

专题 01 一元一次方程 压轴题

题型归纳

题型一：一元一次方程的特殊解法

题型二：含参数的一元一次方程解法

题型三：含绝对值的一元一次方程解法

题型四：一元一次方程在数轴的应用

题型五：化简绝对值

题型六：新定义题

题型七：一元一次方程的实际应用

题型八：幻方问题

题型专练

题型一：一元一次方程的特殊解法

1. $\frac{x-1}{3} + \frac{x-1}{15} + \frac{x-1}{35} + \frac{x-1}{63} + \frac{x-1}{99} + \frac{x-1}{143} = 6$ 的解为 ()

A. $x=12$

B. $x=13$

C. $x=14$

D. $x=15$

2. 解方程： $\frac{2006-x}{2005} + \frac{2008-x}{2007} = \frac{2010-x}{2009} + \frac{2012-x}{2011}$

题型二：含参数的一元一次方程解法

3. 若关于 x 的一元一次方程 $\frac{1}{2024}x+3=2x+b$ 的解为 $x=-3$ ，则关于 y 的一元一次方程

$\frac{1}{2024}(1-y)=-2y-1+b$ 的解为_____.

4. 已知关于 x 的方程 $\frac{x}{a+1}-b=3x+c$ ，该方程的解为 $x=2023$ ，则关于 y 的方程 $\frac{3-y}{a+1}+c=3(3-y)-b$ 的解为_____.

5. 已知关于 x 的一元一次方程 $\frac{x}{2023} + a = 2023x$ 的解是 $x = 2022$ ，关于 y 的一元一次方程 $\frac{b}{2023} + 2023c = -a$

的解是 $y = -2021$ (其中 b 和 c 是含有 y 的代数式)，则下列结论符合条件的是 ()

A. $b = -y - 1, c = y + 1$

B. $b = 1 - y, c = y - 1$

C. $b = y + 1, c = -y - 1$

D. $b = y - 1, c = 1 - y$

6. (1) 已知关于 x 的一次方程 $(3a + 8)x + 7 = 0$ 无解，则 $9a^2 - 3a - 64$ 的值为 _____.

(2) 如果 m 、 n 为常数，关于 x 的方程 $2(kx + 2n) - 3 = \frac{x - km}{2}$ ，无论 k 为何值，方程的解总是 $x = \frac{1}{2}$ ，那么

$m =$ _____, $n =$ _____.

(3) 若关于 x 的方程 $\frac{3x}{2} + \frac{ax + 2}{3} = b$ 有无数个解，则 ab 的值为 _____.

7. 已知关于 x 的方程 $x - \frac{2 - ax}{6} = \frac{x}{3} - 2$ 有非负整数解，则整数 a 的所有可能的取值的和为 ()

A. -23

B. 23

C. -34

D. 34

题型三：含绝对值的一元一次方程解法

8. 满足方程 $\left|x + \frac{2}{3}\right| + \left|x - \frac{4}{3}\right| = 2$ 的整数 x 有 () 个

A. 0 个

B. 1 个

C. 2 个

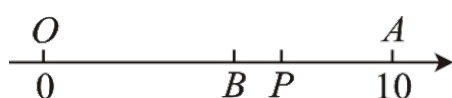
D. 3 个

9. 已知关于 x 的方程 $||x - 100| - 150| = a$ 有三个解，则 $a =$ _____.

10. 已知关于 x 的绝对值方程 $2||x - 1| - 2| = a$ 有三个解，则 $a =$ _____.

题型四：一元一次方程在数轴的应用

11. 如图，数轴上的点 O 和点 A 分别表示 0 和 10 ，点 P 是线段 OA 上一动点。点 P 沿 $O \rightarrow A \rightarrow O$ 以每秒 2 个单位的速度往返运动 1 次， B 是线段 OA 的中点，设点 P 运动时间为 t 秒 (t 不超过 10 秒)。若点 P 在运动过程中，当 $PB = 2$ 时，则运动时间 t 的值为 ()



