

专题 24.6 相似三角形的判定 (第 1 课时)



教学目标	1. 了解相似三角形的概念； 2. 掌握相似三角形的判定-预备定理，判定定理 1、2； 3. 会自主证明相似三角形的判定定理。
教学重难点	1.重点 (1) 探索相似三角形的判定定理，利用判定定理证明相似三角形； (2) 三角形的判定有关辨析、添加条件等； (3) 与其他几何图形的性质结合证明相似三角形； 2.难点

- | |
|--|
| <p>(1) 找到合适的判定定理证明相似三角形；</p> <p>(2) 综合分析中寻求关键突破口；</p> <p>(3) 一些中间量、辅助线作法的构建。</p> |
|--|

知识清单

知识点1 相似三角形

1.相似三角形

如果一个三角形的三个角与另一个三角形的三个角对应相等，且它们各自的三边对应成比例，那么这两个三角形叫做**相似三角形**。

2.相似三角形的表示

在两个相似三角形中，对应相等的角及其顶点分别是它们的对应角和对应顶点，以对应顶点为端点的边是它们的对应边。

两个三角形是相似三角形，也可以表述为“两个三角形相似”，或“一个三角形与另一个三角形相似”。

如图 24-31,已知 DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线，那么在 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = \angle A$, $\angle ADE = \angle B$, $\angle AED = \angle C$;

$$\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC} = \frac{1}{2}$$

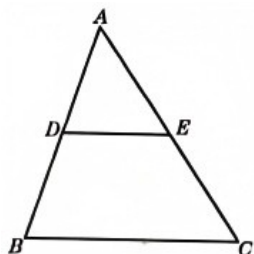


图 24-31

由相似三角形的定义，可知这两个三角形相似.用符号来表示，记作 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$,其中点 A 与点 A、点 D 与点 B、点 E 与点 C 分别是对应顶点；符号“ $\sim$ ”读作“**相似于**”。

用符号表示两个相似三角形时，通常把对应顶点的字母分别写在三角形记号“ $\triangle$ ”后相应的位置上。

3.相似三角形的性质：相似三角形的对应角相等、对应边成比例。

4.相似比：两个相似三角形的对应边的比，叫做这两个三角形的相似比(或相似系数)。

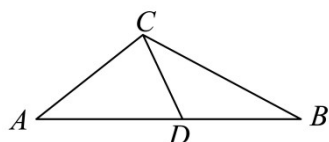
5.两个三角形相似比的关系：设 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的相似比为 k , $\triangle A'B'C'$ 与 $\triangle ABC$ 的相似比为 k' , 则 $k' = \frac{1}{k}$ 。

6. 三角形相似的传递性：

如果两个三角形分别与同一个三角形相似，那么这两个三角形也相似。

【即学即练】

1. 若 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ， $\angle A = 60^\circ$ ，则 $\angle A' =$ _____ $^\circ$ ， $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{\quad}$ 括号中填 _____。
2. 若 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ，若 $\angle A = 50^\circ$ ， $\angle B = 60^\circ$ ，则 $\angle F$ 的度数是 ()
A. 50° B. 60° C. 70° D. 80°
3. 若以点 D, E, F 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似，且 $\angle A = \angle D$ ， $\frac{AB}{AC} = \frac{1}{2}$ ，则 $\frac{DE}{DF} =$ _____。
4. 如图， $\triangle ABC \sim \triangle CBD$ ， $AB = 6$ ， $CD = 2$ ， $AC = 3$ ，那么 BC 的值等于 ()

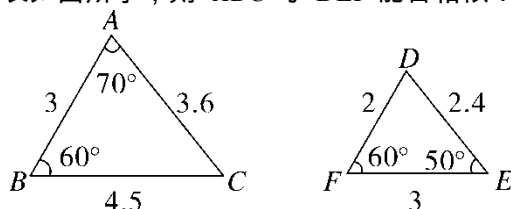


- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

知识点 2 相似三角形的判定

1. 利用定义判定相似三角形

例 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的各角度数和边长如图所示，则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 能否相似？说明理由。



解：因为 $\angle A = 70^\circ$ ， $\angle B = 60^\circ$ ，所以 $\angle C = 50^\circ$ 。

因为 $\angle F = 60^\circ$ ， $\angle E = 50^\circ$ ，所以 $\angle D = 70^\circ$ 。

所以 $\angle A = \angle D$ ， $\angle B = \angle F$ ， $\angle C = \angle E$ 。

又因为 $\frac{AB}{DF} = \frac{AC}{DE} = \frac{BC}{FE} = \frac{3}{2}$ ，

所以 $\triangle ABC \sim \triangle DFE$ 。

要点：判断两个三角形相似，一定要具备两个条件：一是对应角相等，二是对应边成比例。另外在书写两个三角形相似时，一定要将对应的顶点写在对应的位置上。

2. 预备定理

$\triangle ABC$ 中， D 是 AB 上任意一点，过 D 作 $DE \parallel BC$ ，交 AC 边于 E ，那么 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 是否相似？

