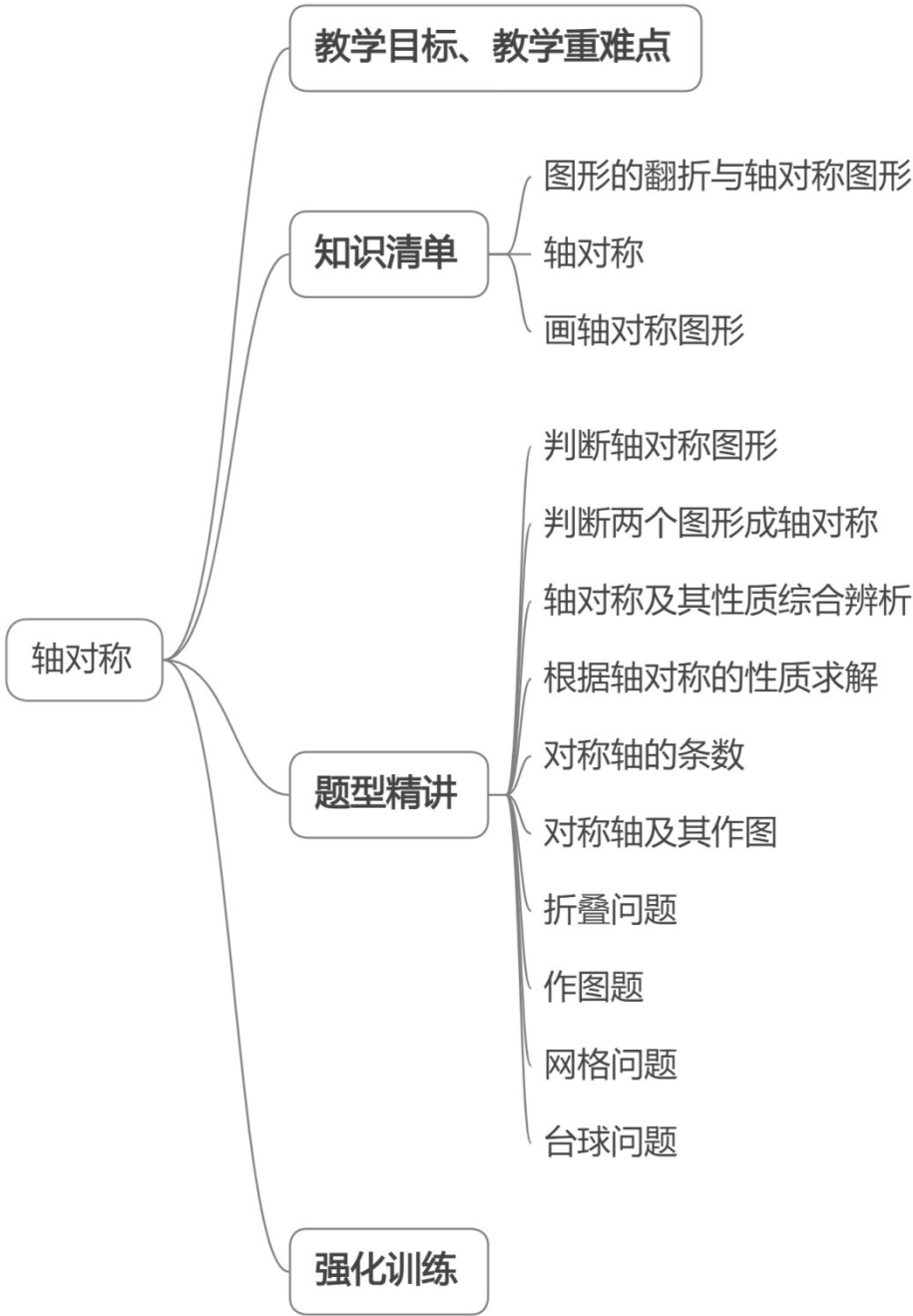


专题 14.3 轴对称

内容概览



教学目标、教学重难点

教学目标	1. 知道轴对称图形的概念； 2. 了解轴对称的性质；
------	--------------------------------

	3. 画轴对称图形。
教学重难点	1.重点 (1) 轴对称与轴对称图形的区别与联系 ； (2) 轴对称的性质 ； (3) 轴对称的有关作图及其应用。 2.难点 (1) 利用轴对称的性质求解几何问题 ； (2) 轴对称的综合应用。

知识清单

知识点 1 图形的翻折与轴对称图形

在日常生活及工作中，还会看到一类图形，将它们沿着某一条直线翻折，其在直线两边的部分能够重合.如图 14-3-1,将“喜”在直线 l 左边的部分沿着直线 l 翻折， l 两边的“喜”字重合.如图 14-3-2 中的京剧脸谱，将它在直线 l 左边的部分沿着 l 翻折，与右边部分重合.

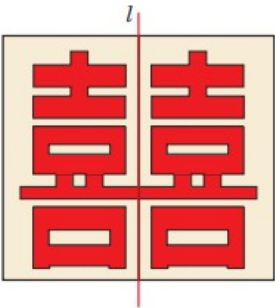


图 14-3-1



图 14-3-2

如图 14-3-3,三角形 ABC 和三角形 $A_1B_1C_1$ 沿着直线 l 翻折后重合，点 A 与点 A_1 是对应点，线段 AB 与线段 A_1B_1 是对应线段， $\angle A$ 与 $\angle A_1$ 是对应角.

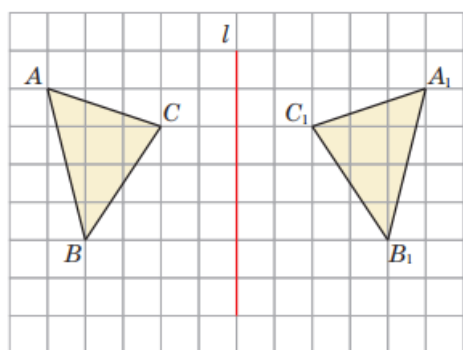


图 14-3-3

若将一个图形沿着某一条直线翻折过来，直线两边的部分能够相互重合，这个图形叫作**轴对称图形**，这条直线是它的**对称轴**，也称这个图形**关于这条直线对称**。

线段、角、正方形和圆都是常见的轴对称图形。

【即学即练】

1. 下列图案是轴对称图形的有 ()



①



②



③



④

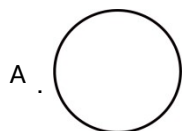
A. ①②

B. ①③

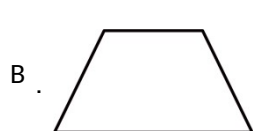
C. ①④

D. ②③

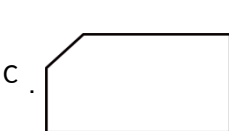
2. 下列图形中，不是轴对称图形的一项是 ()



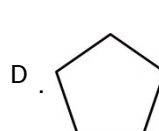
A.