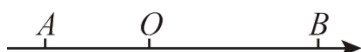
A. $\frac{3}{2}$ 秒或 $\frac{5}{2}$ 秒

B. $\frac{3}{2}$ 秒或 $\frac{7}{2}$ 秒或 $\frac{13}{2}$ 秒或 $\frac{15}{2}$ 秒

C. 3 秒或 7 秒或 $\frac{13}{2}$ 秒或 $\frac{17}{2}$ 秒

D. $\frac{3}{2}$ 秒或 $\frac{7}{2}$ 秒或 $\frac{13}{2}$ 秒或 $\frac{17}{2}$ 秒

12. 如图，数轴上 A, B 两点所对应的数分别是 a 和 b ，且 $(a+5)^2 + |b-7| = 0$ 。



(1) 则 $a =$ _____, $b =$ _____, A, B 两点之间的距离 = _____;

(2) 有一动点 P 从点 A 出发第一次向左运动 1 个单位长度，然后在新位置第二次运动，向右运动 2 个单位长度，在此位置第三次运动，向左运动 3 个单位长度，在此位置第四次运动，向右运动 4 个单位长度...，按照如此规律不断地左右运动，当运动到 2023 次时，求点 P 所对应的有理数。

(3) 在 (2) 的条件下，点 P 在某次运动时恰好到达某一个位置，使点 P 到点 B 的距离是点 P 到点 A 的距离的 2 倍？请求出此时点 P 的位置，并直接写出是第几次运动。

13. 点 A, B 分别对应数轴上的数 a, b ，且 a, b 满足 $|a+2| + (b-10)^2 = 0$ ，点 P 是线段 AB 上一点，
 $BP = 2AP$ 。

(1) 直接写出 $a =$ __, $b =$ __, 点 P 对应的数为__;

(2) 点 C 从点 P 出发以每秒 1 个单位长度的速度向左运动，点 D 从点 B 出发以每秒 2 个单位长度的速度向左运动，设运动时间为 t ($t \neq 4$) 秒。

① 在运动过程中， $\frac{PD}{AC}$ 的值是否发生变化？若不变求出其值，若变化，写出变化范围；

② 若 $PC = 4PD$ ，求 t 的值；

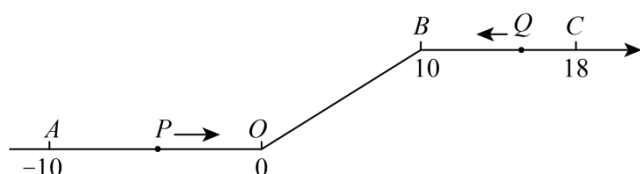
③ 若动点 E 同时从点 A 出发，以每秒 4 个单位长度的速度向右运动，与点 D 相遇后，立即以同样的速度返回， t 为何值时， E 恰好是 CD 的中点。



14. 综合与实践：

如图，将一条数轴在原点 O 和点 B 处各折一下，得到一条“折线数轴”．图中点 A 表示 -10 ，点 B 表示 10 ，点 C 表示 18 ，我们称点 A 和点 C 在数轴上相距 28 个长度单位．动点 P 、 Q 同时开始运动，点 P 从点 A 出发，以 2 单位/秒的速度沿着“折线数轴”的正方向运动，从点 O 运动到点 B 期间速度变为原来的一半，之后立刻恢复原速，直至点 C 处停止运动；点 Q 从点 C 出发，以 1 单位/秒的速度沿着数轴的负方向运动，从点 B 运动到点 O 期间速度变为原来的两倍，之后也立刻恢复原速，直至点 A 处停止运动．设运动的时间为 t 秒．

问：



- (1) 当点 P 运动 2 秒时，点 P 在数轴上表示的数是——；当点 Q 运动 10 秒时，点 Q 在数轴上表示的数是——；
- (2) 动点 P 从点 A 运动至 C 点需要多少时间？
- (3) P 、 Q 两点何时相遇？相遇时，求出相遇点 M 所对应的数是多少？
- (4) 在整个运动过程中，是否在线段 OB 上存在 P 、 Q 两点在数轴上相距的长度与 Q 、 B 两点在数轴上相距的长度相等？（若存在，请求出 t 的值；若不存在，请说明理由）

题型五：化简绝对值

15. 阅读下列有关材料并解决有关问题．

我们知道 $|x| = \begin{cases} x & (x > 0) \\ 0 & (x = 0) \\ -x & (x < 0) \end{cases}$ ，现在我们可以利用这一结论来化简含有绝对值的代数式．

