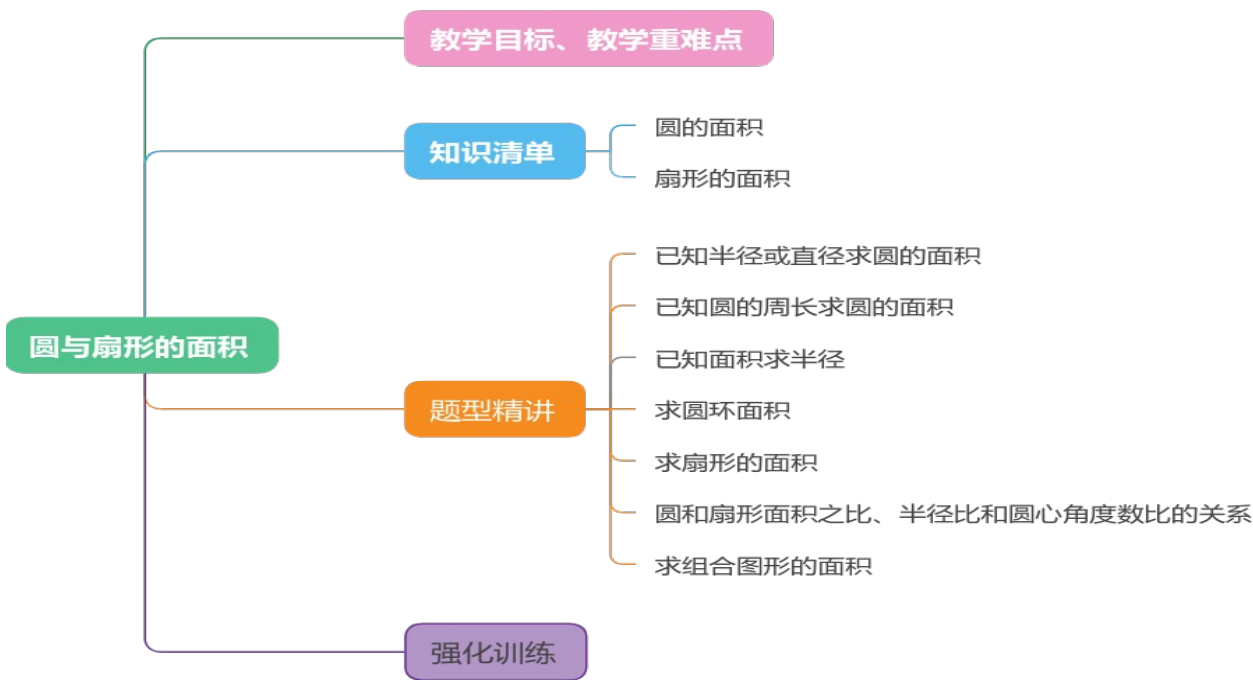


专题 6.2 圆与扇形的面积

内容概览



教学目标、教学重难点

教学目标	1.理解圆的面积的定义，能区分圆的面积与周长的概念差异； 2.掌握圆的面积公式的推导过程，能熟练运用公式计算圆的面积； 3.理解扇形的定义（由圆心角的两条半径和圆心角所对的弧围成的图形），明确扇形与圆的关系，推导并掌握扇形面积公式，能运用公式计算扇形面积； 4.能灵活运用圆和扇形的面积公式解决实际问题或逆向求解半径、圆心角等问题。
教学重难点	1.重点 圆的面积公式、扇形面积公式的推导与应用； 2.难点 公式的灵活变形与逆向应用。

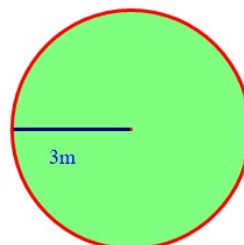
知识清单

知识点 01 圆的面积

1. 定义

圆所围成区域的大小叫作圆的_____.

