

第 25 章 锐角的三角比 单元测试卷·提升卷

(考试时间：100 分钟 试卷满分：150 分)

一、选择题：(本大题共 10 题，每题 4 分，共 40 分.下列各题四个选项中，有且只有一个选项是正确的.)

1. $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，下列关系中正确的是 ()

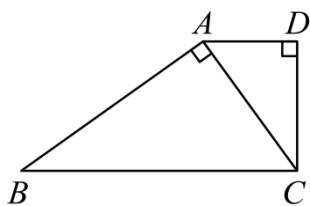
A. $\tan A = \frac{1}{\cot A}$ B. $\tan A = \frac{1}{\cot B}$ C. $\tan A \cdot \cot B = 1$ D. $\cot A \cdot \tan B = 1$

2. 比较 $\tan 52^\circ$ ， $\cos 21^\circ$ ， $\sin 49^\circ$ 的大小关系是 ()

A. $\tan 52^\circ < \cos 21^\circ < \sin 49^\circ$ B. $\tan 52^\circ < \sin 49^\circ < \cos 21^\circ$

C. $\sin 49^\circ < \tan 52^\circ < \cos 21^\circ$ D. $\sin 49^\circ < \cos 21^\circ < \tan 52^\circ$

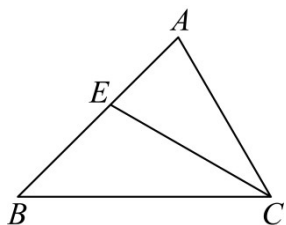
3. 如图，在直角梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle D=90^\circ$ ，如果对角线 $AC \perp AB$ ，那么 $\frac{CD}{AC}$ 的值是 ()



A. $\sin B$ B. $\cos B$ C. $\tan B$ D. $\cot B$

4. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 60^\circ$ ， $\angle B = 45^\circ$ ， $AB = \sqrt{6}$ ， CE 平分 $\angle ACB$ 交 AB 于点 E ，则线段 CE 的长为

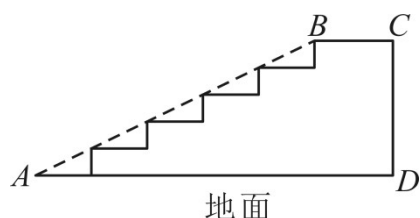
()



A. $\sqrt{3}+1$ B. 2 C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{6}-\sqrt{2}$

5. 如图是一个学校司令台的示意图，司令台离地面的高 CD 为2米，平台 BC 的长为1米，用7米长的地

毯从点 A 到点 C 正好铺满整个台阶（含各级台阶的高），那么斜坡 AB 的坡比是（ ）



- A. $i = 1:1.5$ B. $i = 1:2$ C. $i = 1:3$ D. $i = 1:3.5$

6. 将图1所示的七巧板，拼成图2所示的四边形 $ABCD$ ，连接 AC ，则 $\tan \angle CAB =$ （ ）

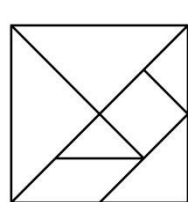


图1

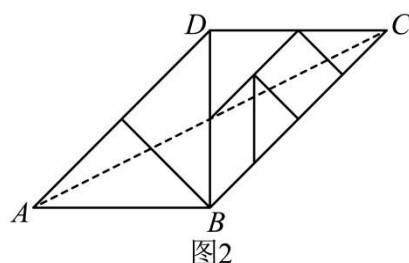
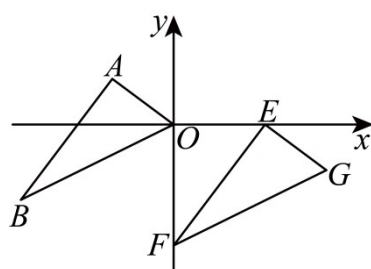


图2

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{3}$

7. 如图，在平面直角坐标系中，将 $\triangle ABO$ 平移，得到 $\triangle EFG$ ，点 E, F 在坐标轴上. 若

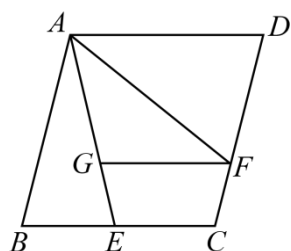
$\angle A = 90^\circ, \tan B = \frac{1}{2}, A(-4, 3)$ ，则点 G 坐标为（ ）



