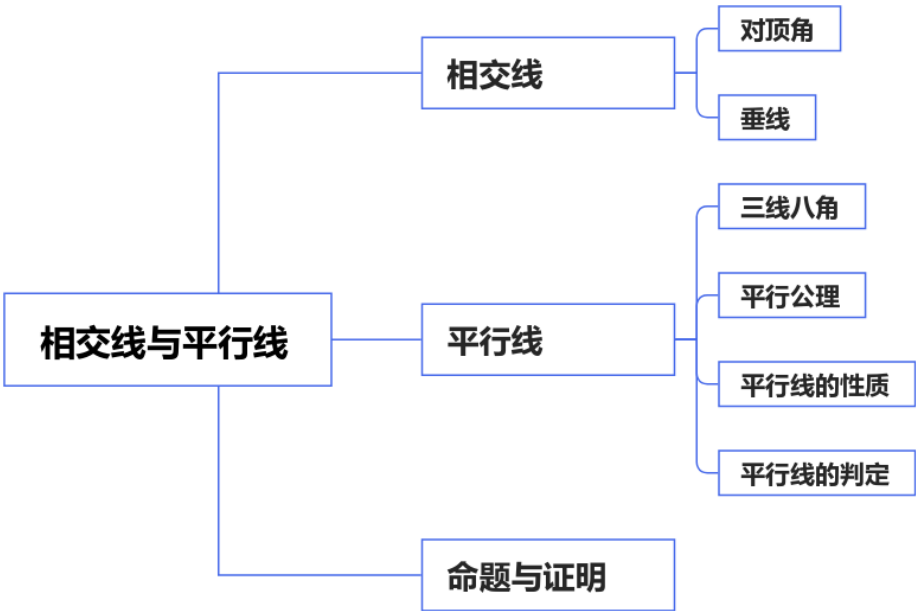


第十六章 相交线与平行线单元复习

内容概览



知识清单

知识点 1 对顶角

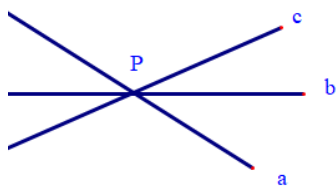
1. 定义

它们有一个公共顶点，且两边互为反向延长线，具有这种位置关系的两个角叫做**对顶角**.

2. 性质

【即学即练】

1. 如图，三条直线 a, b, c 相交于点 P ，问图中共有几对对顶角？



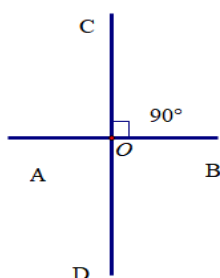
知识点 2 垂直

1. 定义

当两条直线相交，夹角为 90° 时，这两条直线互相垂直。其中一条直线叫做另一条直线的**垂线**。

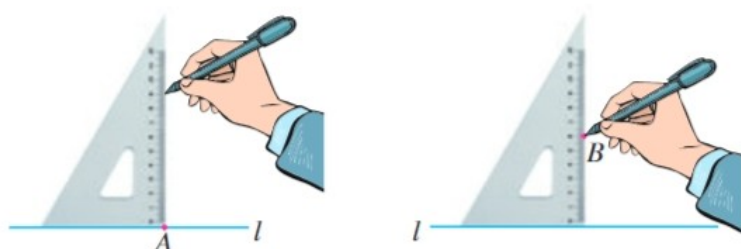
【即学即练】

1. 如图，直线 AB 与直线 CD 互相垂直，垂足为 O ，则记作： $CD \perp AB$



2 垂线性质

垂线公理：平面内，经过一点有且只有一条直线与已知直线垂直。

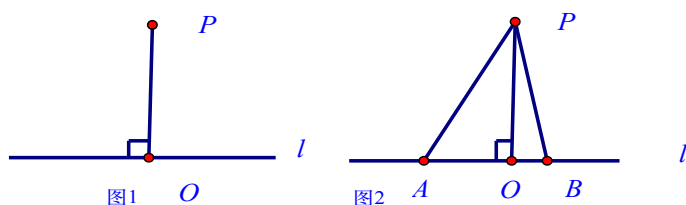


垂线性质指明垂线的存在性和唯一性，是垂线作图的保证。

3. 垂线段

(1) 定义：如图 1， $PO \perp l$ ，垂足为 O ，线段 PO 叫作点 P 到 l 的垂线段。其中线段 PO 的长度叫作点 P 到

直线 l 的距离。



(2) 性质：连接直线外一点与直线上各点的所有线段中，垂线段最短。

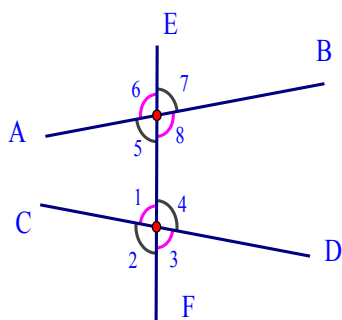
如图 2， $PO < PA$ ， $PO < PB$ (垂线段最短)