2. 圆的周长与面积两个概念的区别.



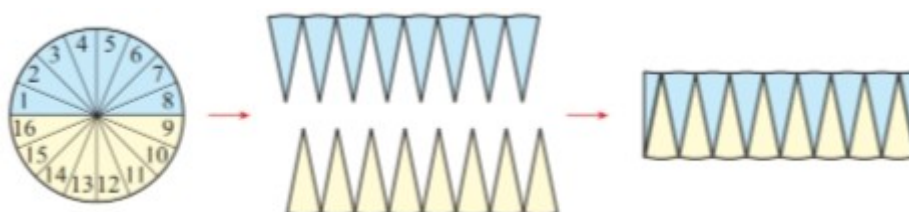
如图,体育老师在足球场中心用一根长为 3m (AO) 的绳子画圆 ,

周长指的是围成圆的曲线的长度 , (右图中**红色曲线**部分) ; 周长——反映“**线**”的长短

面积指的是圆所围成区域的大小 , (右图中**绿色部分**) 。 面积——反映“**面**”的占地大小

3. 圆面积公式的推导

如图把一个圆平均分成若干等份 (如 16 份、32 份) , 可以拼成一个近似的长方形 ; 分的份数越多 , 拼成的图形越接近长方形 ;

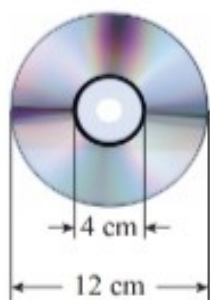


拼成的近似长方形的长相当于圆周长的_____ , 宽相当于圆的_____ ;

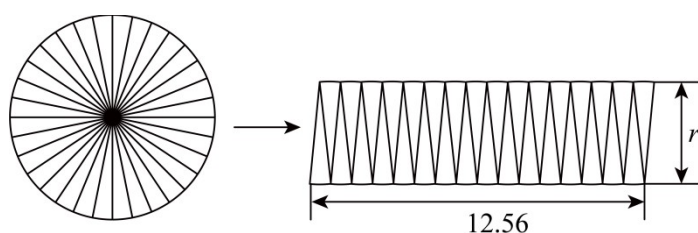
长方形的面积 = 长 × 宽 , 由此推导出圆的面积公式 : $S = \underline{\hspace{2cm}}$.

【即学即练】

1. 如图,光盘的金属面是一个外圆直径为 12 cm、内圆直径为 4 cm 的圆环.求该圆环的面积(π 取 3.14).



2. 小刚在硬纸板上画了一个圆，把圆平均分成 32 份，剪开后，用这些近似于等腰三角形的小纸片拼成一个近似的长方形，并量出长方形的长是 12.56cm，则这个圆的面积是 () (π 取 3.14)



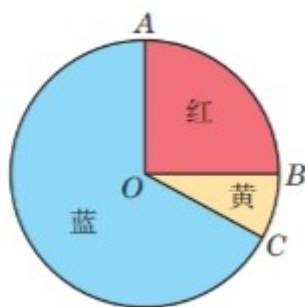
- A . 12.56cm^2 B . 25.12cm^2 C . 37.8cm^2 D . 50.24cm^2

知识点 02 扇形的面积

1. 扇形的定义：

由组成圆心角的两条半径和圆心角所对的弧围成的图形叫作_____；

如图红色扇形记作_____,黄色扇形记作_____,蓝色扇形记作扇形 AOC ($\angle AOC$ 大于 180°).



2. 扇形的面积

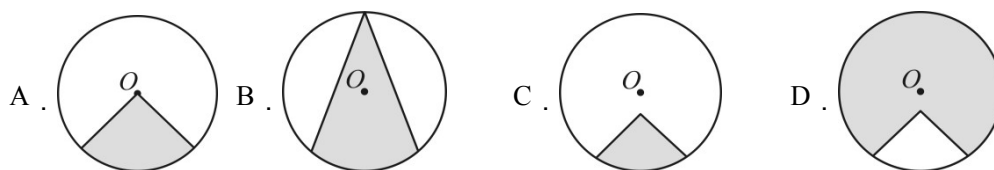
圆心角为 1° 的扇形面积是圆面积的_____；圆心角为 n° 的扇形面积是圆面积的_____.