- A. $(11, -4)$ B. $(10, -3)$ C. $(12, -3)$ D. $(9, -4)$

8. 如图，已知菱形 $ABCD$ 的边长为4， E 是 BC 的中点， AF 平分 $\angle EAD$ 交 CD 于点 F ， $FG \parallel AD$ 交 AE

于点 G ，若 $\cos B = \frac{1}{4}$ ，则 FG 的长是 ()



- A . 3 B . $\frac{8}{3}$ C . $\frac{2\sqrt{15}}{3}$ D . $\frac{5}{2}$

9. 我们把一个等腰三角形的腰与底边的比值叫做这个等腰三角形的“特征值”. 设等腰 $\triangle ABC$ 的特征值是 k ,

下列命题中假命题是 ()

A . 如果 $k = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，那么 $\triangle ABC$ 是直角三角形

B . 如果 $k = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，那么 $\triangle ABC$ 有一内角为 30°

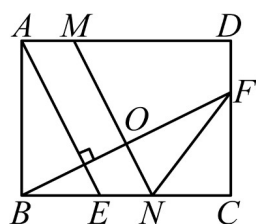
C . 如果 $\triangle ABC$ 是直角三角形，那么 $k = \frac{\sqrt{2}}{2}$

D . 如果 $\triangle ABC$ 有一内角为 30° ，那么 $k = \frac{\sqrt{3}}{3}$

10. 如图所示，在矩形 $ABCD$ 中， $\frac{AB}{BC} = \frac{3}{4}$ 点 E 为 BC 边上一点，连接 AE ，过点 B 作 AE 的垂线 BF ，

BF 交 CD 于点 F ，平移线段 AE 得线段 MN ，且 MN 恰过 BF 的中点 O ，连接 NF ，已知 $MN = 3\sqrt{5}$ ，且

$\cos \angle FNC = \frac{3}{5}$ 则 BC 的长为 ()



A. $3\sqrt{5}$

B. 8

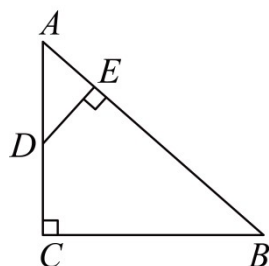
C. $4\sqrt{3}$

D. 6

二、填空题（本题共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分。）

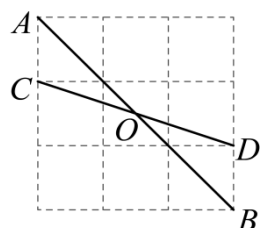
11. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， D 是 AC 边的中点，过点 D 作 $DE \perp AB$ ，垂足为 E ，如果

$AD = 2$ ， $AB = 6$ ，那么 $\cos \angle ADE =$ _____.



12. 如图，在边长相同的小正方形组成的网格中，点 A 、 B 、 C 、 D 都在这些小正方形的顶点上， AB 、 CD

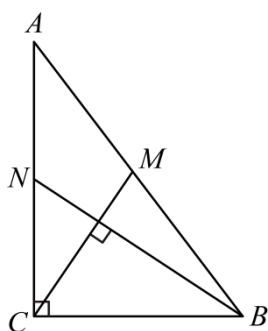
相交于点 O ，那么 $\sin \angle BOD$ 的值为_____.



13. 已知 a ， b ， c 分别是 $\triangle ABC$ 中 $\angle A$ ， $\angle B$ ， $\angle C$ 的对边，且 a ， b ， c 满足 $(a-c)(a+c) + b^2 = 0$ ，若

$4a - 5b = 0$ ，则 $\sin A + \cos B$ 的值为_____.

14. 如图，直角三角形 ABC 斜边上的中线 CM 和 AC 边上的中线 BN 互相垂直，则 $\angle A$ 的正弦值为_____.