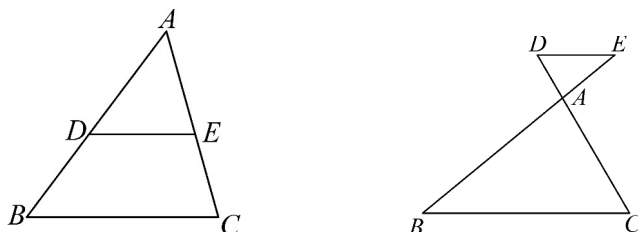
分析 判断它们是否相似，由①对应角是否相等，②对应边是否成比例去考虑。能否得对应角相等？根据平行线性质与一个公共角可以推出①，而对应边是否成比例呢？可根据平行线分线段成比例的基本事实，推

得 $\frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$ ，通过度量发现 $\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB}$ ，所以可以判断出 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 相似。

思考

(1) 你能否通过演绎推理证明你的猜想？

(2) 若是 $DE \parallel BC$, DE 与 BA 、 CA 延长线交于 E 、 D ，那么 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 还会相似吗？试试看，如果相似写出它们对应边的比例式。

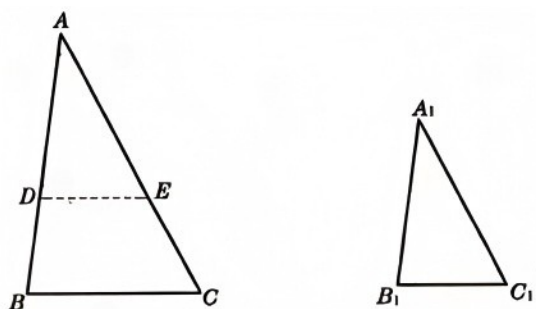


由 $DE \parallel BC$, 得 $\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ (三角形一边平行线的性质的推论), $\angle ADE = \angle B, \angle AED = \angle C$. 又 $\angle DAE = \angle BAC$, 因此 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$.

归纳结论：平行于三角形一边的直线和其他两边（或两边的延长线）相交所构成的三角形与原三角形相似。

3. 相似三角形判定定理 1：如果一个三角形的两个角与另一个三角形的两个角对应相等，那么这两个三角形相似。

分析 相似三角形的预备定理，给我们提供了证明两个三角形相似的一条思路和依据。由此考虑移动其中一个三角形，构造出具有预备定理的图形特征的图形。



4. 判定定理 2：如果两个三角形的两组对应边的比相等，并且相应的夹角相等，那么这两个三角形相似。

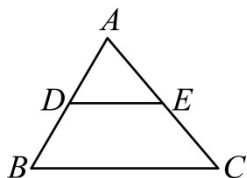
类似证明判定定理 1 的分析，分别在射线 AB 、 AC 上截取 $AD = A_1B_1, AE = A_1C_1$, 构造 $\triangle ADE$, 则 $\triangle ADE \cong \triangle A_1B_1C_1$. 如果所得图形中有相似三角形预备定理条件中的平行线，那么这个图形就具有预备定理的图形特征。

要点：此方法要求用三角形的两边及其夹角来判定两个三角形相似，应用时必须注意这个角必需是两

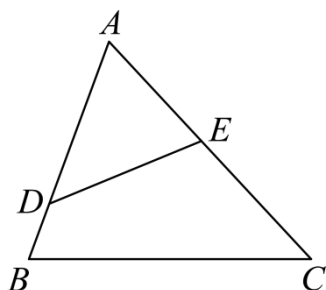
边的夹角，否则，判断的结果可能是错误的.

【即学即练】

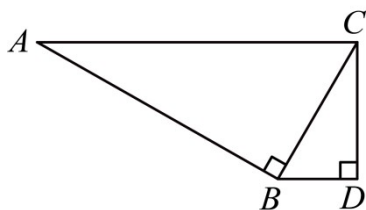
1. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，已知 D 、 E 分别是 AB 、 AC 的中点，求证： $\triangle ADE \sim \triangle ABC$.



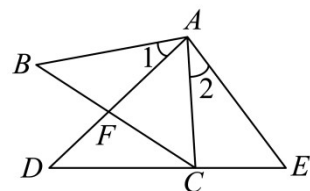
2. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分别是边 AB 、 AC 上的点，连接 DE ，且 $\angle A = 63^\circ$ ， $\angle ADE = 47^\circ$ ， $\angle B = 70^\circ$. 求证： $\triangle ADE \sim \triangle ACB$.



3. 如图， $AB \perp BC$ ， $BD \perp CD$ ， $\angle ACD = 90^\circ$ ，求证： $\triangle ABC \sim \triangle CDB$.