知识点 3 三线八角

1. 两条直线被第三条直线所截

直线 AB 、 CD 都和直线 EF 相交叫作直线 AB 、 CD 被直线 EF 所截，

在两个交点处形成八个角叫作“三线八角”，其中 AB 、 CD 叫作被截线， EF 叫作截线；



2. 同位角、内错角、同旁内角

三线八角是指没有公共顶点的两个角之间的关系.

(1) 同位角：在两条被截直线的**同侧**，第三条截线的**同旁**. 同位角形如字母“**F**”，图中的同位角有： $\angle 1$ 与

$\angle 6$ ， $\angle 2$ 与 $\angle 5$ ， $\angle 3$ 与 $\angle 8$ ， $\angle 4$ 与 $\angle 7$

(2) 内错角：在两条被截直线**之间**，第三条截线的**两旁**.

内错角形如字母“**N、Z**”，图中的内错角有： $\angle 1$ 与 $\angle 8$ ， $\angle 4$ 与 $\angle 5$

(3) 同旁内角：在两条被截直线**之间**，第三条截线的**同旁**.

同旁内角形如字符“**C**”，图中的同旁内角有： $\angle 1$ 与 $\angle 5$ ， $\angle 4$ 与 $\angle 8$

知识点 4 平行线的判定与性质

1. 定义

在同一平面内，不相交的两条直线叫作**平行线**

易错点：强调是“**同一平面内**”. 生活中还有一种位置关系叫作“异面直线”.

平行线的表示方法：若直线 AB 与直线 CD 平行，记作： **$AB \parallel CD$** ，

读作：直线 AB 平行于直线 CD .

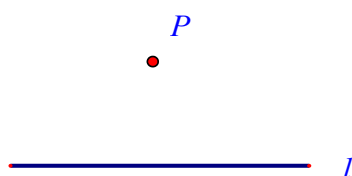
A _____ B

C _____ D

2. 平行公理

(1) **基本事实(平行公理)**：经过直线外一点，有且只有 1 条直线与该直线平行。

易错点：强调是“直线外一点”



(2) **平行公理的推论——平行的传递性**

定理：在同一平面内，如果两条直线都和第三条直线平行，那么这两条直线也互相平行。



几何语言：

$\because b \parallel a, c \parallel a$

$\therefore b \parallel c$

3. 平行线的判定与性质

平行线的判定定理 1：

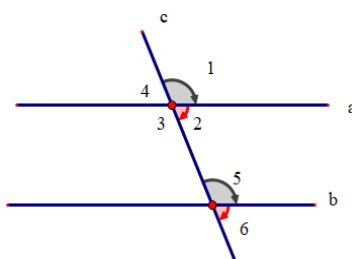
两条直线被第三条直线所截，如果同位角相等，那么这两条直线平行。

简称：**同位角相等，两直线平行。**

平行线的性质定理 1：

两条平行线被第三条直线所截，同位角相等。

简称：**两直线平行，同位角相等。**



几何语言表述：

判定： $\because \angle 1 = \angle 5$

$\therefore a \parallel b$ (同位角相等，两直线平行)

性质： $\because a \parallel b$

【即学即练】

平行线的判定定理 2：

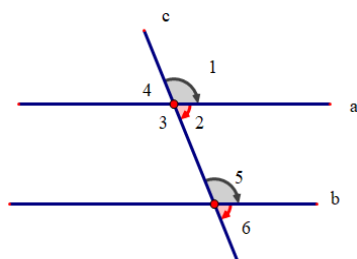
两条直线被第三条直线所截，如果内错角相等，那么这两条直线平行.

简称：**内错角相等，两直线平行.**

平行线的性质定理 2：

两条平行线被第三条直线所截，内错角相等.