所以，圆心角与_____之比等于对应的扇形面积与圆的面积之比.

如果用 S 表示扇形的面积， r 表示半径，那么圆心角为 n° 的扇形面积的计算公式是_____.

【即学即练】

1. 下面图 () 的阴影部分是扇形 .



2. 如图, 小海家有一把折扇和一把圆形团扇, 已知折扇的骨柄 OA 与团扇的直径都是 20 cm , 折扇展开的角度为 120° , 折扇扇面部分的宽度 AB 是骨柄长的一半. 请比较这两把扇子扇面部分(涂色部分)图形的面积大小.

题型精讲

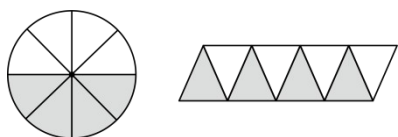
题型 01 已知半径、直径求圆的面积

【例题 1】一个圆桌的直径是 1 m , 它的面积是 () 平方米 .

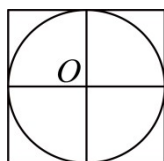
- A . 2π B . π C . 0.5π D . 0.25π

【变式 1】圆的半径是 2 米, 它的直径是_____米, 周长是_____米, 面积是_____平方米 .

【变式 2】如图, 将一个圆分成 8 等份, 剪开后拼成一个近似的平行四边形, 这个过程中周长增加了 6 厘米, 这个圆的面积是_____平方厘米 .



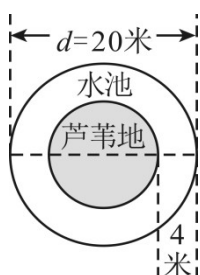
【变式 3】如图, 圆心在正方形的一个顶点上, 半径是正方形的边长, 一个正方形的面积是 5 cm^2 , 圆的面积是 () (π 取 3.14)



- A . 15.7 cm^2 B . 31.4 cm^2 C . 50.24 cm^2 D . 78.5 cm^2

【变式 4】秋分过后就是寒露和霜降, 正是吃螃蟹的好时节. 小明舅舅承包了一个小鱼塘养螃蟹 (如图),

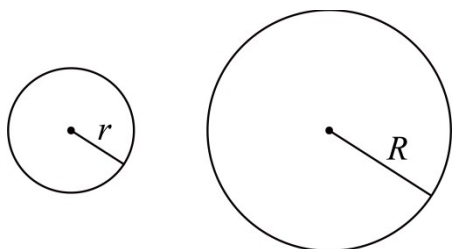
水池中间有片芦苇地，这个芦苇地的面积是()平方米，水池的面积是()平方米。



题型 02 已知圆的周长求圆的面积

【例题 1】用一根长为 50.24 米的绳子围成一个圆，这个圆的面积是_____。

【变式 1】如图，半径为 r 的圆的周长为 25.12cm . (π 取 3.14)



(1)求 r 为多少？

(2)半径为 R 的圆的面积比半径为 r 的圆面积大 150.72 cm^2 ，半径为 R 的圆的周长是多少？

【变式 2】在周长是 25.12m 的圆形花坛周围铺一条宽 1m 的小路，小路的面积是_____ m^2 。

【变式 3】把一个周长为 12π 的圆剪成两个扇形，已知其中一个扇形的面积是整个圆面积的 $\frac{1}{6}$ ，则这个扇形的弧长为_____。(结果保留 π)

