

专题 01 平行四边形

知识清单

知识点 01 多边形的内角和

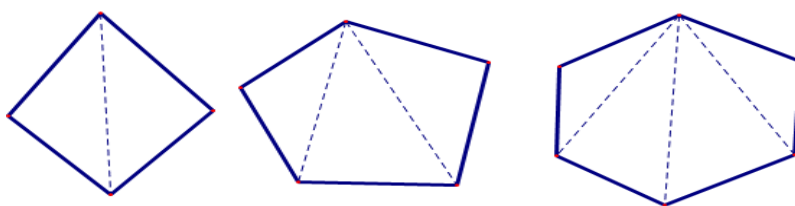
1. 多边形的概念

在平面内，由不在同一直线上的三条或三条以上的线段首尾顺次连接组成的封闭图形叫作**多边形**。如果一个多边形由 n 条线段组成，这个多边形叫作“ **n 边形**”（ n 为正整数， $n \geq 3$ ）

2. 多边形的对角线

① 从一个顶点出发， n 边形可以引出 $(n-3)$ 条对角线，将 n 边形分成 $(n-2)$ 个三角形；

② n 边形每个顶点均可以引出 $(n-3)$ 条对角线，所以 n 边形的对角线总条数为 $\frac{1}{2}n(n-3)$ ；



3. 多边形的内角和

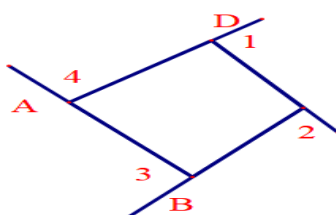
n 多边形从一个顶点出发可以引出 $(n-3)$ 条对角线，将 n 边形分成 $(n-2)$ 个三角形，所以 n 边形的内角和为： $(n-2) \cdot 180^\circ$

四边形的内角和为： 360° 。

知识点 02 多边形的外角和

1. 多边形的外角

多边形的内角的一边的延长线与另一边所组成的角叫作多边形的外角，如下图中的 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 都是四边形 ABCD 的外角。



2. 多边形的外角和

多边形在每一个顶点处有**两个**外角，但在各个顶点处只各取**一个外角**，这样得到所有外角的和叫作这个多边形的外角和。

多边形的每一个内角与和它相邻的外角都互补，因此 n 边形的内角和加外角和等于 $n \times 180^\circ$ ，外角和等于 $n \times 180^\circ - (n-2) \times 180^\circ = 360^\circ$ 。

3. 四边形的外角和

多边形的外角和不随着边数的变化而变化，是个常数。所以四边形的外角和也是 360° 。

知识点 03 平行四边形的概念

1. 有一组对边平行的四边形叫作**梯形**；
2. 两组对边分别平行的四边形叫做**平行四边形**。

如图所示，四边形 $ABCD$ 是平行四边形。记作： $\square ABCD$ ；

读作：**平行四边形 $ABCD$** ；

知识点 04 平行四边形的性质

定理 1 平行四边形的**对边相等**；

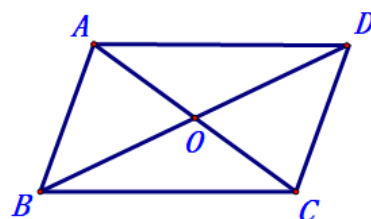
如右图所示， $\square ABCD$ 中， $AB=CD, AD=BC$

定理 2 平行四边形的**对角相等**；

如右图所示， $\square ABCD$ 中， $\angle A=\angle C, \angle B=\angle D$

定理 3 平行四边形的**对角线互相平分**。

如右图所示， $\square ABCD$ 中， $AO=CO, BO=DO$



知识点 05 平行四边形的判定

1. 平行四边形的**定义**本身就是平行四边形的一种判定方法；

如右图所示： $\because AB \parallel CD, AD \parallel BC$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形

2. 平行四边形的判定定理

定理 1：**两组对边分别相等**的四边形是平行四边形；

如右图所示： $\because AB=CD, AD=BC$

$\therefore$ 四边形 ABCD 是平行四边形

定理 2：一组对边平行且相等的四边形是平行四边形；

如右图所示： $\because AB \parallel CD, AB=CD$

$\therefore$ 四边形 ABCD 是平行四边形

定理 3：对角线互相平分的四边形是平行四边形；

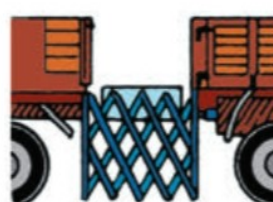
如右图所示： $\because AO=CO, BO=DO$

$\therefore$ 四边形 ABCD 是平行四边形

知识点 06 平行四边形具有不稳定性 and 中心对称性

1. 因为四边形具有不稳定性, 所以平行四边形也具有**不稳定性**;