B.



C.



D.

3. 如图所示的 4 组图形中，成轴对称的是 ()



A.



B.



C.

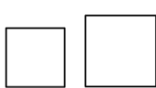


D.

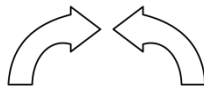
4. 如图所示的每组中的两个图形，成轴对称的是_____ (填序号) .



①



②



③



④

知识点 2 轴对称

1. 轴对称

把一个图形沿着某一条直线翻折，如果它能够与另一个图形重合，那么就称这两个图形关于这条直线成轴对称，这条直线叫作对称轴。翻折后能够重合的点叫作对称点。

两个图形关于一条直线成轴对称，具有下面的性质：

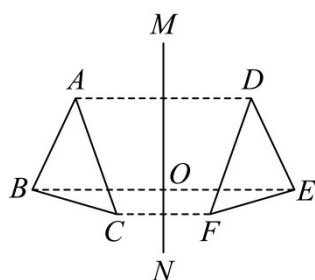
- (1) 对应线段的长度相等，对应角的大小相等，这两个图形形状相同，大小相等；
- (2) 连接对称点的线段和对称轴垂直，并且被对称轴平分。

2. 轴对称与轴对称图形的区别与联系

轴对称与轴对称图形的区别主要是：轴对称是指两个图形，而轴对称图形是一个图形；轴对称图形和轴对称的关系非常密切，若把成轴对称的两个图形看作一个整体，则这个整体就是轴对称图形；反过来，若把轴对称图形的对称轴两旁的部分看作两个图形，则这两个图形关于这条直线（原对称轴）对称。

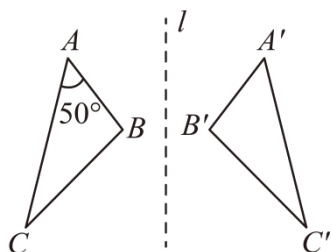
【即学即练】

1. 如图， $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 关于直线 MN 对称，则以下结论中错误的是（ ）

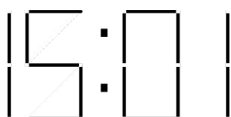


- | | |
|--------------|------------------------------|
| A. $BO = EO$ | B. $\angle ABC = \angle DEF$ |
| C. $AB = DF$ | D. $AD \perp MN$ |

2. 如图， $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 关于直线 l 对称，则 $\angle A'$ 的度数为_____。



3. 从镜子中看到的电子钟如图所示，则实际时间为（ ）

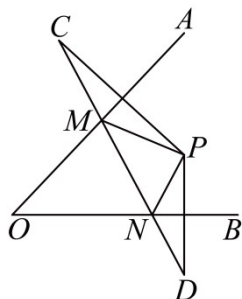


- A . 10:21 B . 10:51 C . 12:01 D . 15:01

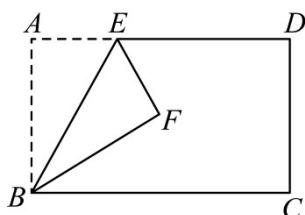
4. 下面各图形中, () 的对称轴最少.

- A . 长方形 B . 正方形 C . 半圆 D . 圆

5. 如图, 点 P 关于 OA , OB 的对称点分别为 C 、 D , 连接 CD , 交 OA 于 M , 交 OB 于 N , 若 $\triangle PMN$ 的周长为 10cm , 则 CD 的长为 _____ cm .



6. 如图, 把长方形的一角沿 BE 折叠, 使点 A 落在点 F 处, 若 $\angle DEF = 62^\circ 20'$, 则 $\angle AEB =$ _____.



知识点 3 画轴对称图形

例 如图 14-3-9(1), 画出四边形 $ABCD$ 关于直线 l 成轴对称的图形. 分析利用两个成轴对称图形的性质, 可知只需找出图形的“关键点”, 即四边形四个顶点关于直线 l 的对称点, 就可得到所求的图形.

解: (1) 过点 A 画直线 l 的垂线 AO , 垂足为 O . 延长 AO 到点 A_1 , 使 $OA_1 = OA$, 就得到点 A 关于直线 l 的对称点 A_1 .

(2) 类似步骤(1)的操作, 分别画出点 B 、 C 、 D 关于直线 l 的对称点 B_1 、 C_1 、 D_1 .

(3) 依次连接 A_1B_1 、 B_1C_1 、 C_1D_1 、 D_1A_1 , 得到四边形 $A_1B_1C_1D_1$, 如图 14-3-9(2)所示. 四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 就是四边形 $ABCD$ 关于直线 l 成轴对称的图形.

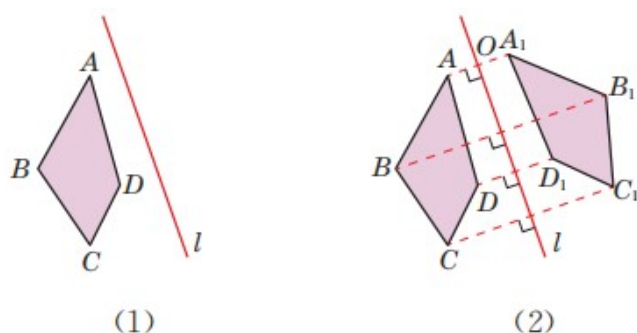


图 14-3-9

小结：(1) 作对称点：①画垂线，作垂足；②延长，作相等；

(2) 类似步骤(1)的操作，画出其他对称点；

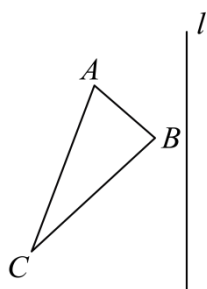
(3) 依次连接各对称点。

对称轴的作法：

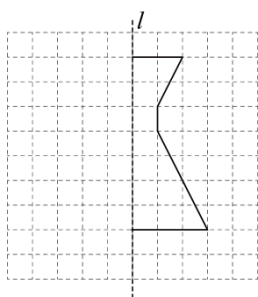
在成轴对称的两个图形中，分别联结两对对应点，取中点，联结两个中点所得的直线就是对称轴。