15. 如图 1 为《天工开物》记载的用于舂捣谷物的工具---“碓(duì)”的结构简图，图 2 为其平面示意图．已

知 $AB \perp CD$ 于点 B ， AB 与水平线 l 相交于点 O ， $OE \perp l$ ．如果 $BC = 4$ 分米， $OB = 24$ 分米， $\sin \angle BOE = \frac{24}{25}$ ，

那么点 C 到水平线 l 的距离 CF 为_____分米．



图1

图2

16. 已知在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\tan \angle A = \frac{3}{4}$ ， $BC = 9$ ，点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心，那么点 G 到斜边 AB 的距离是_____．

17. 定义：在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 30^\circ$ ，我们把 $\angle A$ 的对边与 $\angle C$ 的对边的比，叫做 $\angle A$ 的邻弦，记作

$\text{thi} A = \frac{BC}{AB}$ ．解决问题：在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 30^\circ$ ， $\text{thi} A = \sqrt{3}$ ， $BC = 12$ ，则 $AC =$ _____．

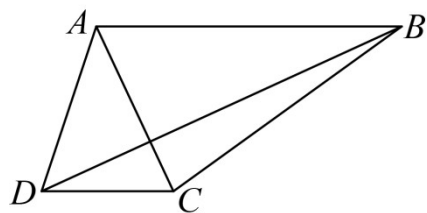
18. 在 $\triangle ABC$ 中， $BC = 14$ ， $\tan B = \frac{2}{3}$ ， $\tan C = \frac{1}{2}$ ，将 $\triangle ABC$ 翻折，点 C 恰好落在线段 AB 的中点 D 处，折痕分别交 AC 、 BC 于 M 、 N ，此时 $CN =$ _____．

三、解答题：（本大题共 7 题，共 78 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.）

19. 计算： $|2\sin 45^\circ - \tan 45^\circ| + \frac{\cos 30^\circ - \tan 60^\circ \cdot \cos 45^\circ}{\cot 30^\circ}$.

20. 如图，在梯形 $ABCD$ 中 $AB \parallel CD$ ，联结 AC 、 BD ， $AC \perp BD$ 。若 $AC = 3$ ， $\angle ADB = 45^\circ$ ，

$\tan \angle ACD = 2$



(1) 求 CD 的长；

(2) 求 $\angle ABC$ 的正弦值。

21. (1) 在 $\triangle ABC$ 中，记 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的对边分别为 a 、 b 、 c 。

① 如图 1，当 $\triangle ABC$ 是等边三角形（即 $a = b = c$ ）时， $\triangle ABC$ 的面积为_____（结果用含 a 的代数式表示）；

② 如图 2，当 $a = 2\text{cm}$ ， $b = 6\text{cm}$ ， $\angle C = 120^\circ$ 时，求 $\triangle ABC$ 的面积；

(2) 三个含 120° 的全等的三角形（ $a < b < c$ ）可以拼成一个大等边三角形，内含一个小的等边三角形（如图 3 所示），当大等边三角形的面积是小等边三角形面积的 16 倍时，直接写出 a 、 b 满足的数量关系

_____。

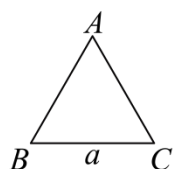


图1

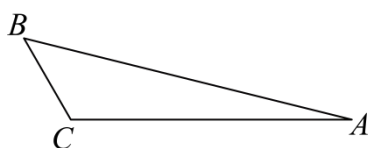


图2

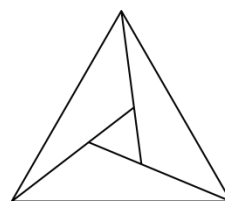
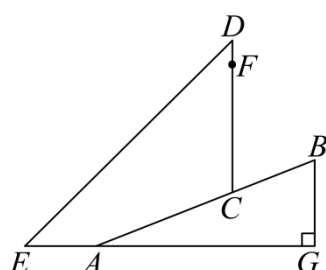


图3

22. 为践行“绿水青山就是金山银山”的重要思想，某森林保护区开展了寻找古树活动．如图所示，在一个坡度（或坡比） $i = 1:2.4$ 的山坡 AB 上发现有一棵古树 CD ．测得古树底端 C 到山脚点 A 的距离 $AC = 13$ 米，在距山脚点 A 水平距离 3 米的点 E 处，测得古树顶端 D 的仰角 $\angle AED = 53^\circ$ （古树 CD ，山坡 AB 的坡面和点 E 在同一平面上，古树 CD 与直线 AE 垂直），