平行四边形是常见的图形. 小区的伸缩门、庭院的竹篱笆、载重汽车的防护栏等都有平行四边形的形象, 就是应用了**平行四边形具有不稳定性**的特性。

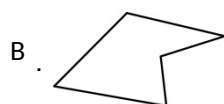
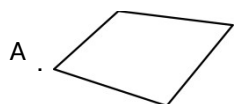


2. 平行四边形是**中心对称图形**, 对角线的交点是它的对称中心;

题型精练

题型 01 多边形相关概念

1. (24-25 八年级下·山东·阶段检测) 下列多边形中, 不是凸多边形的是 ()



2. (25-26 八年级下·上海杨浦·期中) 从某个多边形的一个顶点出发的所有对角线, 将其分成 6 个三角形, 则这是_____边形.

3. (25-26 八年级下·四川·期末) 从 n 边形的一个顶点出发，连接其余各顶点，可以将这个 n 边形分成 7 个三角形，则这个 n 边形的对角线条数是_____条 .
4. (2025 八年级下·上海徐汇·专题练习) 若一个多边形截去一个角后，变成五边形，则原来的多边形的边数不可能为_____ .
5. (25-26 八年级下·上海杨浦·期中) 在下列叙述中，错误的是 ()
- A . 任何多边形的内角中最多有三个锐角
 - B . 任何多边形的内角中最多有四个直角
 - C . 对角线总条数等于其边数的多边形是五边形
 - D . 从 n 边形一个顶点出发可以作 $(n-2)$ 条对角线

题型 02 多边形的内角和

6. (25-26 八年级下·上海徐汇·期中) 某学生在计算四个多边形的内角和时，得到下列四个答案，其中一定错误的是 ()
- A . 180° B . 540° C . 1900° D . 180180°
7. (25-26 八年级下·上海闵行·月考) 过某个多边形一个顶点的所有对角线，将这个多边形分成 6 个三角形，则这个多边形的内角和是 ()
- A . 1080° B . 720° C . 1400° D . 540°
8. (25-26 八年级下·上海闵行·期中) 如果一个 n 边形的内角和为 540° ，那么 $n =$ _____ .
9. (24-25 八年级下·上海·期末) 若一个多边形的内角和为 1800° ，则这个多边形的对角线条数是_____ .
10. (25-26 八年级下·上海·期中) 若 n 边形共有 35 条对角线，则该多边形内角和为_____ .

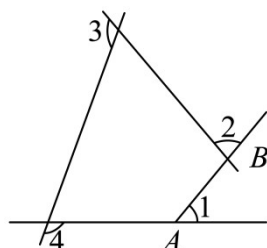
题型 03 多边形的外角和

11. (25-26 八年级下·上海·期中) 一个多边形的边数增加 1 时，其外角和的变化情况为 ()
- A . 不变 B . 增加 1° C . 增加 180° D . 增加 360°

12. (25-26 八年级下·上海闵行·期中) 一个多边形，它的每一个外角都是 45° ，则该多边形的边数是 ()

A. 六 B. 七 C. 八 D. 九

13. (25-26 八年级下·全国·课后作业) 如图， $\angle 1 = 50^\circ$ ， $\angle 2 = 80^\circ$ ， $\angle 3 = 120^\circ$ ，则 $\angle 4 =$ ()



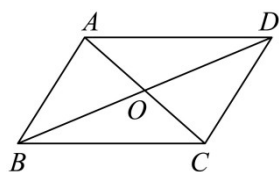
A. 50° B. 80° C. 100° D. 110°

14. (25-26 八年级下·上海杨浦·期中) 如果每个内角都相等的多边形的内角和等于 720° ，那么该多边形的一个外角等于_____。

15. (25-26 八年级下·上海·阶段检测) 一个多边形的内角和与外角和的和是 1440° ，则以这个多边形的一个顶点为端点的对角线有_____条。

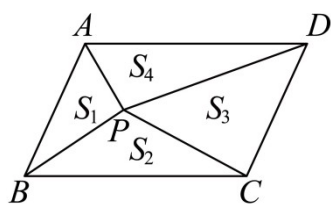
题型 04 平行四边形的性质

16. (23-24 八年级下·四川乐山·期末) 如图，在 $\square ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 相交于点 O ，下列结论错误的是 ()