【即学即练】

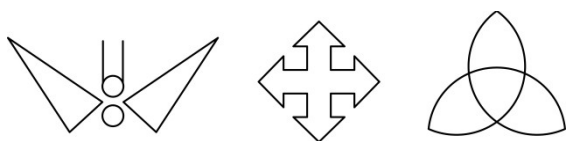
1. 如图，画出 $\triangle ABC$ 关于直线 l 对称的图形。



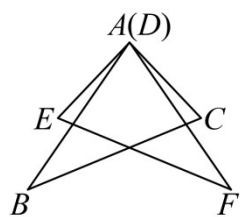
2. 如图，以虚线 l 为对称轴，画出图形的另一半。



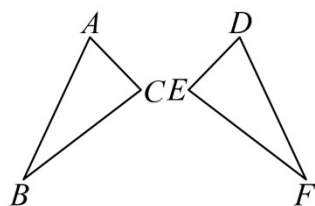
3. 请画出图中的各个轴对称图形的对称轴。



4. 如图， $\triangle ABC$ 与 $\triangle DFE$ 关于直线 l 对称，请仅用无刻度的直尺，在图①与图②中分别作出直线 l 。

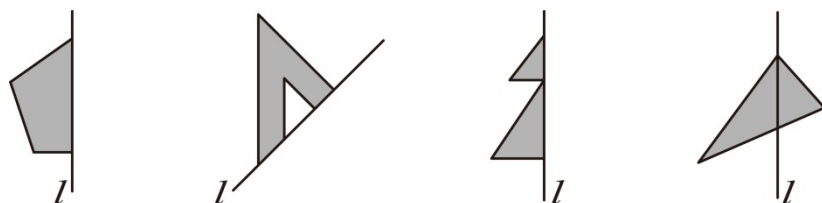


图①



图②

5. 如图，将各图形补成关于直线 l 对称的图形。



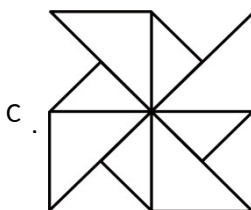
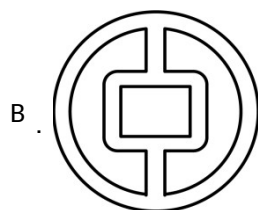
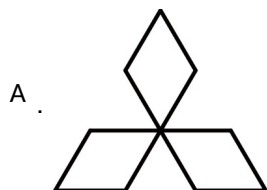
题型精讲

题型 01 判断轴对称图形

【典例 1】. 下列图形中，是轴对称图形的是 ()

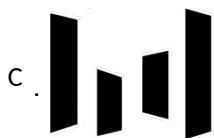


【变式 1】. 下列图形中不是轴对称图形的是 ()



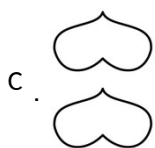
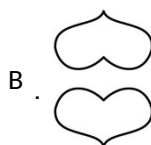
【变式 2】. 下列图案中，是轴对称图形的是 ()



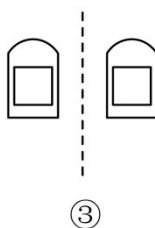
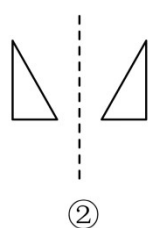
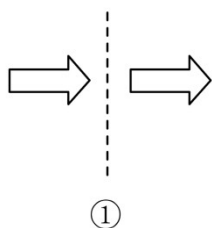


题型 02 判断两个图形成轴对称

【典例 1】. 下列图案中的两个图形成轴对称的一项是 ()



【变式 1】. 如图，成轴对称的有 ()



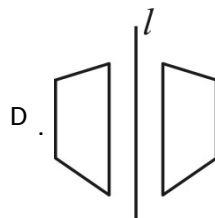
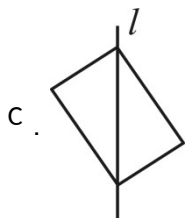
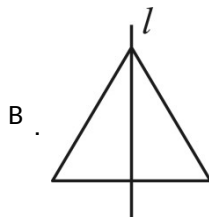
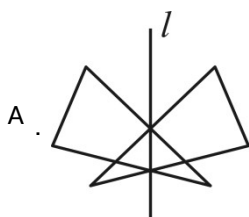
A. 1 个

B. 2 个

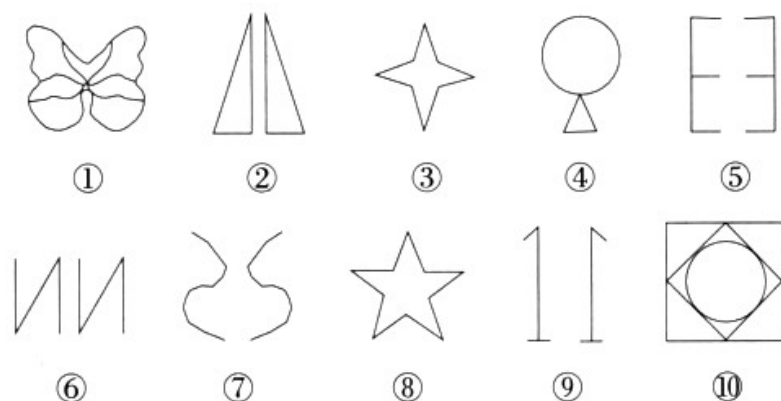
C. 3 个

D. 0 个

【变式 2】. 下面是四位同学分别以直线 l 为对称轴作出的轴对称图形，其中错误的是 ()



【变式 3】. 如图，属于轴对称图形的有_____，成轴对称的图形有_____。（只填序号）



题型 03 轴对称及其性质综合辨析

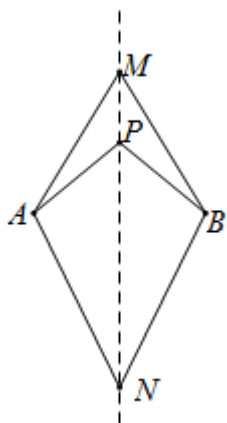
【典例 1】. 两个图形关于某直线对称，对称点一定()

- A. 这直线的两旁 B. 这直线的同旁 C. 这直线上 D. 这直线两旁或这直线上

【变式 1】. 下列关于轴对称性质的说法中，不正确的是()

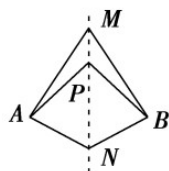
- A. 对应线段互相平行 B. 对应线段相等
C. 对应角相等 D. 对应点连线与对称轴垂直

【变式 2】. 如图，直线 MN 是四边形 $AMBN$ 的对称轴， P 是直线 MN 上的点，连接 AP ， BP 。下列判断不一定正确的是()