例如：化简代数式 $|x+1| + |x-2|$ 时，可令 $x+1=0$ 和 $x-2=0$ ，分别求得 $x=-1$ 和 $x=2$ （称 -1 ， 2 分别为

$|x+1|$ 与 $|x-2|$ 的零点值）．在有理数范围内，零点值 $x=-1$ 和 $x=2$ 可将全体有理数分成不重复且不遗漏的

三种情况：① $x < -1$ ；② $-1 \leq x < 2$ ；③ $x \geq 2$ ．化简 $|x+1| + |x-2|$ 时，对应三种情况为：①当 $x < -1$ 时，原式 $= -(x+1) - (x-2) = -2x+1$ ；②当 $-1 \leq x < 2$ 时，原式 $= (x+1) - (x-2) = 3$ ；③当 $x \geq 2$ 时，原式 $= (x+1) + (x-2) = 2x-1$ ．

通过以上阅读，请你解决问题：

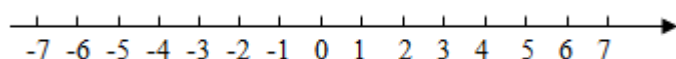
(1) $|x-3|+|x+4|$ 零点值是_____和_____；

(2) 化简代数式 $|x-3|+|x+4|$ ；

(3) 解方程 $|x-3|+|x+4|=9$ ；

(4) $|x-3|+|x+4|+|x-2|+|x-2020|$ 的最小值为_____，此时 x 的取值范围为_____。

16. 在数轴上，表示数 m 与 n 的点之间的距离可以表示为 $|m-n|$ 。例如：在数轴上，表示数 -3 与 2 的点之间的距离是 $5=|-3-2|$ ，表示数 -4 与 -1 的点之间的距离是 $3=|-4-(-1)|$ 。



利用上述结论解决如下问题：

(1) 若 $|x-1|=2$ ，则 $x=$ _____；若 $|x+3|=2|x-1|$ ，则 $x=$ _____；

(2) 点 A 、 B 为数轴上的两个动点，点 A 表示的数是 a ，点 B 表示的数是 b ，且 $|a-b|=5$ ($b>a$)，点 C 表示的数为 -3 ，若 A 、 B 、 C 三点中的某一个点是另两个点组成的线段的中点，求 a 、 b 的值。

(3) 求 $|x-3|+|x-2|+|x+1|$ 的最小值以及此时 x 的值；

(4) 已知 $(|x+1|+|x-2|)(|y-2|+|y+1|)(|z-3|+|z+1|)=36$ ，求 $x+3y+5z$ 的最大值和最小值。

题型六：新定义题

17. 若规定：如果将两个一元一次方程的解相减，差的绝对值为 Q ，我们称这两个方程为“值 Q 方程”。

例如：方程 $4m-3=1$ 的解是 $m=1$ ，方程 $n-1=3$ 的解是 $n=4$ ，

$\therefore |m-n|=|1-4|=3$ ， $\therefore$ 方程 $4m-3=1$ 与方程 $n-2=1$ 是“值 3 方程”。

(1) 下列方程中：① $-3x=6$ ，② $5(x+2)-4=3x$ ，③ $\frac{x-1}{3}-2=\frac{x+2}{2}-x$ ，组合满足为“值 1 方程”的是_____，

组合满足“值 6 方程”的是_____（只填序号）；

(2) 若关于 x 的一元一次方程 $4x-a=2$ 和 $4(x-2)=2x+6$ 是“值 2 方程”，求 a 的值；

(3) 无论 k 取任何数，关于 x 的方程 $2x+3=x+5$ 与关于 y 的方程 $\frac{3y+km}{4}-\frac{n}{2}=k+mn$ 是“值 3 方程”，求 mn 的

值．

18．阅读理解：对于有理数 x ， y ， a ， t ，若 $|x-a|+|y-a|=t$ ，则称 x 和 y 关于 a 的“美好关联数”为 t ，例如， $|2-1|+|3-1|=3$ ，则 2 和 3 关于 1 的“美好关联数”为 3．