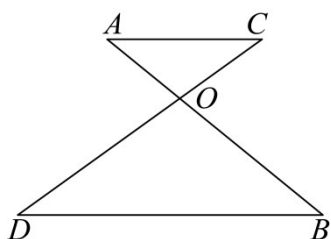
4. 如图，点 C 在 $\triangle ADE$ 的边 DE 上， AD 与 BC 相交于点 F ， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$. 试说明： $\triangle ABC \sim \triangle ADE$.



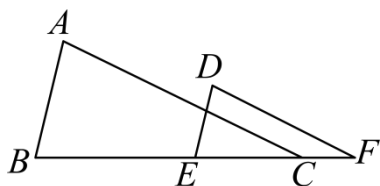
题型精讲

题型 01 预备定理证三角形相似

- 【典例 1】 . 如图， AB ， CD 相交于点 O ， $AC \parallel BD$. 求证： $\triangle OAC \sim \triangle OBD$

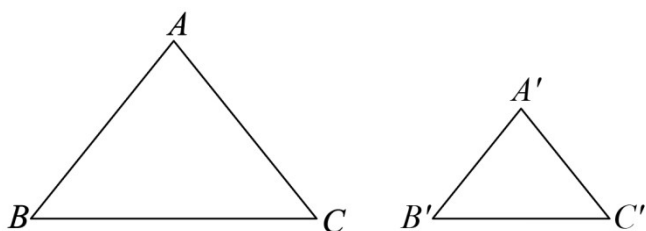


【变式1】 . 如图， $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 按如图位置放置，点 B, E, C, F 在同一条直线上，且 $\angle A = \angle D$ ， $AC \parallel DF$ ，求证： $\triangle ABC \sim \triangle DEF$.

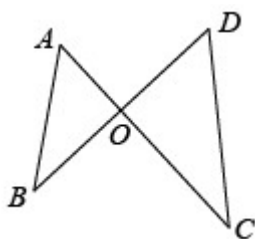


题型 02 两角对应相等证三角形相似

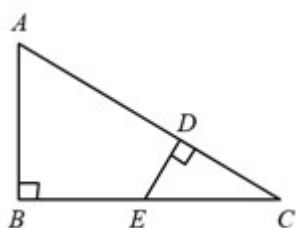
【典例1】 . 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中， $\angle A = \angle A'$ ， $\angle B = \angle B'$. 求证： $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$.



【变式1】 . 已知：如图所示， AC, BD 相交于点 O ，连接 AB, CD ，且 $\angle ABD = \angle ACD$ ，求证： $\triangle AOB \sim \triangle DOC$.

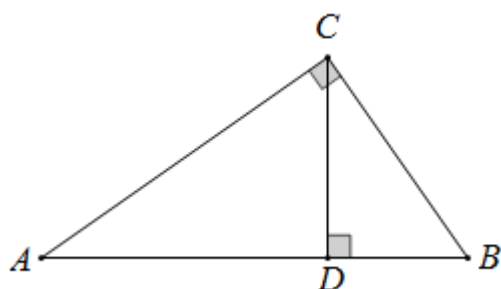


【变式2】 . 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ，点 D 在 AC 边上， $DE \perp AC$ 交 BC 于点 E . 求证： $\triangle CDE \sim \triangle CBA$.

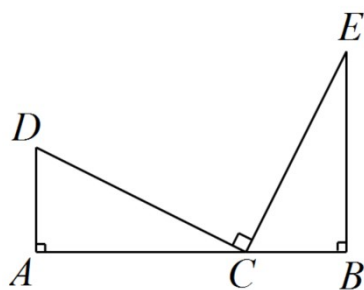


【变式3】 . 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CD \perp AB$ 于 D .

求证： $\triangle ACD \sim \triangle ABC$.



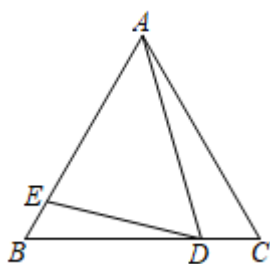
【变式4】 . 如图， $DA \perp AB$ 于 A ， $EB \perp AB$ 于 B ， C 是 AB 上的动点，若 $\angle DCE = 90^\circ$. 求证： $\triangle ACD \sim \triangle BEC$



题型 03 两角对应相等证三角形相似的应用

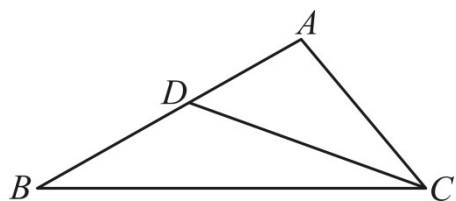
【典例1】 . 如图，在等边三角形 ABC 中，点 D ， E 分别在 BC ， AB 上，且 $\angle ADE = 60^\circ$. 求证：

$\triangle ADC \sim \triangle DEB$.