- A. $AM=BM$ B. $\angle ANM=\angle BNM$
C. $\angle MAP=\angle MBP$ D. $AP=BP$

【变式 3】. 如图，直线 MN 是四边形 $AMBN$ 的对称轴， P 是直线 MN 上的点，下列判断错误的是()



A. $AM = BM$

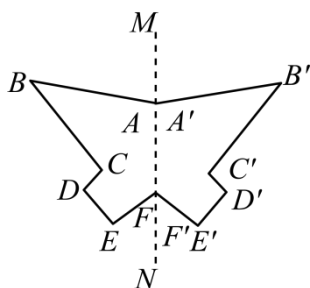
B. $AP = BN$

C. $\angle MAP = \angle MBP$

D. $\angle ANM = \angle BNM$

题型 04 根据轴对称的性质求解

【典例 1】 . 如图所示的蝴蝶结是一个轴对称图形 . 若 $AB = 5\text{ cm}$, $\angle E' = 90^\circ$, 那么下面的结论正确的是 ()

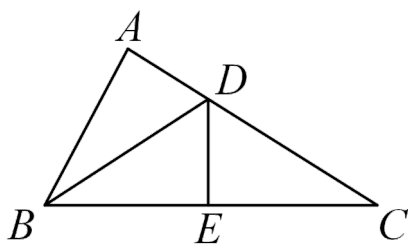


A. $BC = 5\text{ cm}$, $\angle E = 90^\circ$

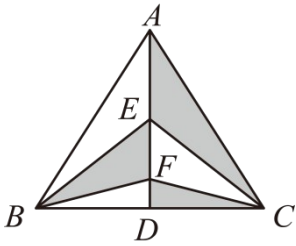
B. $A'B' = 5\text{ cm}$, $\angle E = 90^\circ$

C. $B'C' = 5\text{ cm}$, $\angle B = 30^\circ$ D. $B'C' = 5\text{ cm}$, $\angle E = 90^\circ$

【变式 1】 . 如图, 点 D 为 $\triangle ABC$ 的边 AC 上一点, 点 B, C 关于 DE 对称, 若 $AC = 6$, $AD = 2$, 则线段 BD 的长度为_____ .

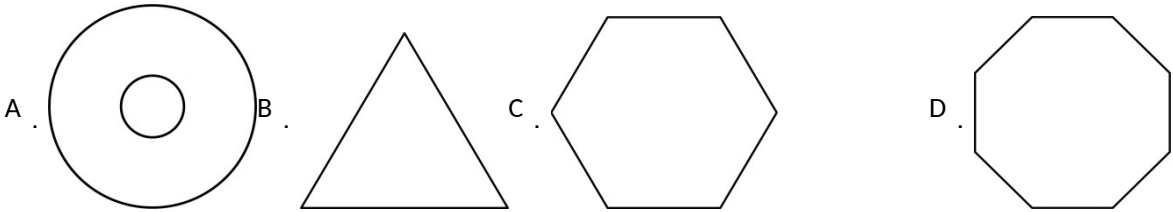


【变式 2】 . 如图, $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 关于 AD 所在的直线对称, 点 D 在 BC 上, 若 $S_{\triangle ABC} = 18$, 则图中阴影部分的面积为_____ .

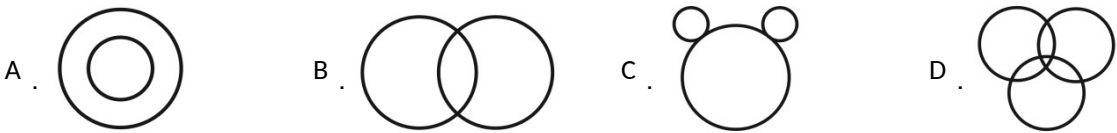


题型 05 对称轴的条数

【典例 1】 . 下列图形中，对称轴条数最多的是 ()



【变式 1】 . 下列与圆有关的轴对称图形中只有一条对称轴的是 () .



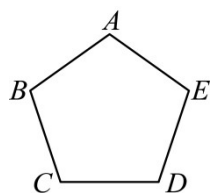
【变式 2】 . 下面图形中，对称轴最多的是 ()



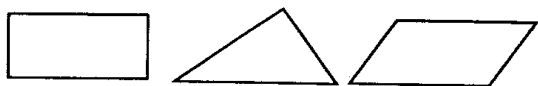
题型 06 对称轴及其作图

【典例 1】 . 如果一个图形沿一条直线_____，直线两旁的部分能够_____，这个图形就叫做_____；这条直线就是它的_____。

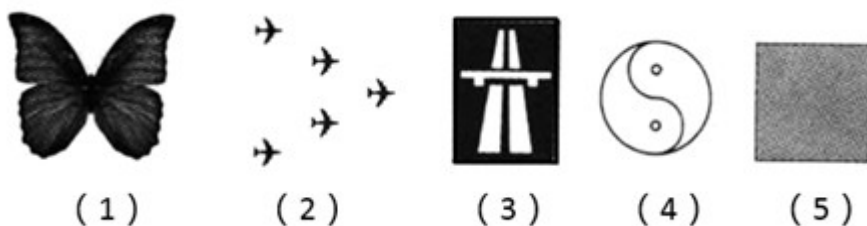
【变式 1】 . 如图，已知正五边形 $ABCDE$ ，请用无刻度的直尺，准确地画出它的一条对称轴(保留作图痕迹)。



【变式2】 . 如图中，哪一条是轴对称图形？哪一些不是轴对称图形？如果是轴对称图形，请画出对称轴 .

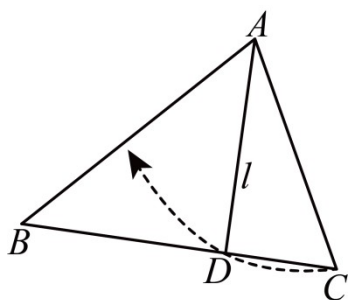


【变式3】 . 如图所示的每个图形是轴对称图形吗？如果是，指出它的对称轴 .