【变式 4】甲乙两圆的周长之比是 3^5 ，则甲乙两圆的面积之比是_____。

题型 03 已知圆的面积求半径

【例题 1】一个圆的面积是 78.5 平方米，求它的半径和直径 (π 取 3.14)；

【变式 1】剪一个面积是 12.56 平方厘米的圆形纸片，至少需要面积是()平方厘米的正方形纸片。(π 取 3.14)

A . 12.56

B . 14

C . 16

D . 20

【变式2】“外方内圆”与“外圆内方”是我国古代建筑中常见的设计，也蕴含了为人处世的朴素道理。如果图1中外面正方形的面积是16平方分米，则内圆的面积是_____平方分米；如果图2中外圆的面积是 9π 平方分米，则圆内大正方形的面积是_____平方分米。



图1

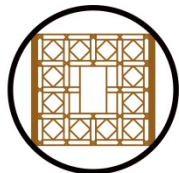
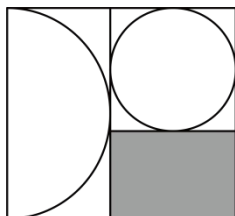


图2

【变式3】一个圆环的面积是 200.96cm^2 ，外圆半径是10cm，求内圆的半径（ π 取3.14）。

【变式4】如图，半圆的面积是39.25平方厘米，圆的面积是28.26平方厘米，那么阴影部分的面积是_____。



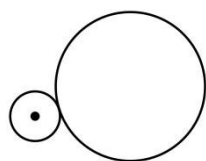
题型 04 求圆环的面积

【例题1】光盘的银色部分是一个圆环，内圆半径是 2cm ，外圆半径是 3cm ，圆环面积是_____。（ π 取3.14）

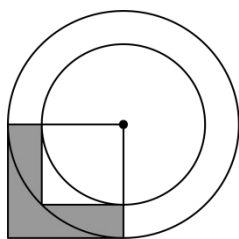
【变式1】一个圆形观鹤台的半径是10米，它的周长是_____米，面积是_____平方米；如果在观鹤台外围修一条宽1米的步道，步道的面积是_____平方米。（ π 取3.14）

【变式2】一个圆形水池直径由4m增加到6m，那么这个圆形水池的面积增加了_____ m^2 （ $\pi \approx 3.14$ ）。

【变式3】如图，若小圆的半径是1cm，大圆的半径是3cm，那么，让小圆沿着大圆的外侧滚动一周，小圆滚动后扫过的面积是_____ cm^2 。（保留 π ）



【变式4】如图，阴影部分的面积是 20cm^2 ，那么圆环的面积是（ ）。



A . 251.2cm^2

B . 62.8cm^2

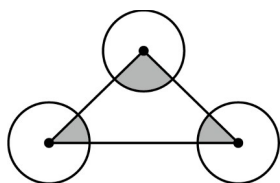
C . 20cm^2

D . 10cm^2

题型 05 扇形面积

【例题 1】半径为 2 的圆中，扇形 AOB 的圆心角是 60° ，则扇形 AOB 的面积为_____。（结果保留 π ）。

【变式 1】如图是三个半径为 1 厘米的圆，圆心分别是三角形的三个顶点，阴影部分的三个扇形面积之和是() (π 取 3.14) 。



【变式 2】若扇形半径不变，圆心角扩大为原来的 2 倍，则面积为 ()

A . 和原来一样大

B . 原来的 4 倍

C . 原来的一半

D . 原来的 2 倍

【变式 3】将一个圆分成三个扇形，它们的面积之比为 1:3:5，则面积最小的扇形的圆心角度数为 ()

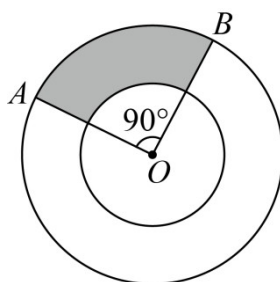
A . 40°

B . 100°

C . 120°

D . 150°

【变式 4】如图所示，两个同心圆的半径分别是 2 和 1， $\angle AOB = 90^\circ$ ，阴影部分的面积为



题型 06 面积比、半径比与圆心角度数之比的关系

【例题 1】一个圆的半径扩大到原来的 2 倍，它的面积扩大到原来的 ()