(1) -1 和 5 关于 2 的“美好关联数”为 $\underline{\hspace{1cm}}$ ；

(2) 若 x 和 5 关于 3 的“美好关联数”为 4，求 x 的值；

(3) 若 x_0 和 x_1 关于 1 的“美好关联数”为 1， x_1 和 x_2 关于 2 的“美好关联数”为 1， x_2 和 x_3 关于 3 的“美好关联数”为 1， x_3 和 x_4 关于 4 的“美好关联数”为 1， x_4 和 x_5 关于 5 的“美好关联数”为 1， $\dots$ ， x_{99} 和 x_{100} 关于 100 的“美好关联数”为 1， $\dots$

① $x_0 + x_1$ 的最小值为 $\underline{\hspace{1cm}}$ ；

② 试求 $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \dots + x_{100}$ 的最小值．

19．定义：如果两个一元一次方程的解之和为 1，我们就称这两个方程互为“阳光方程”．例如： $2x=2$ 的解为 $x=1$ ， $x+1=1$ 的解为 $x=0$ ，所以这两个方程互为“阳光方程”．

(1) 若关于 x 的一元一次方程 $x+2m=0$ 与 $3x-2=-x$ 是“阳光方程”，则 $m=\underline{\hspace{1cm}}$ ；

(2) 已知两个一元一次方程互为“阳光方程”，且这两个“阳光方程”的解的差为 5．若其中一个方程的解为 $x=k$ ，求 k 的值；

(3) ① 已知关于 x 的一元一次方程 $\frac{x}{2023}+a=2023x$ 的解是 $x=2024$ ，请写出解是 $y=2023$ 的关于 y 的一元一

次方程： $\frac{(\quad)}{2023}+2023(\quad)=-a$ （只需要补充含有 y 的代数式）；

② 若关于 x 的一元一次方程 $\frac{1}{2025}x-1=0$ 和 $\frac{1}{2025}x-5=2x+a$ 互为“阳光方程”，则关于 y 的一元一次方程

$\frac{y}{2025}-9-a=2y-\frac{2}{2025}$ 的解为 $\underline{\hspace{1cm}}$ ．

20．我们规定，若关于 x 的一元一次方程 $ax=b(a \neq 0)$ 的解为 $x=a-b$ ，则称该方程为“天心方程”．例如，

$2x=\frac{4}{3}$ 的解为 $x=\frac{2}{3}$ ，而 $2-\frac{4}{3}=\frac{2}{3}$ ，则该方程 $2x=\frac{4}{3}$ 就是“天心方程”．请根据上述规定解答下列问题：

(1) 一元一次方程 $2x=4$ $\underline{\hspace{1cm}}$ （填“是”或“不是”）“天心方程”．

- (2)若关于 x 的一元一次方程 $4x = c$ 是“天心方程”，则 $c =$ _____。
- (3)若关于 x 的一元一次方程 $3x = a + ab (a \neq 0)$ 是“天心方程”，且它的解为 $x = a$ ，求 a 、 b 的值。
- (4)若关于 x 的一元一次方程 $x = 3m - mn$ 和关于 y 的一元一次方程 $-3y = mn - 2n$ 都是“天心方程”，求代数式 $2(mn - 3n) + \frac{1}{3}(33m - 8mn) - \frac{1}{3}$ 的值。

题型七：一元一次方程的实际应用

21. 为了加强公民的节水意识，合理利用水资源，某市采用价格调控手段达到节水的目的，下表是调控后的价目表。

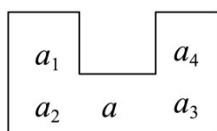
价目表

每月用水量	单价
不超过 6 吨的部分	2 元/吨
超出 6 吨不超出 10 吨的部分	4 元/吨
超出 10 吨的部分	8 元/吨

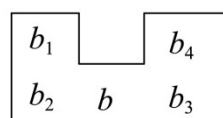
注：水费按月结算。

- (1)若该户居民 8 月份用水 8 吨，则该用户 8 月应交水费_____元；若该户居民 9 月份应交水费 26 元，则该用户 9 月份用水量为_____吨；
- (2)若该户居民 10 月份应交水费 30 元，求该用户 10 月份用水量；
- (3)若该户居民 11 月份、12 月份共用水 18 吨，共交水费 52 元，且 11 月份用水不超过 8 吨，求 11 月份、12 月份各应交水费多少元？