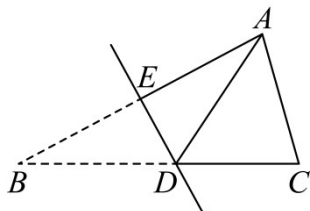
题型 07 折叠问题

【典例1】 . 如图，将 $\triangle ABC$ 沿折痕 l 折叠，使 AC 边落在 AB 边上，则得到结论一定正确的是 ()



- A . $AD = AC$ B . $BD = CD$ C . $\angle ADC = 90^\circ$ D . $\angle BAD = \angle CAD$

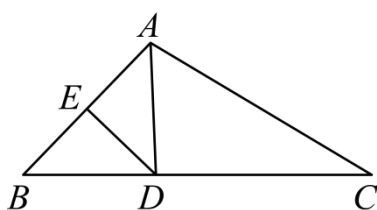
【变式1】 . 如图，将 $\triangle ABC$ 沿直线 DE 折叠后，使得点 B 与点 A 重合，若 $AC = 6$ ， BC 的长为15，则 $\triangle ADC$ 的周长为 ()



- A . 15 B . 18 C . 20 D . 21

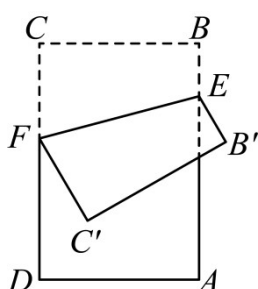
【变式2】 . 如图，将 $\triangle ABC$ 沿直线 DE 折叠后，点 B 与点 A 重合，已知 $AC = 6\text{cm}$ ， $\triangle ADC$ 的周长为

14cm，则线段 BC 的长为 ()



- A . 6cm B . 8cm C . 12cm D . 20cm

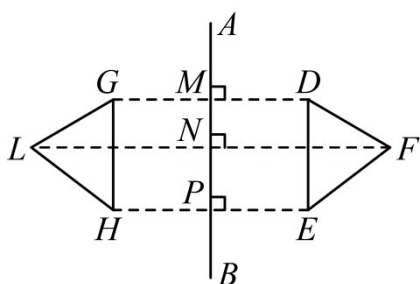
【变式3】 . 如图，长方形纸片 $ABCD$ 沿线段 EF 折叠，点 E 在 AB 边上，若 $\angle BEF = 105^\circ$ ，则 $\angle B'EA$ 等于 ()



- A . 15° B . 30° C . 45° D . 60°

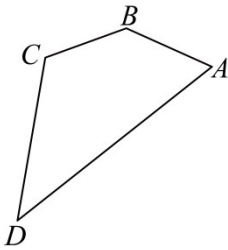
题型 08 作图题

【典例1】 . 如图所示，已知直线 AB 和 $\triangle DEF$ ，作 $\triangle DEF$ 关于直线 AB 的对称图形，将作图步骤补充完整：



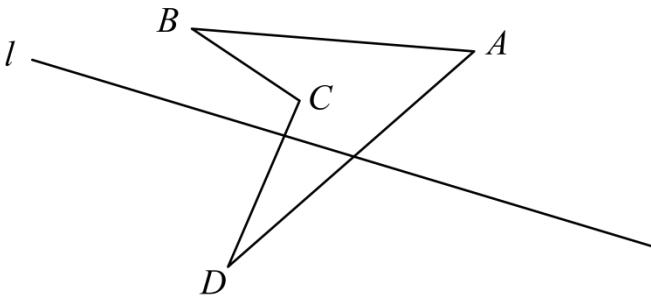
- (1) 分别过点 D ， E ， F 作直线 AB 的垂线，垂足分别是点_____；
 (2) 分别延长 DM ， EN ， FP 至点_____，使_____ = _____，_____ = _____，_____ = _____；
 (3) 顺次连结_____，_____，_____，就得到 $\triangle DEF$ 关于直线 AB 的对称图形 $\triangle GHL$.

【变式1】 . 已知四边形 $ABCD$ ，如果点 D 、 C 关于直线 MN 对称



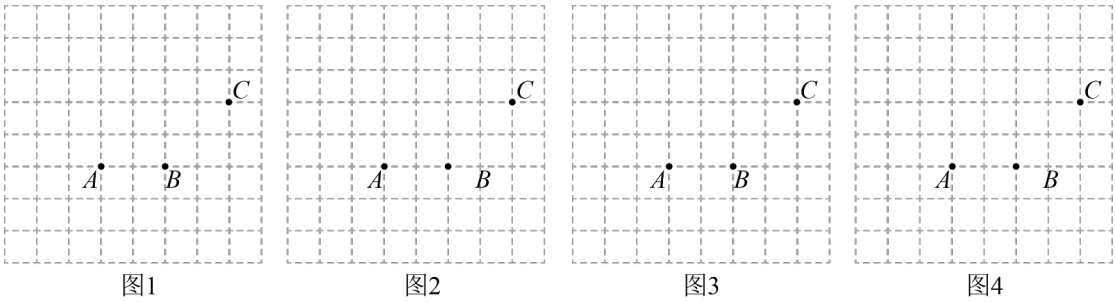
- (1)画出直线 MN
- (2)画出与四边形 $ABCD$ 关于直线 MN 成轴对称的四边形

【变式 2】 . 画出四边形 $ABCD$ 关于直线 l 的轴对称的图形 .

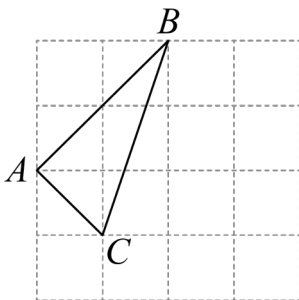


题型 09 网格问题

【典例 1】 . 如图，点 A 、 B 、 C 都在方格纸的格点上，请你再找一个格点 D ，使点 A 、 B 、 C 、 D 组成一个轴对称图形，并画出对称轴 .



【变式 1】 . $\triangle ABC$ 在网格中的位置如图所示，若以网格线所在直线为对称轴，作与 $\triangle ABC$ 成轴对称的图形 $\triangle A'B'C'$ ，那么此网格中可以作出的 $\triangle A'B'C'$ 的个数为 ()



- A . 1 个 B . 2 个 C . 3 个 D . 4 个

【变式 2】 . 在 5×7 的方格纸上，任意选出 5 个小方块涂上颜色，使整个图形（包括着色的“对称”）有：

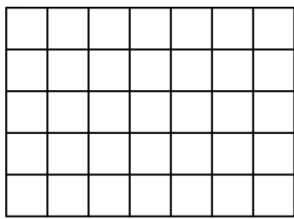


图1

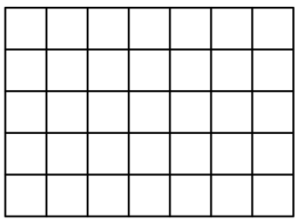


图2

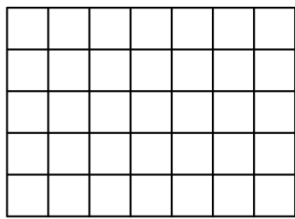


图3

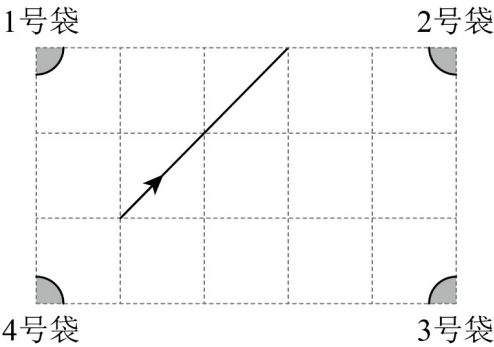
① 1 条对称轴；

② 2 条对称轴；

③ 4 条对称轴 .