【变式1】 . 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 2\angle C$ ，点 E 为 AC 的中点， $AD \perp BC$ 于点 D ， ED 延长后交 AB 的延长线于点 F ，求证： $\triangle AEF \sim \triangle ABC$.

A diagram showing a triangle with vertices labeled A , B , and C . Vertex A is at the top, B is at the bottom left, and C is at the bottom right. A line segment is drawn from vertex A to a point D on the base BC . The point D is located between B and C .

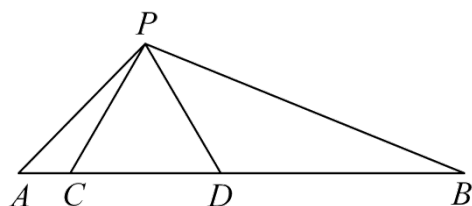


求证： $\triangle ACD \sim \triangle ABC$.

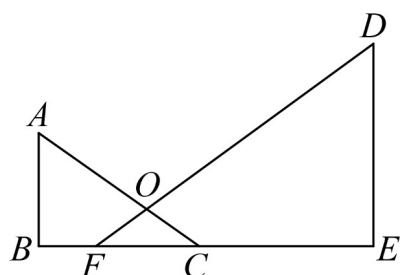
题型 05 两边对应成比例且夹角相等证三角形相似的应用

【典例 1】 . 已知：如图，点 C , D 在线段 AB 上， $\triangle PCD$ 是等边三角形，且 $AC = 1$, $CD = 2$, $DB = 4$.

求证： $\triangle ACP \sim \triangle PDB$.



【变式 1】 . 如图、已知 $\angle B = \angle E = 90^\circ$, $AB = 6$, $BF = 3$, $CF = 5$, $DE = 15$, $DF = 25$.

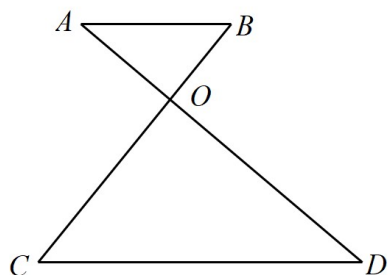


(1) 求 CE 的长 .

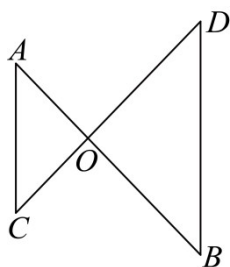
(2) 求证： $\triangle ABC \sim \triangle DEF$.

题型 06 添加一个条件使三角形相似

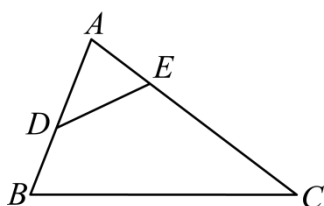
【典例 1】 . 如图， AD 与 BC 相交于点 O ，可添加一个条件：_____，使得 $\triangle AOB$ 与 $\triangle DOC$ 相似 .



【变式 1】 . 如图， AB 与 CD 相交于点 O ，连接 AC , BD ，添加一个条件，使 $\triangle ACO \sim \triangle BDO$. 你添加的条件是_____ .

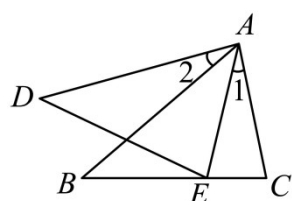


【变式2】 . 如图， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分别是 AB 、 AC 的点，要使 $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ ，需添加一个条件是____
 . (只要写一个条件)



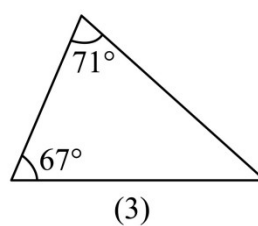
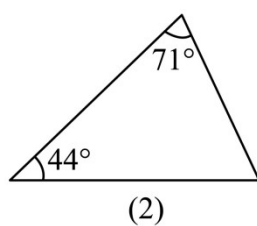
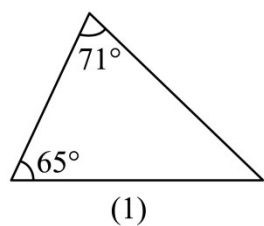
【变式3】 . 如图示，已知 $\angle 1 = \angle 2$ ，那么添加下列一个条件后，能判定 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ 的是_____ (请填写序号)

- ① $\angle D = \angle B$ ② $\angle C = \angle AED$ ③ $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$ ④ $\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE}$



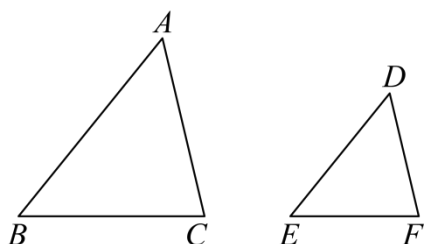
题型 07 三角形相似条件的辨析 (基础)