- A . 2 B . 4 C . 6 D . 8

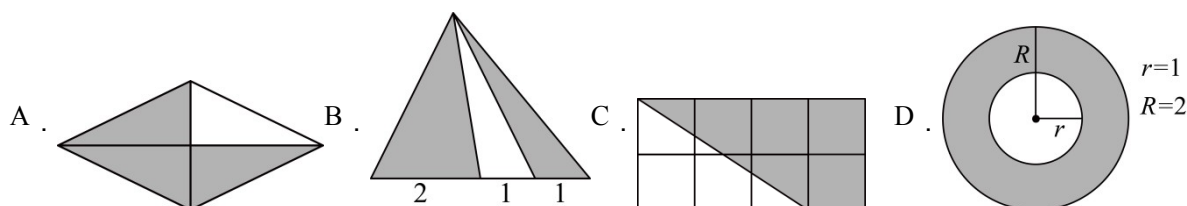
【变式1】 一个圆的半径缩小到原来的 $\frac{1}{4}$ ，则面积缩小到原来的 ()

- A . $\frac{1}{4}$ B . $\frac{1}{8}$ C . $\frac{1}{16}$ D . 不变

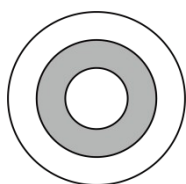
【变式2】 一个圆环，外圆的半径等于内圆的直径，那么内圆的面积占圆环面积的 ()

- A . $\frac{1}{4}$ B . $\frac{1}{5}$ C . $\frac{1}{2}$ D . $\frac{1}{3}$

【变式3】 下列各图中，空白部分与阴影部分的面积之比不等于1:3的是 ()



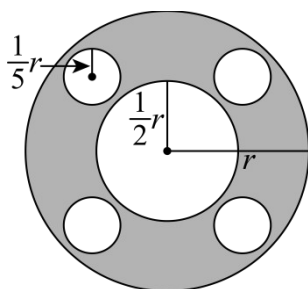
【变式4】 如图，三个同心圆的半径分别为1cm 2cm 3cm，则图中阴影部分面积与空白部分面积的比是 ()



- A . 1:2 B . 1:3 C . 4:9 D . 2:3

题型 07 组合图形面积

【例题1】 某款手机后置摄像头模组如图所示。其中大圆的半径为 r ，中间小圆的半径为 $\frac{1}{2}r$ ，4个半径为 $\frac{1}{5}r$ 的高清圆形镜头分布在两圆之间。

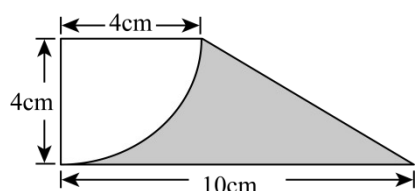


(1)求图中所有白圆的周长之和 C ；(保留 π ，用含 r 的代数式表示)

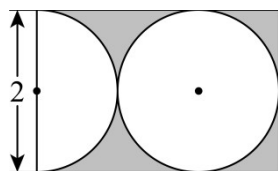
(2)求图中阴影部分的面积 S ；(保留 π ，用含 r 的代数式表示)

(3)当 $r = 2\text{cm}$ 时，分别求 C 和 S 的值(π 取3)

【变式1】求下面阴影部分的面积。



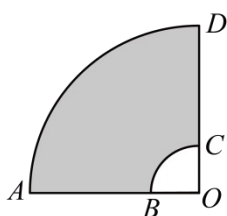
【变式2】求阴影图形的面积(结果保留 π)。



【变式3】如图①是某汽车的雨刮器，图②是雨刮器摆动的示意图。已知雨刮器的半径 $OA = 60$ 厘米，刷子的长度 $AB = 40$ 厘米。当雨刮器摆动时，最大旋转角 $\angle AOD = 90^\circ$ ，则雨刮器的刷子 AB 扫过的面积(图中阴影部分)为_____平方厘米(结果保留 π)。