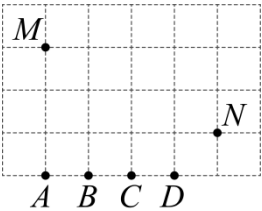
题型 10 台球问题

【典例 1】 . 如图是一个台球桌面的示意图，图中四个角上的阴影部分分别表示四个入球孔 . 若一个球按图中所示的方向被击出（球可以经过多次反射），则该球最后将落入的球袋是（ ）



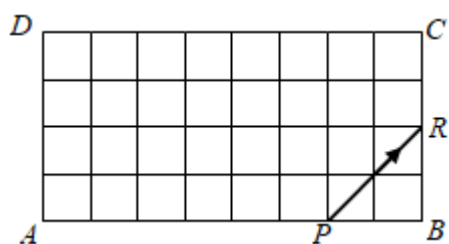
- A . 1 号袋 B . 2 号袋 C . 3 号袋 D . 4 号袋

【变式 1】 . 如图，桌球的桌面上有 M, N 两个球，若要将 M 球射向桌面的一边，反弹一次后击中 N 球，则 $A, B, C, D, 4$ 个点中，可以反弹击中 N 球的是 ____ 点 .



【变式 2】 . 如图，在 8×4 的长方形 $ABCD$ 网格中，每个网格的顶点叫格点 . 一发光电子位于 AB 边上格点 P 处，将发光电子沿 PR 方向发射（其中 $\angle PRB = 45^\circ$ ），碰撞到长方形的 BC 边时发生反弹，设定此时为

发光电子第¹次与长方形的边碰撞（点 R 为第¹次碰撞点），发光电子碰撞到长方形的边时均发生反弹，若发光电子与长方形的边共碰撞了²⁰²¹次，则它与 AB 边碰撞次数是



强化训练

一、单选题

1. 中国文字是方块字，其形、音、结构、神韵都具美感对称美在汉字结构中十分常见，下面⁴个汉字中，可以看做是轴对称图形的是（ ）

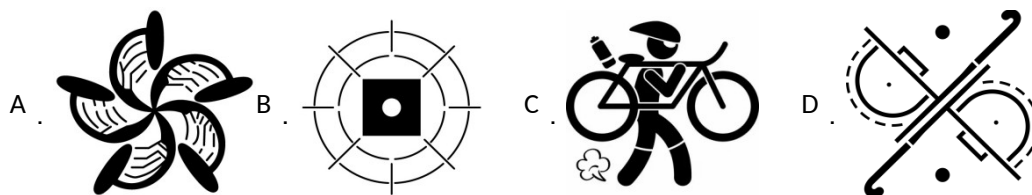
A. 瑞

B. 中

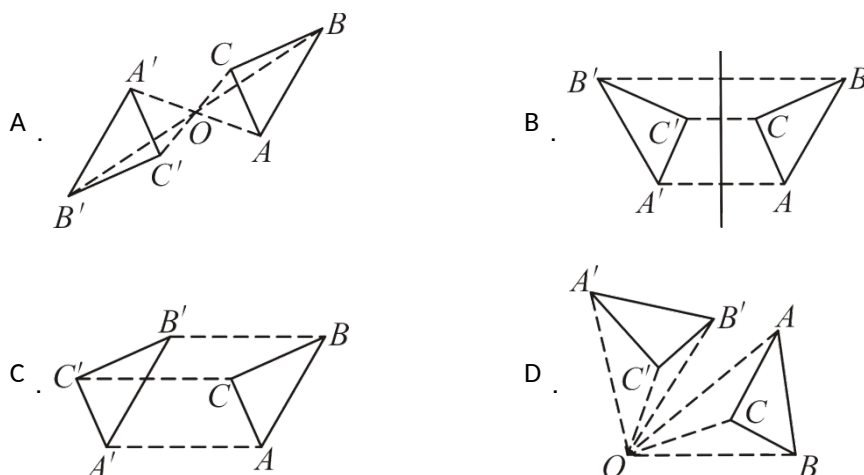
C. 附

D. 初

2. 第³³届夏季奥运会将于²⁰²⁴年⁷月²⁶日至⁸月¹¹日在法国巴黎举行，如图所示巴黎奥运会项目图标中，轴对称图形是（ ）



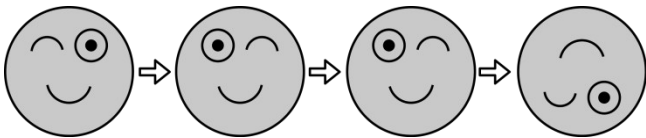
3. 下列图形中， $\triangle A'B'C'$ 与 $\triangle ABC$ 成轴对称的是（ ）



4. 若 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A_1B_1C_1$ 关于直线 l 对称， $\triangle A_1B_1C_1$ 的面积为⁸，则 $\triangle ABC$ 的面积为（ ）

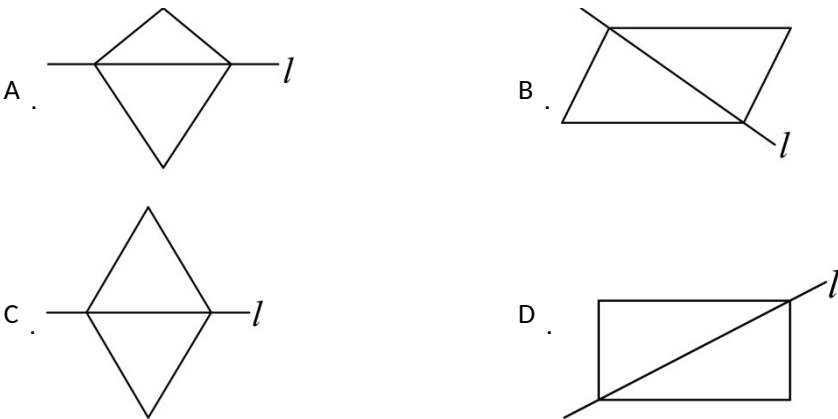
- A . 2 B . 4 C . 8 D . 16

5 . 对如图所示的变化顺序描述正确的是 ()