A. $OA = OC$ B. $AB = CD$ C. $AC = BD$ D. $\angle ABC = \angle ADC$

17. (23-24 八年级下·上海嘉定·期末) 如图，点 P 为平行四边形 $ABCD$ 内任意一点，连接 PA 、 PB 、 PC 、 PD ，如果将 $\triangle PAB$ 、 $\triangle PBC$ 、 $\triangle PDC$ 、 $\triangle PDA$ 的面积分别记为 S_1 、 S_2 、 S_3 、 S_4 。那么以下结论正确的是 ()



A. $S_1 = S_4$

B. $S_1 + S_2 = S_3 + S_4$

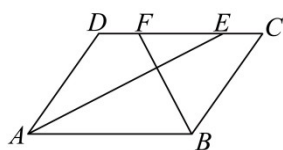
C. $S_1 + S_4 = S_2 + S_3$

D. $S_1 + S_3 = S_2 + S_4$

18. (25-26 八年级下·上海浦东新·期末) 若平行四边形的周长为 28，相邻两边的差为 4，则较短边的长为_____。

19. (25-26 八年级下·上海浦东新·期末) 已知平行四边形的一边长为 5，一条对角线长为 6，则另一条对角线的取值范围是_____。

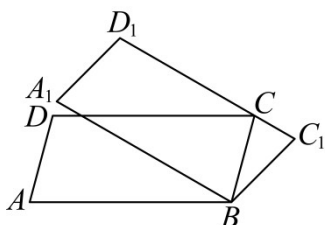
20. (23-24 八年级下·上海静安·期末) 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， AE 平分 $\angle DAB$ ，交边 DC 于点 E ， BF 平分 $\angle ABC$ ，交边 DC 于点 F ，如果 $BC = 3, EF = 2$ ，那么 $DC =$ _____。



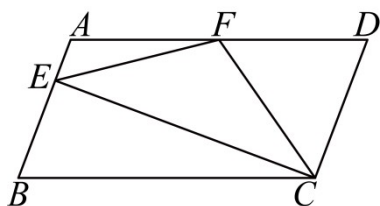
21. (23-24 八年级下·上海徐汇·期末) 在直角坐标平面内，如果 $\square ABCD$ 的两条对角线的交点正好与坐标原点重合，已知点 $A(3, 2)$ ，那么点 C 的坐标是_____。

22. (24-25 八年级下·上海普陀·期末) 平行四边形两邻边的长分别为 20 和 16，两条长边的距离是 10，那么两条短边的距离等于_____。

23. (24-25 八年级下·上海·月考) 如图，在 $\square ABCD$ 中， $\angle A = 70^\circ$ ，将 $\square ABCD$ 绕顶点 B 顺时针旋转到 $\square A_1BC_1D_1$ ，当 C_1D_1 首次经过顶点 C 时，旋转角 $\angle ABA_1 =$ _____°。



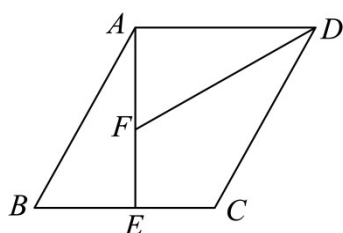
24. (24-25 八年级下·上海嘉定·期末) 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， $AD = 2AB$ ，点 F 是边 AD 的中点，作 $CE \perp AB$ ，垂足 E 在线段 AB 上，连接 EF 、 CF ，则下列结论：



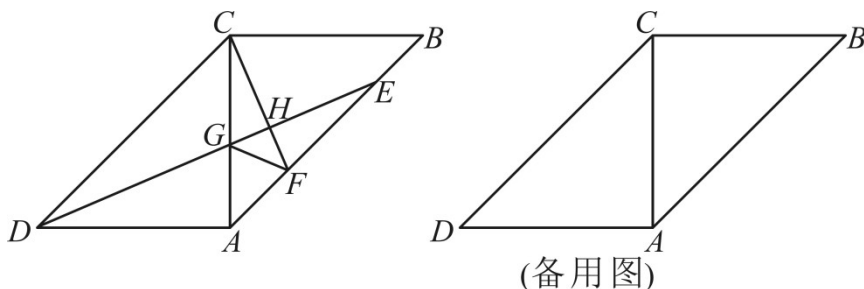
① $\angle BCD = 2\angle DCE$; ② $EF = CF$; ③ $S_{\triangle VCEF} = S_{\triangle VCFD}$; ④ $S_{\triangle BEC} = 2S_{\triangle CEF}$.