22. 如图是某年某月的月历，用如图所示的“凹”字型在月历中任意圈出 5 个数，设“凹”字型框中的五个数分别 a_1, a_2, a, a_3, a_4 。



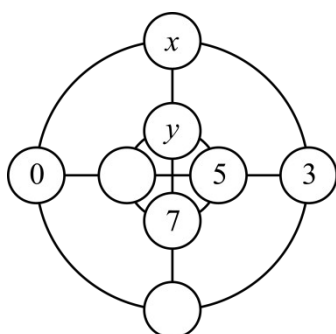
日	一	二	三	四	五	六
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		



- (1) 若 $a_1 = 1$ ，则 $a_3 =$ _____，若 $a = x$ ，则 $a_4 =$ _____ (用含 x 的式子表示)；
- (2) 在移动“凹字型框过程中，小胖说被框住的 5 个数字之和可能为 10^6 ，大胖说被框住的 5 个数字之和可能为 90 ，你同意他们的说法吗？请说明理由；
- (3) 若另一个“凹”字型框框住的五个数分别为 b_1, b_2, b, b_3, b_4 ，且 $b = 2a + 1$ ，则符合条件的 b 的值为_____。

题型八：幻方问题

23. 幻方是中国古代传统游戏，多见于官府、学堂。如图有一个类似于幻方的“如圆”，将 $-2, -4, -6, 0, 3, 5, 7, 9$ 分别填入图中的圈内，使横、竖，以及内、外圈上的 4 个数字之和都相等。现已完成了部分填数，则图中 $x + y$ 的值是 ()



- A. -6 B. 5 C. -10 D. 5 或 -10

24. 请阅读下列材料，并解答相应的问题：

将若干个数组成一个正方形数阵，若任意一行，一列及对角线上的数字之和都相等（这个和叫幻和），则称具有这种性质的数字方阵为“幻方”中国古代称“幻方”为“河图”、“洛书”等，例如，下面是三个三阶幻方，是将数字 $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ 填入到的 3×3 方格中得到的，其每行、每列、每条对角线上的三个数之和相等。

4	9	2
3	5	7
8	1	6

6	7	2
1	5	9
8	3	4

6	1	8
7	5	3
2	9	4

图1

2		
	5	x
4		

图2

a	b	c
d	e	f
g	h	i

图3

y	8	10
2		

图4

- (1)请你将下列九个数： $-10,-8,-6,-4,-2,0,2,4,6$ ，分别填入图¹方格中，使得每行、每列、每条对角线上的三个数之和都相等；
- (2)在图²的三阶幻方中， x 的值为_____；
- (3)在图³的三阶幻方中，该幻方的幻和可用 e 表示为_____；进而可得该幻方中⁹个数的和可用 e 表示为_____； a,h,f 之间的数量关系为_____；
- (4)图⁴的三阶幻方中， y 的值为_____。

25. 请阅读下列材料，并解答相应的问题：将若干个数组成一个正方形数阵，若任意一行，一列及对角线上的数字之和都相等（这个和叫幻和），则称具有这种性质的数字方阵为“幻方”中国古代称“幻方”为“河图”、“洛书”等，例如，下面是三个三阶幻方，是将数字 $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ 填入到的 3×3 方格中得到的，其每行、每列、每条对角线上的三个数之和相等。

4	9	2		6	7	2		6	1	8
3	5	7		1	5	9		7	5	3
8	1	6		8	3	4		2	9	4
图 1				图 2				图 3		图 4

				2				a	b	c		y	8	$\begin{matrix} 1 \\ 0 \end{matrix}$
					5	x		d	e	f		2		
				4				g	h	i				

- (1) 请你将下列九个数： -10 、 -8 、 -6 、 -4 、 -2 、 0 、 2 、 4 、 6 ，分别填入图¹方格中，使得每行、每列、每条对角线上的三个数之和都相等；
- (2) 在图²的三阶幻方中， x 的值为_；
- (3) 在图³的三阶幻方中，该幻方的幻和可用 e 表示为_；进而可得该幻方中⁹个数的和可用 e 表示为_；
 a 、 h 、 f 之间的数量关系为_；
- (4) 图⁴的三阶幻方中， y 的值为_。