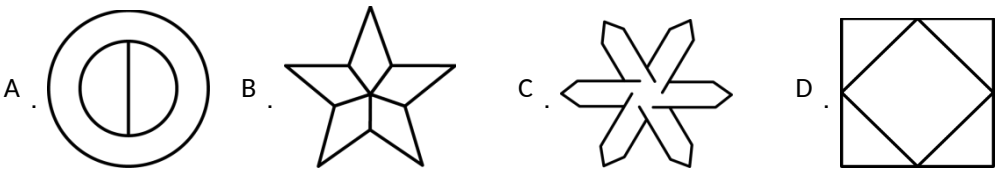


- A . 轴对称、旋转、平移 B . 旋转、轴对称、平移
C . 平移、轴对称、旋转 D . 轴对称、平移、旋转

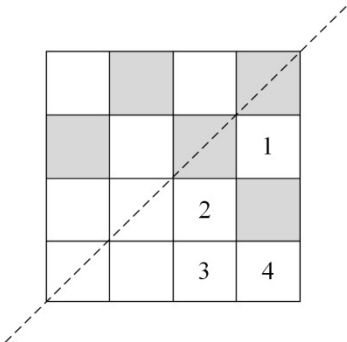
6 . 下列选项中，直线 l 是四边形的对称轴的是 ()



7 . 下列图形中，对称轴数量最多的是 ()

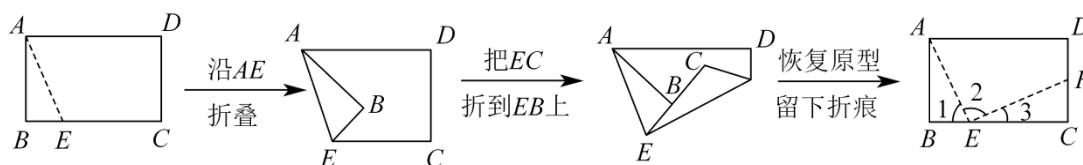


8 . 如图，在网格图中选择一个格子涂阴影，使得整个图形是以虚线为对称轴的轴对称图形，则这个格子内标有的数字是 ()



- A . 1 B . 2 C . 3 D . 4

9. 按如图的方法折纸，下列说法不正确的是 ()

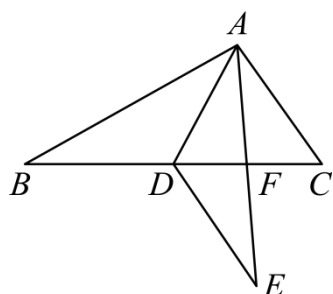


- A. $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 互余 B. $\angle 2 = 90^\circ$ C. $\angle 1$ 与 $\angle AEC$ 互补 D. AE 平分 $\angle BEF$

10. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，D 是边 BC 的中点，将 $\triangle ABD$ 沿 AD 翻折，点 B 落在点 E 处，AE 交 CD 于点 F，

$\triangle ADF$ 的面积恰好是 $\triangle ABC$ 面积的 $\frac{1}{4}$ 。小丽在研究这个图形时得到以下两个结论：① $\angle B = \angle CAE$ ；②

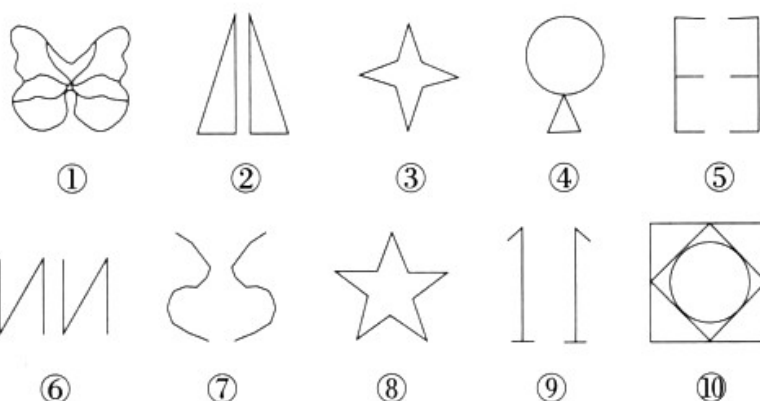
$AC = CD$ 。那么下列说法中，正确的是 ()



- A. ①正确②错误 B. ①错误②正确
C. ①、②皆正确 D. ①、②皆错误

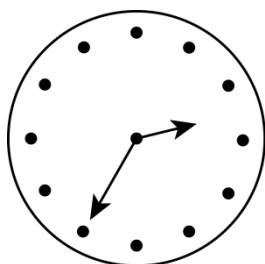
二、填空题

11. 如图，属于轴对称图形的有_____，成轴对称的图形有_____。（只填序号）

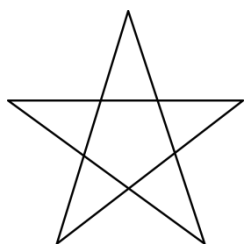


12. 从汽车的后视镜中看见某车车牌的后 5 位号码是：B4939，则该车的后 5 位号码实际上_____

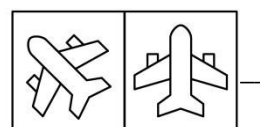
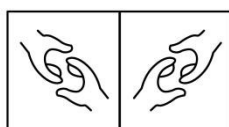
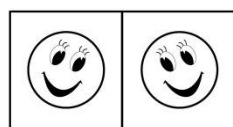
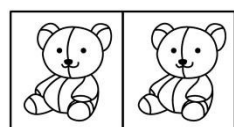
13. 如图，小芳在镜子里看镜子对面电子钟的示数为 $2:35$ ，你能确定准确时间是_____。



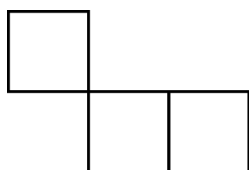
14. 如图，五角星是非常美丽的图案，它有_____条对称轴。



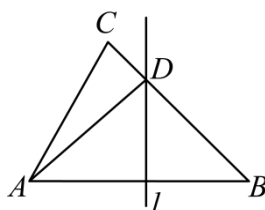
15. 在下面各组图形中，分别将第一个图形进行怎样的运动，就可以与第二个图形重合（填“平移”“旋转”或“翻折”）？