【典例1】 . 如图所示的三个三角形中，相似的是 ()



- A . (1) 和 (2) B . (2) 和 (3) C . (1) 和 (3) D . (1) 和 (2) 和 (3)

【变式1】 . 如图，已知 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ ，下列条件一定能推得它们相似的是 ()



A. $\angle A = \angle D, \angle B = \angle E$

B. $\angle A = \angle D$ 且 $\frac{AB}{DF} = \frac{BC}{EF}$

C. $\angle A = \angle B, \angle D = \angle E$

D. $\angle A = \angle E$ 且 $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$

【变式2】. 下列能判定 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 的条件是()

A. $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$

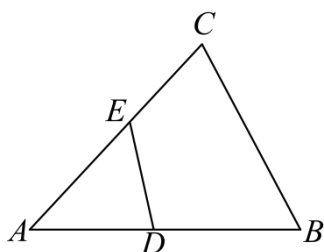
B. $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}, \angle A = \angle F$

C. $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}, \angle B = \angle E$

D. $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}, \angle A = \angle D$

题型 08 三角形相似条件的辨析 (提升)

【典例1】. 如图, 点 D, E 分别在 $\triangle ABC$ 的边 AB, AC 上, 添加下列条件仍不能判断 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 相似的是()



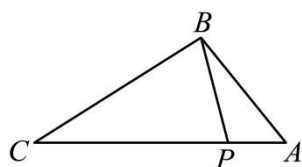
A. $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$

B. $\frac{AE}{AB} = \frac{DE}{BC}$

C. $DE \parallel BC$

D. $\angle ADE = \angle ACB$

【变式1】. 如图, 点 P 在 $\triangle ABC$ 的边 AC 上, 要判断 $\triangle ABP \sim \triangle ACB$, 添加一个条件, 不正确的是()



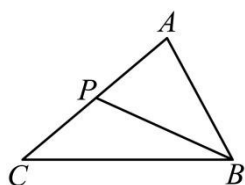
A. $\angle ABP = \angle C$

B. $\angle APB = \angle ABC$

C. $\frac{AB}{BP} = \frac{AC}{CB}$

D. $AB^2 = AP \cdot AC$

【变式2】. 如图, 点 P 是 $\triangle ABC$ 的边 AC 上一点, 连接 BP , 以下条件中, 不能判定 $\triangle ABP \sim \triangle ACB$ 的是()



A. $\angle ABP = \angle C$

B. $\angle APB = \angle ABC$

C. $\frac{AB}{AP} = \frac{AC}{AB}$

D. $\frac{BP}{CB} = \frac{AB}{AC}$

【变式3】 . 下列命题是假命题的是 ()

A. 所有等边三角形一定相似

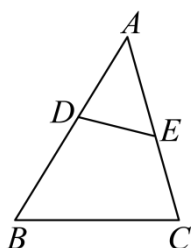
B. 所有等腰直角三角形一定相似

C. 有一个角为 120° 的两个等腰三角形相似

D. 有一条边对应成比例的两个等腰三角形相似

【变式4】 . 如图，点 D 、 E 分别在 $\triangle ABC$ 的 AB 、 AC 边上，增加下列哪些条件：① $\angle AED = \angle B$ ；②

$\frac{AE}{AB} = \frac{DE}{BC}$ ；③ $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$ ，使 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ACB$ 一定相似 ()



A. ①③

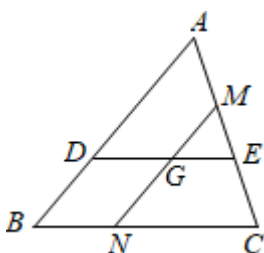
B. ②③

C. ①②

D. ①②③

题型 09 相似三角形的对数

【典例1】 . 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $DE \parallel BC$ ， $MN \parallel AB$ ，则图中与 $\triangle ABC$ 相似的三角形有 ()



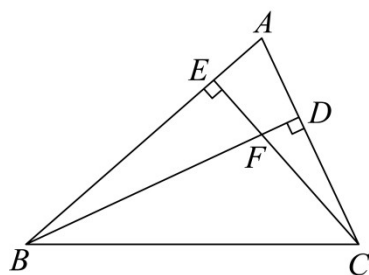
A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

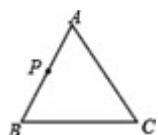
【变式1】 . 如图，在 $\triangle ABC$ 中，高 BD 、 CE 相交于点 F ，图中与 $\triangle BEF$ 相似的三角形共有 ()



- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

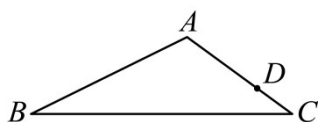
题型 10 求解符合相似条件的情况的个数

【典例 1】. 如图，锐角 $\triangle ABC$ ， P 是 AB 边上异于 A 、 B 的一点，过点 P 作直线截 $\triangle ABC$ ，所截得的三角形与原 $\triangle ABC$ 相似，满足这样条件的直线共有 () 条.