一定成立的是_____ . (把所有正确结论的序号都填在横线上)

25. (24-25 八年级下·上海长宁·期末) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AE \perp BC$ 于点 E , DF 平分 $\angle ADC$ 交 AE 于点 F , 若 $AD = AE$, $AF = 5\sqrt{3}$, $BE = 3\sqrt{3}$, 则 CD 的长为_____ .



26. (24-25 八年级下·上海闵行·期末) 已知, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AD \perp AC$, $AD = AC$, 点 E 在射线 BA 上, 直线 DE 与直线 AC 交于点 G , $CH \perp DE$ 于 H , CH 的延长线与直线 AB 交于点 F .



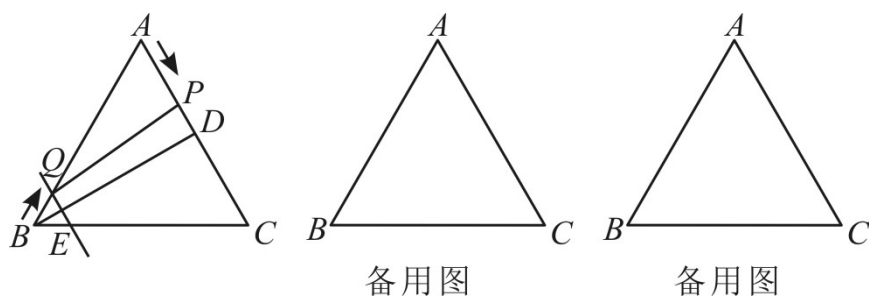
(1) 如图, 当点 E 在线段 AB 上时,

① 如果 $\angle EDA = 30^\circ$, $CG = 2$, 求 DG 的长;

② 连接 FG , 求证: $DG = CF + FG$;

(2) 如果 $HG = HF$, $FG = \sqrt{2}$, 求 DG 的长.

27. (24-25 八年级下·上海嘉定·期末) 如图, 在等边三角形 ABC 中, 边长为 12cm , $BD \perp AC$, 垂足为 D . 点 P 从点 A 出发, 沿 AC 方向匀速运动, 速度是 3cm/s ; 同时点 Q 由 B 点出发, 沿 BA 方向匀速运动, 速度为 1cm/s , 过点 Q 的直线 $QE \parallel AC$, 交 BC 于点 E , 设运动时间为 $t(\text{s})$ ($0 < t < 4$), 试解答下列问题:



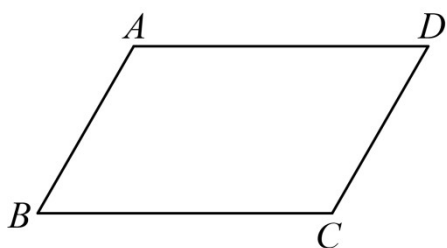
- (1) 如果 $PQ \perp AC$ ，求对应的 t 的值；
- (2) 当点 P 在线段 AD 上时，设四边形 $PQEC$ 的面积为 $y \text{ cm}^2$ ，求 y 与 t 的关系式；
- (3) 如果使得以 P, Q, E, D 为顶点的四边形是平行四边形，求出相应的 t 的值。

题型 05 平行四边形的判定

28. (24-25 八年级下·上海宝山·期末) 已知四边形 $ABCD$ ，对角线 AC 、 BD 相交于点 O ，下列条件中，能判断它是平行四边形的是 ()

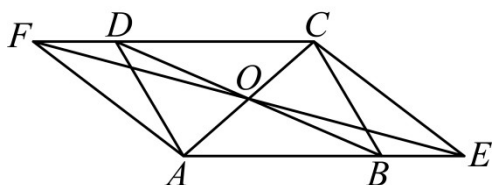
- A. $AB \parallel CD, AD = BC$ B. $AB = CD, AO = CO$
- C. $AB = CD, \angle DAB = \angle BCD$ D. $AB \parallel CD, DO = BO$