简称：**两直线平行，内错角相等.**



几何语言表述：

判定： $\because \angle 3 = \angle 5$
 $\therefore a // b$ (内错角相等，两直线平行)
 性质： $\because a // b$

【即学即练】

平行线的判定定理 3：

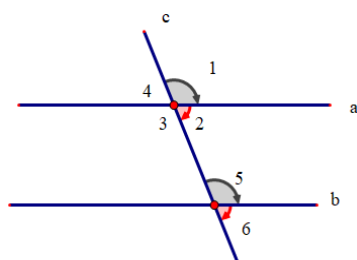
两条直线被第三条直线所截，如果同旁内角互补，那么这两条直线平行.

简称：**同旁内角互补，两直线平行.**

平行线的性质定理 3：

两条平行线被第三条直线所截，同旁内角互补.

简称：**两直线平行，同旁内角互补。**



几何语言表述：

判定： $\because \angle 2 + \angle 5 = 180^\circ$

$\therefore a // b$ (同旁内角互补，两直线平行)

性质： $\because a // b$

$\therefore \angle 2 + \angle 5 = 180^\circ$

【即学即练】

知识点5

命题与证明

1. 命题

(1) 用自然语言、符号或式子表达，且可以判断其真假的语句叫作**命题**。

一句话是不是命题，关键是看这句话有无进行判断。如：“同角的余角相等”是命题，因为它对两个角是否相等做出了判断；再比如“互为相反数的绝对值相等吗？”这句话是个疑问句，因为它对两个数是否相等没有做出判断，所以不是命题。

正确的命题叫作真命题，错误的命题叫作假命题。

(2) 命题的条件和结论

命题通常由条件、结论两部分组成。命题常可以写成“如果……，那么……”的形式。其中，用“如果”开始的部分是条件，用“那么”开始的部分是结论。

有一些命题是简缩句，省略掉的词句要先补充完整再作条件和结论的分析。

如：“对顶角相等”

可改成：“**如果两个角是对顶角，那么这两个角相等**”.

2. 证明

(1) 公理：在几何里，挑选其中一些基本事实，承认其正确性，将其作为用逻辑推理证实其他事实的原始依据.这些基本事实称为公理.

直线公理：过两点有一条直线，并且只有一条直线。

平行线的判定公理：同位角相等，两直线平行.

(2) 定理：在几何里，通过逻辑推理证实了的猜想作为定理，定理将被作为证实其他事实的依据.

平行线的判定定理 2：内错角相等，两直线平行.

(3) 证明：数学上要求从已知条件出发，依据已被确认的事实(包括定义、公理等),通过逻辑推理说明猜想的正确性，这个过程叫作证明.

题型精讲

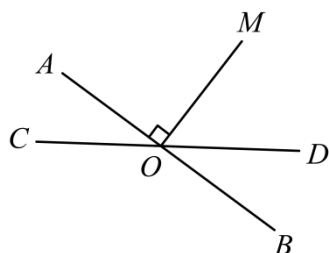
题型 01 对顶角

【典例 1】 (²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海普陀·期中) 已知 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是对顶角，且 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互余，那么 $\angle 1 =$ _____

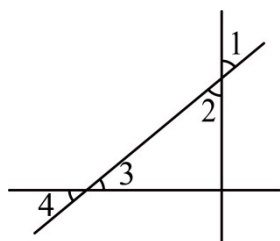
。

【变式 1】 (²⁴⁻²⁵ 七年级下·湖南长沙·月考) 如图，直线 AB ， CD 相交于点 O ， $\angle MOD = 40^\circ$ ，则 $\angle COB$

的度数为 _____ .

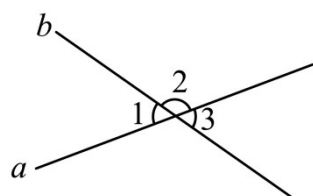


【变式2】 (24-25 七年级下·上海金山·期中) 如图, 如果 $\angle 1 = 50^\circ$, $\angle 2$ 与 $\angle 4$ 互余, 那么 $\angle 3$ 的度数是 _____ $^\circ$.



【变式3】 (24-25 七年级下·全国·单元测试) 若两条直线相交所成的四个角中, 有两个角分别是 $(2x-10)^\circ$ 和 $(110-x)^\circ$, 则 $x =$ _____ .

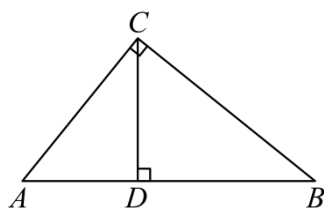
【变式4】 (24-25 七年级下·全国·随堂练习) 如图, 直线 a, b 相交, $\angle 1 + \angle 3 = 80^\circ$, 求 $\angle 2$ 的度数 .