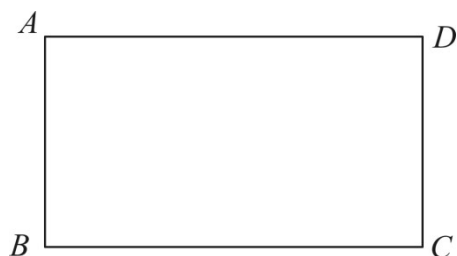
16. 如图是由三个小正方形组成的图形，请在图中补画一个小正方形，使补画后的图形为轴对称图形，共有_____种补法。



17. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 9$ ， $BC = 7$ ， $CA = 5$ ，将 $\triangle ABC$ 沿直线 l 折叠，恰好使点 B 与点 A 重合，直线 l 交边 BC 于点 D ，那么 $\triangle ACD$ 的周长是_____。

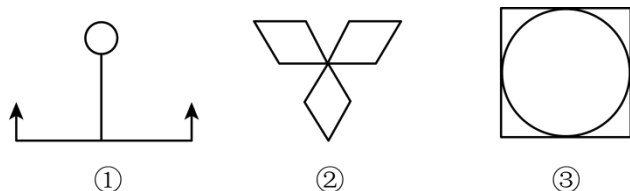


18. 如图，四边形 $ABCD$ 是长方形 ($AD > AB$) . 点 E 、 F 分别是边 AB 、 BC 上的任意点，连接 DE 、 DF . 将三角形 ADE 与三角形 CDF 分别沿着 DE 、 DF 翻折，点 A 、 C 的对应点分别是点 A_1 、 C_1 ，当点 A_1 、 C_1 、 D 恰好在同一直线上时， $\angle EDF =$ _____ 度 .

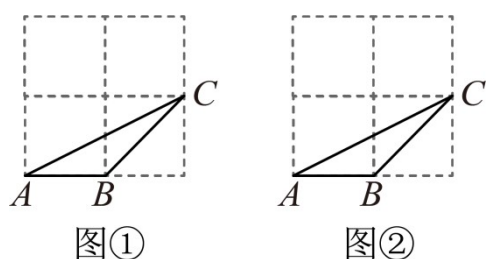


三、解答题

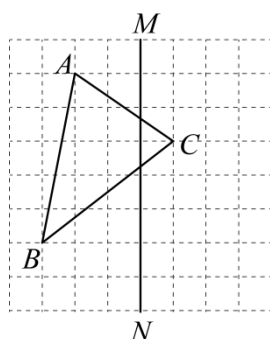
19. 找出图中哪些是轴对称图形？并画出其对称轴 .



20. 如图，在 2×2 的正方形网格纸中，格线的交点称为格点，以格点为顶点的三角形称为格点三角形，图中 $\triangle ABC$ 是一个格点三角形 . 请你在图中，作出与 $\triangle ABC$ 成轴对称的格点三角形 (要求所画图形不重复) .

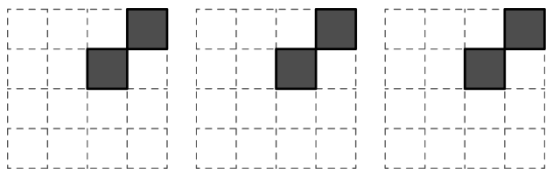


21. 如图，在正方形网格上有一个 $\triangle ABC$.

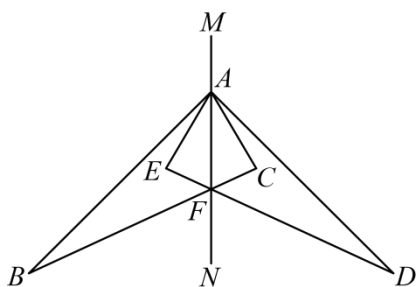


- (1) 画 $\triangle ABC$ 关于直线 MN 的对称 $\triangle A'B'C'$ (不写画法) ;
- (2) 若网格上的每个小正方形的边长为 1，求 $\triangle ABC$ 的面积 .

22. 如图，16个相同的小正方形拼成一个正方形网格，其中的两个小方格已涂黑．请用三种不同的方法分别在图中再涂黑两个小方格，使整个网格成为轴对称图形．



23. 如图， $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 关于直线 MN 对称， BC 与 DE 的交点 F 在直线 MN 上．若 $DE = 5, CF = 1, \angle BAC = 75^\circ, \angle EAC = 60^\circ$ ．



- (1) 求 BF 的长度；
 - (2) 求 $\angle CAD$ 的度数．
24. 如图①②③所示的图案是用黑白两种颜色的正方形纸片拼成的．

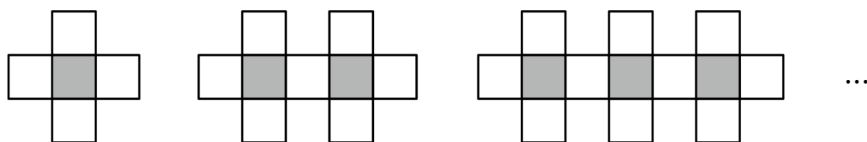


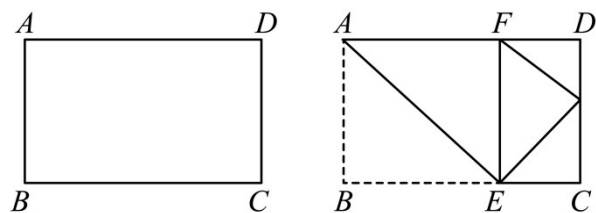
图 ①

图 ②

图 ③

- (1) 如图①所示的图案是轴对称图形吗？若是，有几条对称轴？
- (2) 如图②，③所示图案是否是轴对称图形？若是，有几条对称轴？
- (3) 请你推断，按此规律下去，第 n 个图案是否是轴对称图形？若是，有几条对称轴？

25. 已知：如图①长方形纸片 $ABCD$ 中， $AB < AD$ ．将长方形纸片 $ABCD$ 沿直线 AE 翻折，使点 B 落在 AD 边上，记作点 F ，如图②．



图①

图②

(1) 当 $AD = 10$, $AB = 6$ 时, 求线段 FD 的长度;

(2) 设 $AD = 10$ 、 $AB = x$, 如果再将 $\triangle AEF$ 沿直线 EF 向右起折, 使点 A 落在射线 FD 上, 记作点 G , 若设线段 $FD = \frac{4}{3}DG$, 请根据题意画出图形, 并求出 x 的值;

(3) 设 $AD = a$, $AB = b$, $\triangle AEF$ 沿直线 EF 向右翻折后交 CD 边于点 H , 连接 FH , 当 $\frac{S_{\triangle HFE}}{S_{\text{四边形}ABCD}} = \frac{1}{5}$ 时, 求 $\frac{a}{b}$ 的值 .