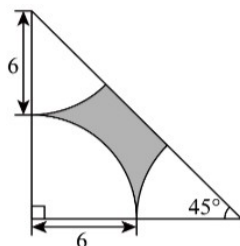


图①



图②

【变式4】求阴影部分的面积(保留2为小数)；



题型 08 不规则图形面积

【例题 1】求阴影部分的面积。

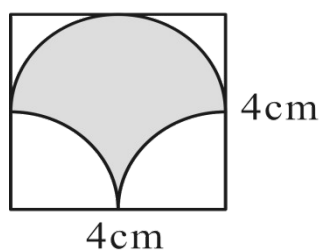
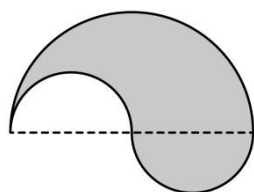


图 1

【变式 1】如图，大的半圆半径是 10，两个小的半圆半径都是 5，则阴影部分的面积是 ()



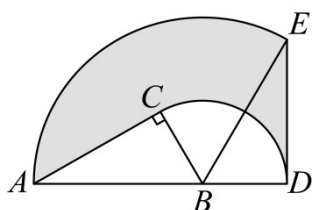
A . 10π

B . 12.5π

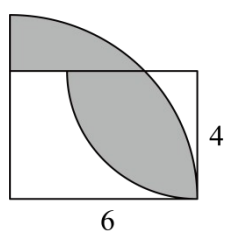
C . 25π

D . 50π

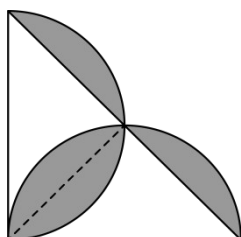
【变式 2】如图，直角 $\triangle ABC$ 的斜边 $AB = 10$ ， $BC = 5$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ，以点 B 为中心，将 $\triangle ABC$ 顺时针旋转 120° ，点 A 、 C 分别到达点 E 、 D ，则 AC 边扫过的面积 (即图中阴影部分面积) 是_____。(π 取 3)



【变式 3】求如图中阴影部分的面积。(单位：cm)



【变式 4】以等腰直角三角形的两条直角边为直径画两个半圆弧 (如图)，直角边长 4 厘米，求图中阴影部分的面积。



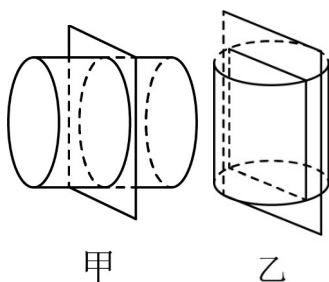
强化训练

一、单选题

1. 杨万里的《荷亭倚栏》中，“水面圆纹乱相入，玻璃盆旋玉连环”描述了水面上的圆形波纹交错纷乱，如同玻璃盆中旋转的玉连环。在长9m，宽6m的长方形小池中，形成一个最大的圆形波纹，这个圆形波纹的面积是（ ）
 A. 254.34m^2 B. 113.04m^2 C. 63.585m^2 D. 28.26m^2
2. 将一个半径3cm的圆平均分成若干等份后，再拼成一个近似的长方形，周长增加了（ ）cm。
 A. 3 B. 6 C. 9.42
3. 把一张直径是4厘米的圆形纸片对折两次得到一个扇形，这个扇形的周长是（ ）厘米。
 A. $4+\pi$ B. 4π C. $\frac{1}{4}\pi$ D. $2+\pi$
4. 小圆的半径是3cm，大圆的半径是6cm，那么两个圆的面积比是（ ）
 A. 1:2 B. 1:3 C. 1:4 D. 1:8
5. 在边长为8厘米的正方形硬纸板上，剪去一个最大的圆，剩下部分的面积是（ ）平方厘米。
 A. 64 B. 16π C. $64-16\pi$ D. $16\pi-64$