(1) 古树 CD 的高度约为多少米？

(2) 为了保护古树，考古队员准备在树顶 D 下方 0.5 米的 F 处拉一根保护绳 BF ，其中 B 离 C 距离为 6.5 米．

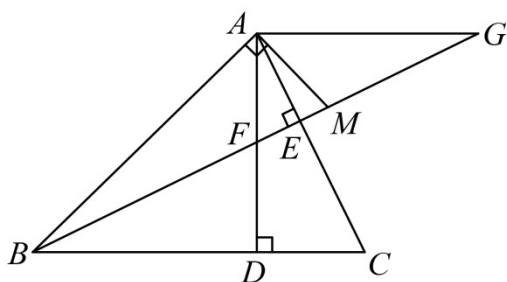
求绳 BF 至少多少米？（结果精确到 0.1 米，绳子打结处的长度忽略不计）

（参考数据： $\sin 53^\circ \approx 0.8$ ， $\cos 53^\circ \approx 0.6$ ， $\tan 53^\circ \approx 1.33$ ，

$\sqrt{2} \approx 1.41$ ， $\sqrt{3} \approx 1.73$ ， $\sqrt{5} \approx 2.24$ ）

23. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 45^\circ$ ， $AD \perp BC$ ，垂足为点 D ， $BE \perp AC$ ，垂足为点 E ， AD 和 BE 相交

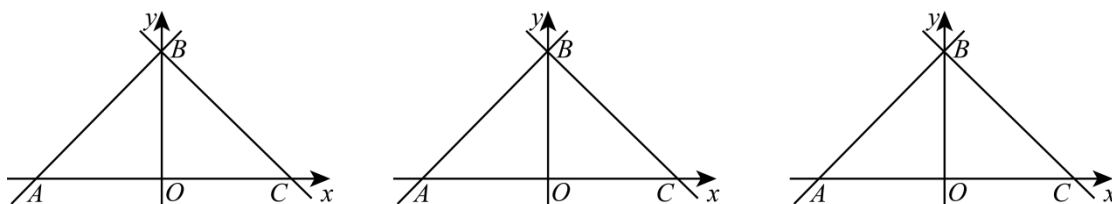
于点 F ．过点 A 作 $AG \parallel BC$ ，交边 BE 延长线于点 G ，点 M 是 BG 边上一点， $AM \perp AB$ ．



(1)求证： $DF = DC$ ；

(2)求证： $\sqrt{2} \cos \angle ABE = \frac{AG}{GM}$.

24. 如图, 在平面直角坐标系中, $BO=AO=6$, 连接 AB , 将 $\triangle AOB$ 沿 y 轴翻折, 交 x 轴正半轴于点 C .



(1)求直线 BC 的解析式；

(2) 点 D 是线段 BC 上一点, 连接 AD , 交 y 轴于点 E , 设点 D 的横坐标为 t , 设 $\triangle ABD$ 的面积为 $S(S \neq 0)$.

求 S 与 t 的关系式 (不要求写出 t 的取值范围) .

(3) 在 (2) 的条件下, 过点 B 向 AD 作垂线, 交 AD 于点 K , 延长线交 OC 于点 H , 连接 CK 并延长, 交

OB 于点 R , 且 $\angle CKH = 45^\circ$, 过点 C 作 x 轴的垂线, 与 AR 延长线于 M , 与 AE 延长线于点 N , 求 MN 的长 .

25. 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 3, E 、 F 分别是边 AD 、 AB 上的点, 连接 CE 、 EF 、 CF .

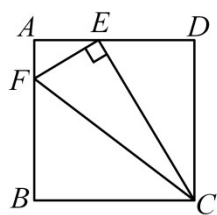


图1

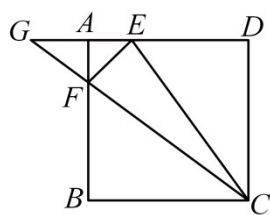


图2

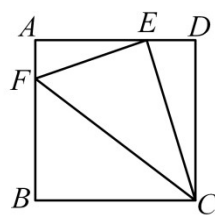


图3

(1)如图1，若 $DE = 1.8$ ，当 $\angle CEF = 90^\circ$ 时，求 $\tan \angle ECF$ 的值；

(2)如图2，若 $AE = AF$ ， CF 与 DA 的延长线交于点 G ， E 为 DG 的中点，求 $\tan \angle ECF$ 的值；

(3)如图3，若 $DE = 1$ ， $\tan \angle ECF = \frac{3}{5}$ ，求 BF 的长。