题型 02 两直线垂直

【典例1】 (24-25 七年级下·上海·期中) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, CD 是斜边 AB 上的高, 那

么表示点 A 到直线 BC 的距离是 ()

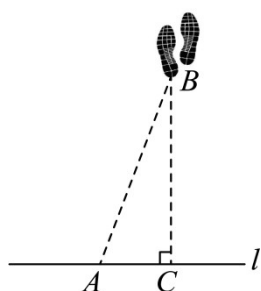


- A. 线段 AC 的长度 B. 线段 CD 的长度
- C. 线段 CB 的长度 D. 线段 AB 的长度

【变式1】 (²⁴⁻²⁵ 七年级上·江苏常州·期末) 立定跳远是常州体育中考项目之一，女生成绩达到或超过

1.85m 获得满分，达到或超过 1.95m 获得加分。如图，一女生在起跳线 l 上的点 A 处起跳， $BC \perp l$ ，垂足为

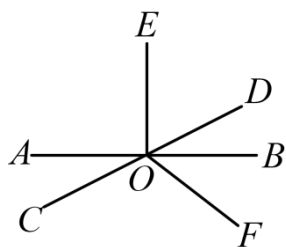
C 。若该女生获得满分但未加分，则下列说法中正确的是 ()



- A. BC 可能为 1.95m B. BC 可能为 1.8m
- C. AB 可能为 1.85m D. AB 可能为 1.95m

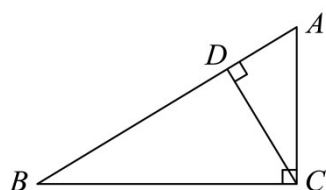
【变式2】 (²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海嘉定·期末) 如图，直线 AB 、 CD 相交于点 O ， OD 平分 $\angle EOF$ ，

$OE \perp AB$ 。如果 $\angle BOF = 28^\circ$ ，那么 $\angle COF =$ _____ $^\circ$ 。



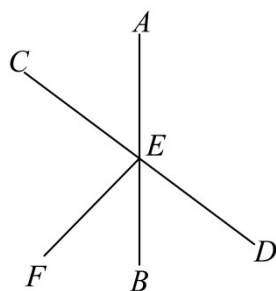
【变式3】 (24-25 七年级下·陕西安康·月考) 如图，在直角三角形 ABC 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，过点 C 作

$CD \perp AB$ 于点 D ，则线段_____的长可以表示点 B 到直线 CD 的距离。



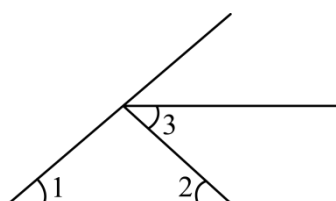
【变式4】 (24-25 七年级上·上海徐汇·期末) 如图，直线 AB 、 CD 相交于 E ， $EF \perp CD$ ，垂足为 E 。当

$\angle BEF = 33^\circ$ 时， $\angle AEC =$ _____。



题型 03 三线八角

【典例1】 (24-25 七年级下·上海浦东新·期中) 如图所示，下列说法中正确的是 ()



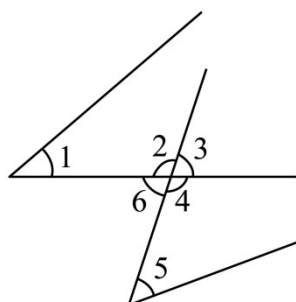
A. $\angle 2$ 与 $\angle 1$ 是同位角

B. $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 是同位角

C. $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 是内错角

D. $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 是同旁内角

【变式 1】 (24-25 七年级下·广东江门·月考) 如图，下列结论中错误的是 ()



A. $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 是同位角

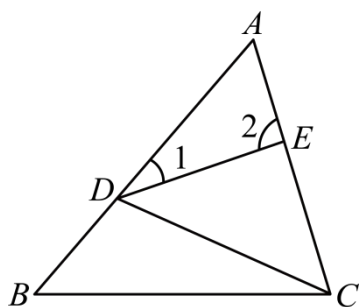
B. $\angle 4$ 与 $\angle 5$ 是同旁内角

C. $\angle 3$ 与 $\angle 6$ 是对顶角

D. $\angle 1$ 与 $\angle 4$ 是内错角

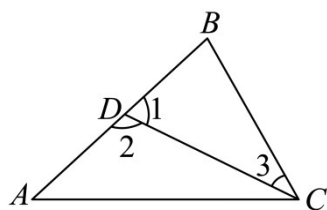
【变式 2】 (24-25 七年级下·上海·期中) 如图， $\angle B$ 与 $\angle 1$ 是_____角， $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是_____角。