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

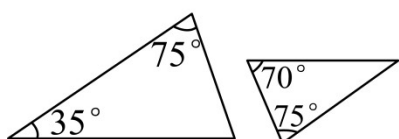
【变式 1】. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 4\text{cm}$ ， $AC = 3\text{cm}$ ， $BC = 6\text{cm}$ ， D 是 AC 上一点， $AD = 2\text{cm}$ ，点 P 从 C 出发沿 $C \rightarrow B \rightarrow A$ 方向，以 1cm/s 的速度运动至点 A 处，线段 DP 将 $\triangle ABC$ 分成两部分，可以使其中一部分与 $\triangle ABC$ 相似的点 P 的个数为 ()



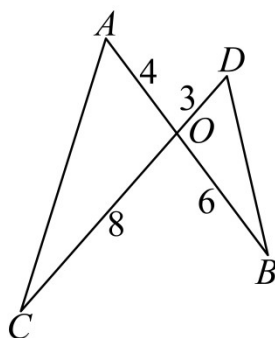
- A. 0个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

题型 11 判定定理 1、2 综合

【典例 1】. 已知图中有两组三角形，其边长和角的度数已在图上标注. 对于各组中的两个三角形，下列说法正确的是 ()



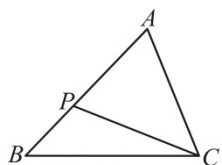
①



②

- A. ①组和②组的两个三角形都相似 B. ①组和②组的两个三角形都不相似
C. 只有①组的两个三角形相似 D. 只有②组的两个三角形相似

【变式1】 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点P是 $\triangle ABC$ 的边AB上的一点。



小星：若 $\angle ACP = \angle B$ ，则可证：

$$\triangle ACP \sim \triangle ABC$$



小红：若 $\frac{AP}{AC} = \frac{AC}{AB}$ ，则可证：

$$\triangle ACP \sim \triangle ABC$$



小亮：若 $\frac{AC}{CP} = \frac{BC}{AC}$ ，则可证：

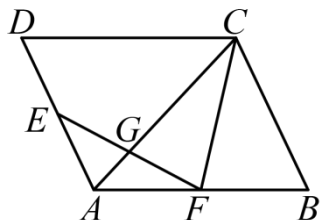
$$\triangle ACP \sim \triangle ABC$$



(1) 请判断三人的对错：小星_____，小红_____，小亮_____。（填“对”“错”）

(2) 选择一种正确的方法求证： $\triangle ACP \sim \triangle ABC$ 。

【变式2】 四边形ABCD为平行四边形，点E和点F分别为边AD，AB的中点，连接EF、CF，EF交对角线AC于点G。



(1) 若 $AC = 8$ ，求AG的长；

(2) 如果 $AB = AC$ ，求证： $\triangle AFG \sim \triangle ACF$ 。

强化训练

一、单选题

1. 下列各组条件中，不能判定 $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ 的是（ ）

- A. $AC = A'C'$ ， $\angle B = \angle B'$ ， $BC = B'C'$ B. $\angle A = \angle A'$ ， $\angle B = \angle B'$ ， $AC = A'C'$
C. $AB = A'B'$ ， $\angle A = \angle A'$ ， $AC = A'C'$ D. $AB = A'B'$ ， $AC = A'C'$ ， $BC = B'C'$

2. 下列命题是真命题的是（ ）

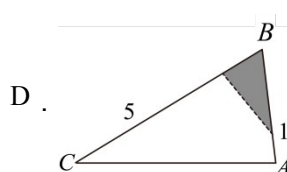
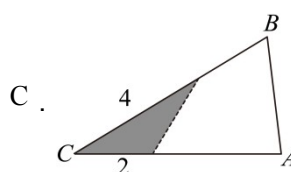
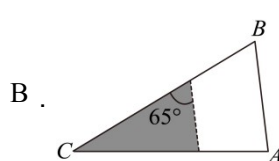
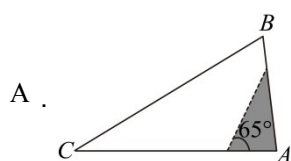
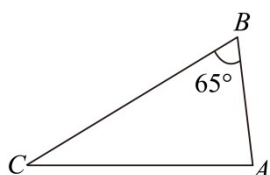
- A. 有一个角是 36° 的两个等腰三角形相似

B. 有一个角是 45° 的两个等腰三角形相似

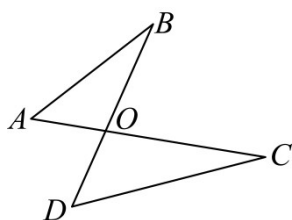
C. 有一个角是 60° 的两个等腰三角形相似

D. 有一个角是钝角的两个等腰三角形相似

3. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 65^\circ$, $AB = 3$, $BC = 6$, 将 $\triangle ABC$ 沿图示中的虚线剪开, 剪下的阴影三角形与原三角形不相似的是 ()



