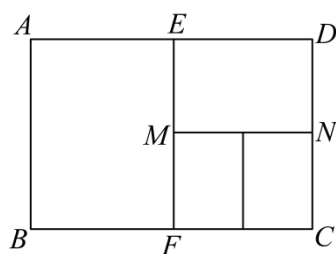


18. 把下图中左边的图形，加以放大后画出与它们相似的图形。



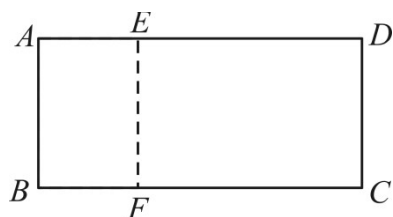
19. 如图所示，一般书本的纸张是原纸张多次对开（对折）得到，矩形 $ABCD$ 沿 EF 对开

后，再把矩形 $EFCD$ 沿 MN 对开，依次类推，若各种开本的矩形都相似，求 $\frac{AD}{AB}$ 的值．



20. 九年级 1 班的小阳看到一张矩形纸片，测得它的长 $BC = 13$ 厘米，宽 $AB = 6$ 厘米，想在

AD 边上找点 E ，作 $EF \parallel AB$ ，交 BC 于点 F ，使矩形 $ABFE \sim$ 矩形 $DEFC$ （不全等）



(1) 求 AE 的长度：

(2) 小阳想进一步探究，是否任意一个矩形都可以画出平行线，使分成的两个矩形相似（不

全等），如果能够，请直接写出能够实现的原矩形的长与宽的比值 k 的取值范围，如果不能，请说明理由．