(填“同位角”、“内错角”或“同旁内角”)

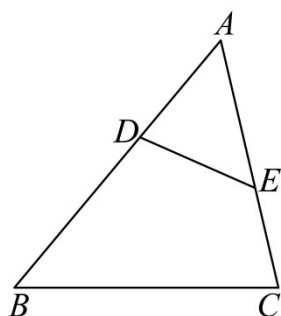


【变式 3】 (24-25 七年级下·上海松江·期末) 如图，下列结论：① $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 是内错角；② $\angle 2$ 与 $\angle B$ 是同

位角；③ $\angle 1$ 与 $\angle B$ 是同旁内角，其中正确的有_____ (只填序号) 。



【变式 4】（²⁴⁻²⁵ 七年级上·上海徐汇·期末）如图：与 $\angle B$ 构成同旁内角的角有 _____ 个．



题型 04 平行线的判定与性质

【典例 1】（²⁴⁻²⁵ 七年级下·全国·单元测试）已知 a ， b ， c 是同一平面内的三条直线，下列说法正确的是

()

A．若 $a \perp b$ ， $b \parallel c$ ，则 $a \parallel c$

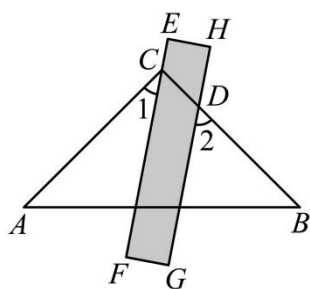
B．若 $a \perp b$ ， $b \perp c$ ，则 $a \perp c$

C．若 $a \parallel b$ ， $b \perp c$ ，则 $a \parallel c$

D．若 $a \parallel b$ ， $b \parallel c$ ，则 $a \parallel c$

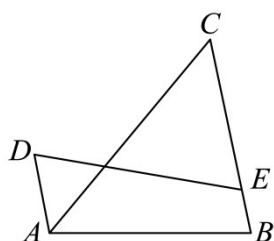
【典例 2】（²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海崇明·期中）如图，将三角板与两边平行的直尺（ $EF \parallel HG$ ）贴在一起，使

三角板的直角顶点 C 在直尺的一边上，若 $\angle 2 = 60^\circ$ ，则 $\angle 1$ 的度数是 ()



- A. 60° B. 45° C. 30° D. 15°

【典例3】（²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海崇明·期中）如图，已知 $\angle D = \angle CED$ ， AC 平分 $\angle DAB$ ，如果 $\angle B = 80^\circ$ ，那么 $\angle BAC =$ _____ $^\circ$ 。



【变式1】（²²⁻²³ 七年级下·陕西西安·月考）下列说法中正确的是（ ）

- A. 平面内，过一点有且只有一条直线与已知直线平行
- B. 平面内，过一点有且只有一条直线与已知直线垂直
- C. 从直线外一点到已知直线引垂线，点和垂足之间的垂线段叫做这个点到这条直线的距离
- D. 如果直线 a 与 b 相交， b 与 c 相交，那么 a 与 c 相交

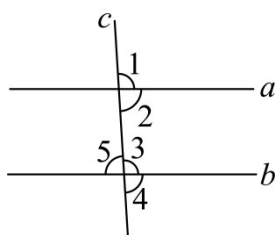
【变式2】（²⁴⁻²⁵ 七年级下·全国·课后作业）在同一平面内有 2026 条直线 $a_1, a_2, \dots, a_{2026}$ ，如果

$a_1 \perp a_2$ ， $a_2 \parallel a_3$ ， $a_3 \perp a_4$ ， $a_4 \parallel a_5$ ， $\dots$ ，以此类推，那么 a_1 与 a_{2026} 的位置关系是（ ）

- A. 垂直 B. 平行 C. 垂直或平行 D. 重合

【变式3】（²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海青浦·期中）如图，直线 a 、 b 被直线 c 所截，下列选项中不一定能判定