4. 如图, 不能判定 $\triangle AOB$ 和 $\triangle DOC$ 相似的条件是 ()



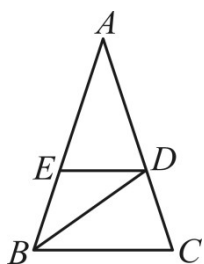
A. $OA \cdot OC = OD \cdot OB$

B. $\angle B = \angle C$

C. $\angle A = \angle D$

D. $\frac{AB}{OA} = \frac{DC}{OD}$

5. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle A = 36^\circ$, BD 平分 $\angle ABC$, $DE \parallel BC$, 则与 $\triangle ABC$ 相似的是 ()



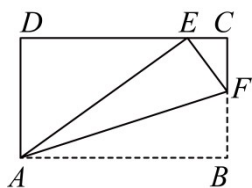
A. $\triangle DBE$

B. $\triangle BCD$

C. $\triangle ABD$

D. $\triangle DEC$

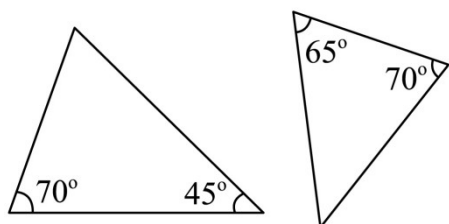
6. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，将 $\triangle ABF$ 沿着 AF 折叠，点 B 恰好落在 DC 边上的点 E 处，则一定有()



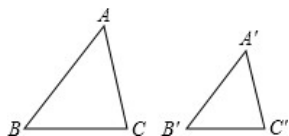
- A. $\triangle ADE \sim \triangle ECF$ B. $\triangle ECF \sim \triangle AEF$ C. $\triangle ADE \sim \triangle AEF$ D. $\triangle AEF \sim \triangle AFB$

二、填空题

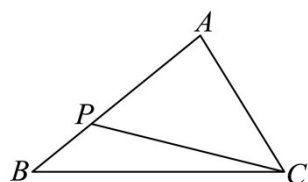
7. 图中的两个三角形是否相似，_____ (填“是”或“否”).



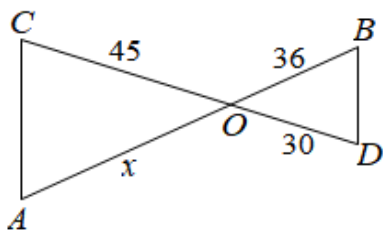
8. 如图， $AB=8$ ， $\angle A=50^\circ$ ， $A'B'=4$ ， $A'C'=3$. 当 $AC=$ _____, $\angle A'=$ _____时， $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$.



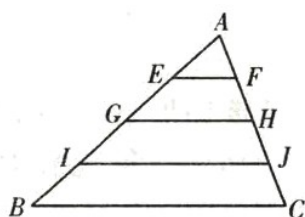
9. 如图， $\triangle ABC$ 中， P 是 AB 上一点，连接 CP . 请你补充一个条件_____, 使 $\triangle ABC \sim \triangle ACP$.



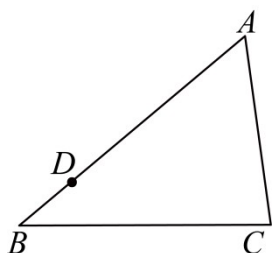
10. 如图所示， AB ， CD 交于点 O ，且 $OC=45$ ， $OD=30$ ， $OB=36$ ，当 $OA=$ _____时， $\triangle AOC \sim \triangle BOD$.



11. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $EF \parallel GH \parallel IJ \parallel BC$ ，则图中相似三角形共有_____对.

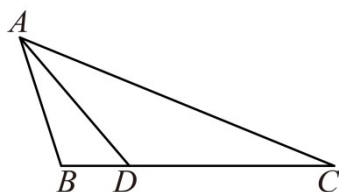


12. 在 $\triangle ABC$ 中， $AB=9$ ， $BC=7$ ，点 D 在边 AB 上，且 $BD=2$ ，点 E 在 BC 上，当 $BE=$ _____时，以 B, D, E 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似。