29. (23-24 八年级下·上海金山·期末) 已知在 $\square ABCD$ 中，点 E 、 F 分别在边 BC 、 AD 上，连结 AE 、 CF ，下列条件能使四边形 $AECF$ 一定是平行四边形的是 ()

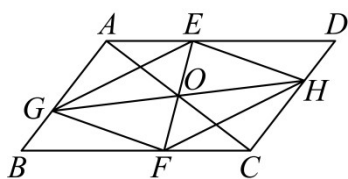


- A. $AE = CF$ B. $\angle EAF = \angle FCE$ C. $\angle EAF = \angle AFC$ D. $\angle EAF = \angle AEC$

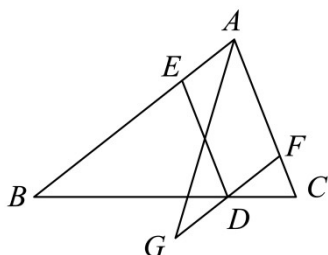
30. (23-24 八年级下·山东淄博·月考) 如图，平行四边形 $ABCD$ 的对角线相交于点 O ，直线 EF 经过点 O ，分别与 AB 、 CD 的延长线交于点 E 、 F 。求证：四边形 $AECF$ 是平行四边形。



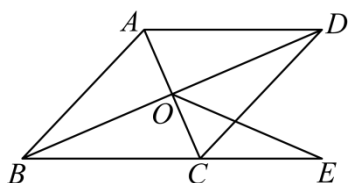
31. (24-25 八年级下·上海松江·期中) 已知 $\square ABCD$ ，点 O 为对角线 AC 的中点，过点 O 分别作直线 EF ， GH ，直线 EF 交边 AD 、 BC 于点 E 、 F ，直线 GH 交边 AB 、 CD 于点 G 、 H 。求证：四边形 $EHFG$ 为平行四边形。



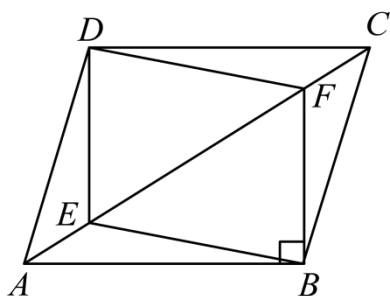
32. (24-25 八年级下·上海静安·期中) 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 、 F 分别为 BC 、 AB 、 AC 上的点， $AF \parallel ED$ ，且 $AF = ED$ ，延长 FD 到点 G ，使 $DG = FD$ 。求证： ED 、 AG 互相平分。



33. (23-24 八年级下·上海青浦·期中) 已知：如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AD = BC$ ，对角线 AC 、 BD 相交于点 O ， E 在边 BC 的延长线上，且 $OE = OB$ ， $\angle ADB = \angle OEB$ 。

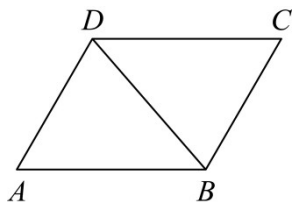


- (1) 求证：四边形 $ABCD$ 是平行四边形；
 (2) 连接 DE ，求证： $DE \perp BE$ 。
34. (23-24 八年级下·山东泰安·期末) 如图，点 E 、 F 是平行四边形 $ABCD$ 对角线 AC 上的两点，且 $AE = CF$ 。



- (1) 求证：四边形 $BEDF$ 是平行四边形；
- (2) 若 $AB \perp BF$, $AB = 16$, $BF = 12$, $AC = 24$. 求线段 EF 的长 .

35 . (24-25 八年级下·上海奉贤·期末) 【阅读材料】

老师提出的问题:	同学们的方案:
如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， $AD < AB$ ， $\angle A$ 为锐角．在对角线 BD 上如何确定点 E 、 F 的位置，使四边形 $AECF$ 为平行四边形？	方案 1: 分别作 AE 平分 $\angle BAD$, CF 平分 $\angle BCD$ ，交 BD 于点 E 、 F .
	方案 2: 取 BD 的两个三等分点 E 、 F .
	方案 3: 在 BD 上任意取一点 E ，连接 AE ，再以 C 为圆心， AE 长为半径画弧，交 BD 于点 F .

【解决问题】

- (1) 写出以上三种方案中正确方案，并选择一种正确的方案，在图 ¹ 中画出图形，并说明理由；
- (2) 除了这些同学们已经研究的方案之外，你还有其他方案吗？请写出方案，画出图形，并说明理由 .