$a \parallel b$ 的是（ ）



- A. $\angle 1 = \angle 3$ B. $\angle 2 = \angle 3$ C. $\angle 2 = \angle 4$ D. $\angle 2 = \angle 5$

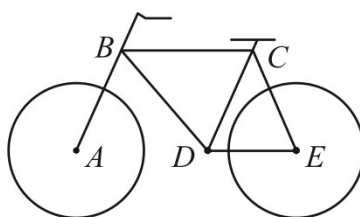
【变式4】（²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海金山·期中）如图①，“二八大杠”传统老式自行车承载了一代人的回忆，

图②是它的几何示意图．已知 $BC \parallel DE$ ， $AB \parallel CD$ ，当 $\angle ABD = 72^\circ$ ， $\angle CBD = 42^\circ$ 时， $\angle CDE$ 的度数为

_____°．



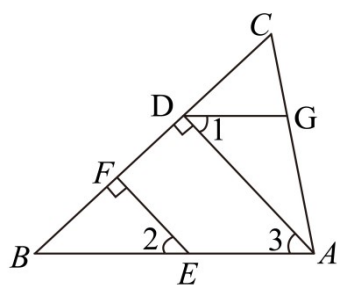
图①



图②

【变式5】（²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海·期中）补全下列推理过程：

如图， $EF \perp BC$ ， $AD \perp BC$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ，试说明 $DG \parallel BA$



解： $\because EF \perp BC$ ， $AD \perp BC$ ，（已知），

$\therefore \angle BFE = 90^\circ$ ， $\angle BDA = 90^\circ$ （———），

$\therefore \angle BFE = \angle BDA$

$\therefore EF \parallel AD$ （———）

$\therefore \angle 2 = \angle 3$ （———）

$\because \angle 1 = \angle 2$ （已知），

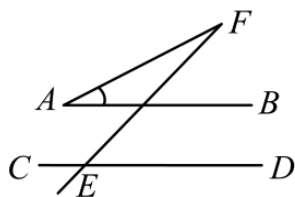
$\therefore$ _____（等量代换）。

$\therefore DG \parallel AB$ （———）。

题型 05 平行线中的几何模型

【典例 1】（²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海奉贤·期中）如图，已知 $AB \parallel CD$ ， EF 交 CD 于点 E ， $\angle A = 22^\circ$ ，

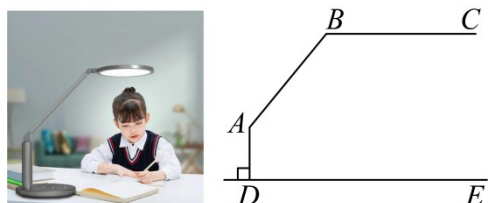
$\angle DEF = 50^\circ$ ，那么 $\angle F =$ _____



【变式 1】（²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海闵行·月考）近几年中学生近视的现象越来越严重，为保护视力，某公司

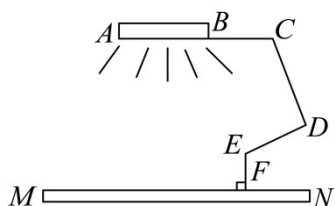
推出了护眼灯，其侧面示意图（台灯底座高度忽略不计）如图所示，其中 $AD \perp DE$ ， $BC \parallel DE$ 。经使用发

现，当 $\angle ABC = 126^\circ$ 时，台灯光线最佳，此时 $\angle BAD$ 的度数为_____。



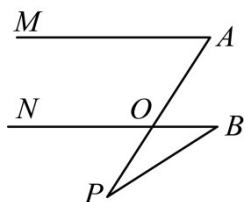
【变式2】（²⁴⁻²⁵ 七年级下·甘肃平凉·月考）如图是一款折叠LED护眼灯示意图， EF 与桌面 MN 垂直，

当发光的灯管 AB 恰好与桌面 MN 平行时， $\angle BCD = 105^\circ$ ， $\angle CDE = 93^\circ$ ，则 $\angle DEF$ 的度数为_____。



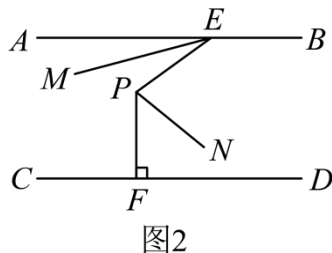
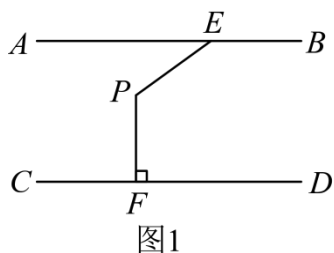
【变式3】（²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海嘉定·期中）如图，已知 $MA \parallel NB$ ， AP 与 BN 交于 O 点， $\angle A = 70^\circ$ ，