二、填空题

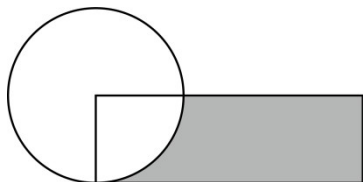
6. 一个圆可以分成_____个圆心角是 60° 的扇形。每个扇形的面积占这个圆面积的_____。
7. 下面是甲、乙两名同学把同样的圆柱（底面半径是2cm，高是4cm）平均切成两部分的不同切法。甲切分后，图形的表面积比原来增加了（ ）；乙切分后图形的表面积比原来增加了（ ）。



8. 若一个扇形的面积是它所在圆面积的 $\frac{7}{9}$ ，则这个扇形的圆心角是_____度

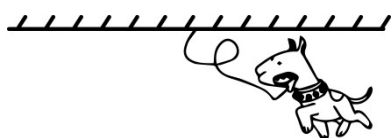
9. 在周长是 25.12m 的圆形花坛周围铺一条宽 1m 的小路，小路的面积是 m^2 .

10. 如图，圆的周长是 25.12cm ，如果圆的面积和长方形的面积相等，那么涂色部分的面积是 cm^2 ，涂色部分的周长是 cm .

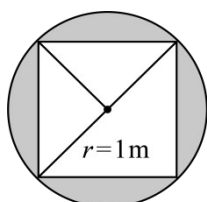


三、解答题

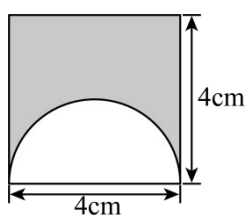
11. 爷爷家养了一只小狗，把它拴在长为 7 米的院墙根喂养（如图），拴狗的绳长为 2 米。请你计算小狗最大活动范围的面积是多少？



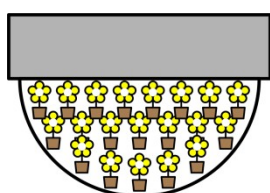
12. (1) 计算如图阴影的面积。（ $\pi = 3.14$ ）



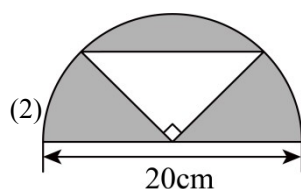
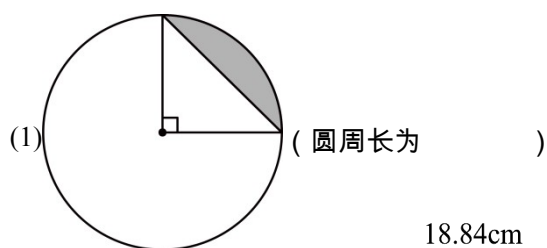
(2) 计算下图中阴影部分的周长。（ $\pi = 3.14$ ）



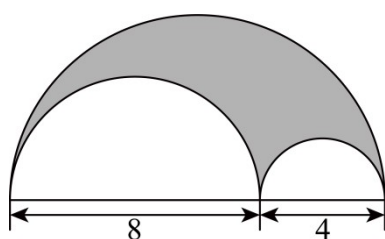
13. 如图，王师傅用 15.7m 长的篱笆靠墙围成一个半圆形花园，后来因面积太小要扩建，将半径增加了 1m ，扩建后的花园的面积是多少平方米？



14. 求下列图形阴影部分的面积 .