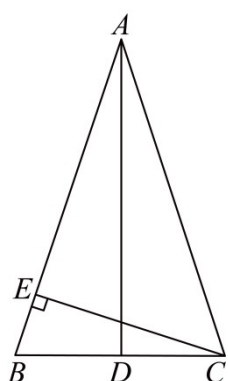


三、解答题

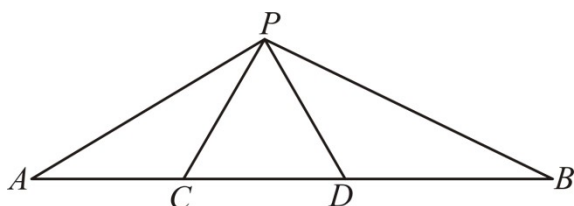
13. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=5$ ， $BC=10$ ， D 为 BC 边上一点， $BD=2.5$ 。求证： $\triangle ABD \sim \triangle CBA$ 。



14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，点 D 是 BC 上一点， $BD=CD$ ， $CE \perp AB$ 于点 E ，连接 AD 。求证： $\triangle ABD \sim \triangle CBE$ 。

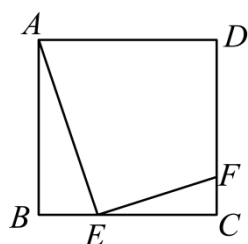


15. 如图，在 $\triangle PAB$ 中，点 C, D 在 AB 上， $PC=PD=CD$ ， $\angle A = \angle BPD$ ，求证： $\triangle PAC \sim \triangle BPD$ 。



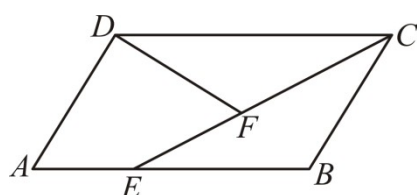
16. 如图，点 E ， F 分别在正方形 $ABCD$ 的边 BC ， CD 上， $BE = 3$ ， $EC = 6$ ， $CF = 2$ 。求证：

$\triangle ABE \sim \triangle ECF$ 。

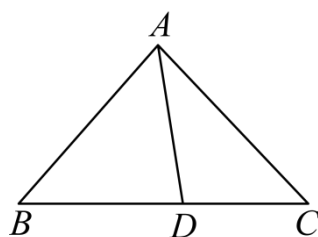


17. 如图，在 $\square ABCD$ 中， E 为 AB 边上一点，连接 CE ， F 为 CE 上一点，连接 DF ，且 $\angle DFE = \angle A$ 。求证：

$\triangle DCF \sim \triangle CEB$ 。

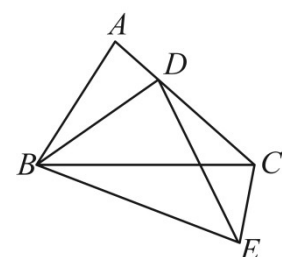


18. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在 BC 上，连接 AD ， $AB^2 = BC \cdot BD$ 。求证： $\triangle ABC \sim \triangle DBA$ 。



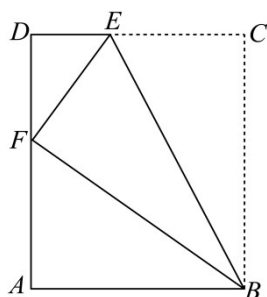
19. 如图， $\triangle ABC$ 绕点 B 按顺时针方向旋转一定的角度得到 $\triangle DBE$ ，点 D 在边 AC 上，连接 CE ，求证：

$\triangle BAD \sim \triangle BCE$ 。

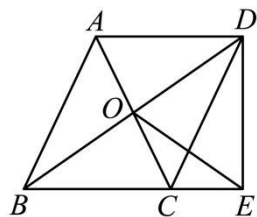


20. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， E 为边 CD 上一点，将点 C 沿 BE 翻折恰好落到边 AD 上的点 F 处。求证：

$\triangle DEF \sim \triangle AFB$ ；



21. 如图，平行四边形 $ABCD$ 的对角线相交于点 O ，点 E 在边 BC 的延长线上，且 $OE = OB$ ，连接 DE 。



(1) 求证： $DE \perp BE$ ；

(2) 若 $OE \perp CD$ ，求证： $\triangle BDE \sim \triangle DCE$ 。

22. 如图1，在正方形 $ABCD$ 中，对角线 AC 、 BD 交于点 O ，点 E 在 AB 上，点 F 在 BC 的延长线上，且 $AE = CF$ ，连接 EF 交 AC 于点 P ，分别连接 DE ， DF ， DP

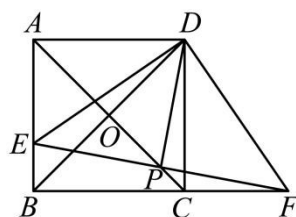


图1

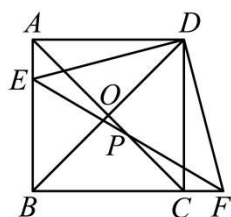


图2

(1) 求证： $\triangle ADE \cong \triangle CDF$ ；

(2) 求证： $\triangle ADP \sim \triangle BDF$ ；

(3) 如图2，若 $PE = BE$ ， $PC = \sqrt{2}$ ，求 CF 的值。