$\angle B = 40^\circ$ ，则 $\angle P$ 的度数为多少？



【变式4】（²⁴⁻²⁵ 七年级下·重庆·月考）如图，已知 $AB \parallel CD$ ， P 是直线 AB ， CD 间的一点， $PF \perp CD$ 于

点 F ， PE 交 AB 于点 E ， $\angle FPE = 120^\circ$ 。



(1) $\angle AEP = \underline{\quad}$.

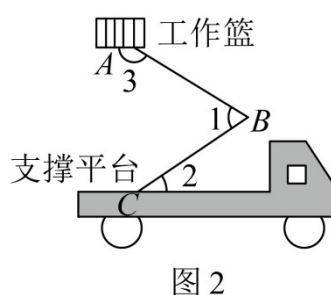
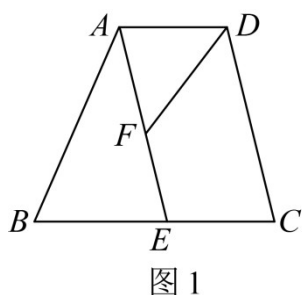
(2) 如图 2，射线 PN 从 PF 出发，以每秒 45° 的速度绕 P 点按逆时针方向旋转，当 PN 垂直 AB 时，立刻按原速返回至 PF 后停止运动；射线 EM 从 EA 出发，以每秒 20° 的速度绕 E 点按逆时针方向旋转至 EB 后停止运动，若射线 PN ，射线 EM 同时开始运动，设运动时间为 t 秒。

① 当 $\angle MEP = 10^\circ$ 时，请求出 $\angle EPN$ 的度数；

② 当 $EM \parallel PN$ 时，请求出 t 的值。

【变式 5】 (²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海奉贤·期中) 在学习了《相交线与平行线》后，数学小组进行探究平行线

的“等角转化”功能的的活动。



(1) 如图 1，已知 $\angle CDF + \angle DFE = 180^\circ$ ， $\angle C = \angle DAE$ 。

① 求证： $AD \parallel BC$ ；

②探究 $\angle ADF$ ， $\angle AEB$ 与 $\angle DFE$ 之间有怎样的数量关系？并说明理由：

(2) 实际应用：如图 2 是路灯维护工程车的工作示意图，工作篮与支撑平台平行，如果 $\angle 1 = 76^\circ$ ，那么

$\angle 3 - \angle 2$ 的度数为

题型 06 命题与证明

【典例 1】（²⁵⁻²⁶ 七年级上·上海·期末）下列命题中，判断错误的是（ ）

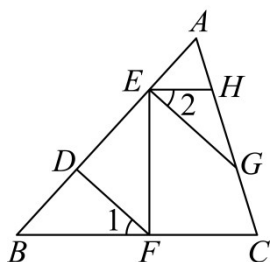
- A. 所有定理都有逆命题
- B. 对顶角相等的逆命题是真命题
- C. 假命题的逆命题不一定是假命题
- D. 两条平行线被第三条直线所截，内错角的平分线互相平行

【典例 2】（²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海·期末）将“同角的补角相等”改写成“如果…那么…”的形式：_____.

【典例 3】（²⁴⁻²⁵ 七年级下·全国·单元测试）如图，在三角形 ABC 中， D ， E 是 AB 上的点， F 是 BC 上

一点， G ， H 是 AC 上的点， $FD \perp AB$ ，连接 EF ， EH ， EG ，有下列三个条件：① $EG \perp AB$ ；②

$\angle 1 = \angle 2$ ；③ $EH \parallel BC$.