15. 如图 :

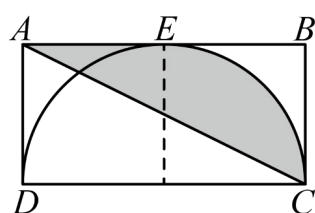


(1) 求阴影部分的周长 . (结果保留 π)

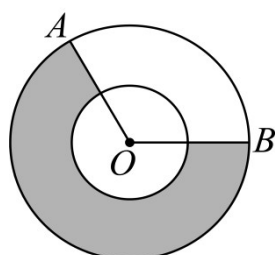
(2) 求阴影部分的面积 . (结果保留 π)

16. 如图, 在长方形 $ABCD$ 中, $AB = 2, AD = 1$, 连接 AC , 并以 CD 为直径画半圆, 求阴影部分的面积 .

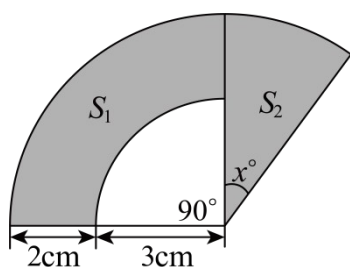
(结果保留 π)



17. 如图, 圆心重合的两圆半径分别为 4, 2, $\angle AOB = 120^\circ$, 求阴影部分图形的周长 (结果保留 π) .



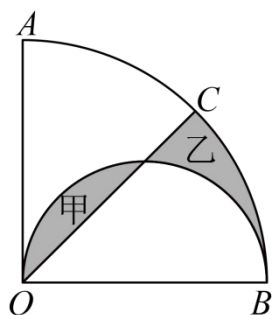
18. 如图,



(1) 求图中阴影部分 S_1 的面积；(结果保留 π)

(2) 若 $5S_1 = 8S_2$ ，求圆心角 x 的度数。

19. 如图所示，已知扇形 AOB ， $OB = 10$ ， $\angle AOB = 90^\circ$ ，以 OB 为直径画半圆，点 C 为弧 AB 上一动点 (不与点 A 与点 C 重合)，联结 OC 。



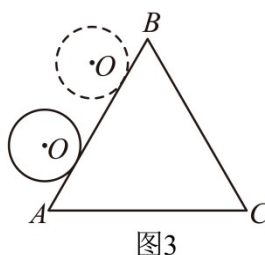
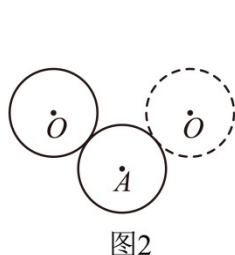
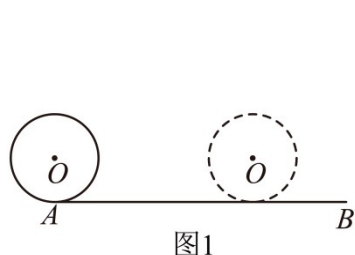
(1) ① 若 $\angle COB = 45^\circ$ ，求以 OB 为直径的半圆面积及扇形 COB 的面积；(结果保留 π)

② 填空：阴影甲的面积与阴影乙的面积大小比较：_____。

A. 甲的面积大 B. 乙的面积大 C. 相等 D. 无法比较

(2) 若阴影甲的面积比阴影乙的面积大 5π ，求弧 AC 与弧 CB 的比值。

20. 圆的滚动问题探索：



(1) 如图 1，已知半径为 1 厘米的圆 O 沿直线 AB 无滑动滚动一周，求圆心 O 经过的距离。

(2) 如图 2，将圆 A 固定，让圆 O 绕着圆 A 外侧边缘作无滑动滚动一周，已知圆 O 和圆 A 的半径都为 1 厘米，求圆心 O 经过的距离。

(3) 如图 3，已知等边 $\triangle ABC$ 的边长为 6 厘米，将半径为 1 厘米的圆 O 从某一位置沿等边三角形的三边作无

滑动滚动，当第一次回到原出发位置时，试画出圆 O 滚过的区域，并求出该区域的面积．