(1) 请从三个条件中任选两个与题干结合作为题设，另一个作为结论．写出所有命题，并判断这些命题是真命题还是假命题；

(2) 请你选择 (1) 中的一个真命题进行证明．

【变式 1】 (24-25 七年级下·上海松江·期末) 下列各命题的逆命题成立的是 ()

A . 直角都相等

B . 如果 $a = b$, 那么 $a^2 = b^2$

C . 对顶角相等

D . 两直线平行，同旁内角互补

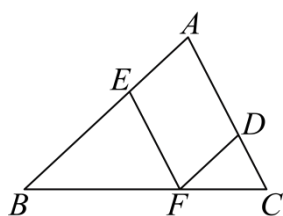
【变式 2】 (24-25 八年级上·上海·期中) 命题：在同一平面内，垂直于同一条直线的两条直线互相平行．

(1) 请将此命题改写成“如果 $\square$, 那么 $\square$ ”的形式：_____；

(2) 请写出“已知”和“求证”，并证明过程．

【变式 3】 (24-25 七年级下·四川自贡·期末) 如图，已知 D 、 E 、 F 分别是线段 AC 、 AB 、 BC 上的点，

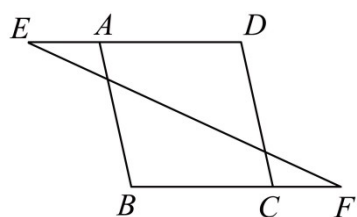
$DF \parallel AB$, $\angle DFE = \angle A$.



(1) 求证： $\angle EFB = \angle C$ ；

(2) 若把原题设中“ $DF \parallel AB$ ”与结论“ $\angle EFB = \angle C$ ”互换，所得命题是真命题吗？请说明理由．

【变式 4】 (24-25 七年级下·上海青浦·期末) 如图，已知 $AB \parallel CD$ ， $\angle B = \angle D$ ， $\angle E = 25^\circ$ ，求 $\angle F$ 的度数。



【变式 5】 (24-25 七年级下·上海金山·期中) 科技改变世界，为提高快递包裹的分拣效率，物流公司引进了快递自动分拣流水线。如图 (1) 所示，图 (2) 是将部分流水线抽象而成的数学模型示意图。

如图 (1) 所示，图 (2) 是将部分流水线抽象而成的数学模型示意图。

如图 (2)， $\angle EOF + \angle OFC = 180^\circ$ ， OE 平分 $\angle AOC$ ， CF 平分 $\angle OCD$ 。

求证： $AB \parallel CD$ 。

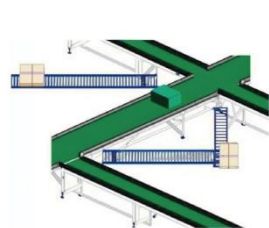


图 (1)

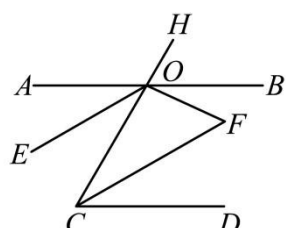


图 (2)

【变式 6】 (24-25 七年级下·上海闵行·期中) 如图， $CD \parallel AB$ ，现将一块含 30° 的三角板 EFG 按如图 1 放

置， $\angle G = 90^\circ$ ， $\angle EFG = 30^\circ$ ，使点 E 、 F 分别在直线 CD 、 AB 上，设 $\angle GFB = \alpha (0^\circ < \alpha < 90^\circ)$ 。

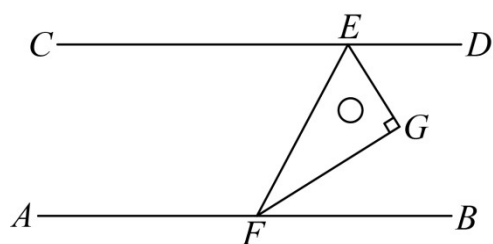


图 1

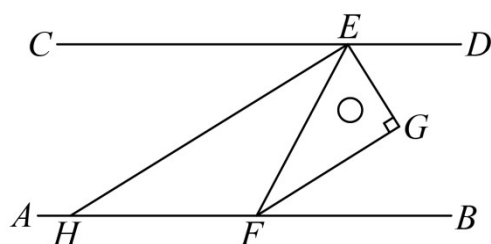


图 2

(1) 求 $\angle DEG + \angle GFB$ 的度数；

(2) 如果 $\angle CEF$ 的角平分线 EH 交直线 AB 于点 H ，如图 2。

① 当 $EH \parallel FG$ 时，求 α 的度数；

② 在①的条件下，如果点 P 是射线 EC 上的一点，将三角板 EFG 绕着点 E 以每秒 1° 的速度进行顺时针旋转，

同时射线 PC 绕着点 P 以每秒 4° 的速度进行顺时针旋转，射线 PC 旋转一周后停止转动，同时三角板 EFG

也停止转动。当旋转多少时间时， CP 与 $\triangle EFG$ 的一边平行？