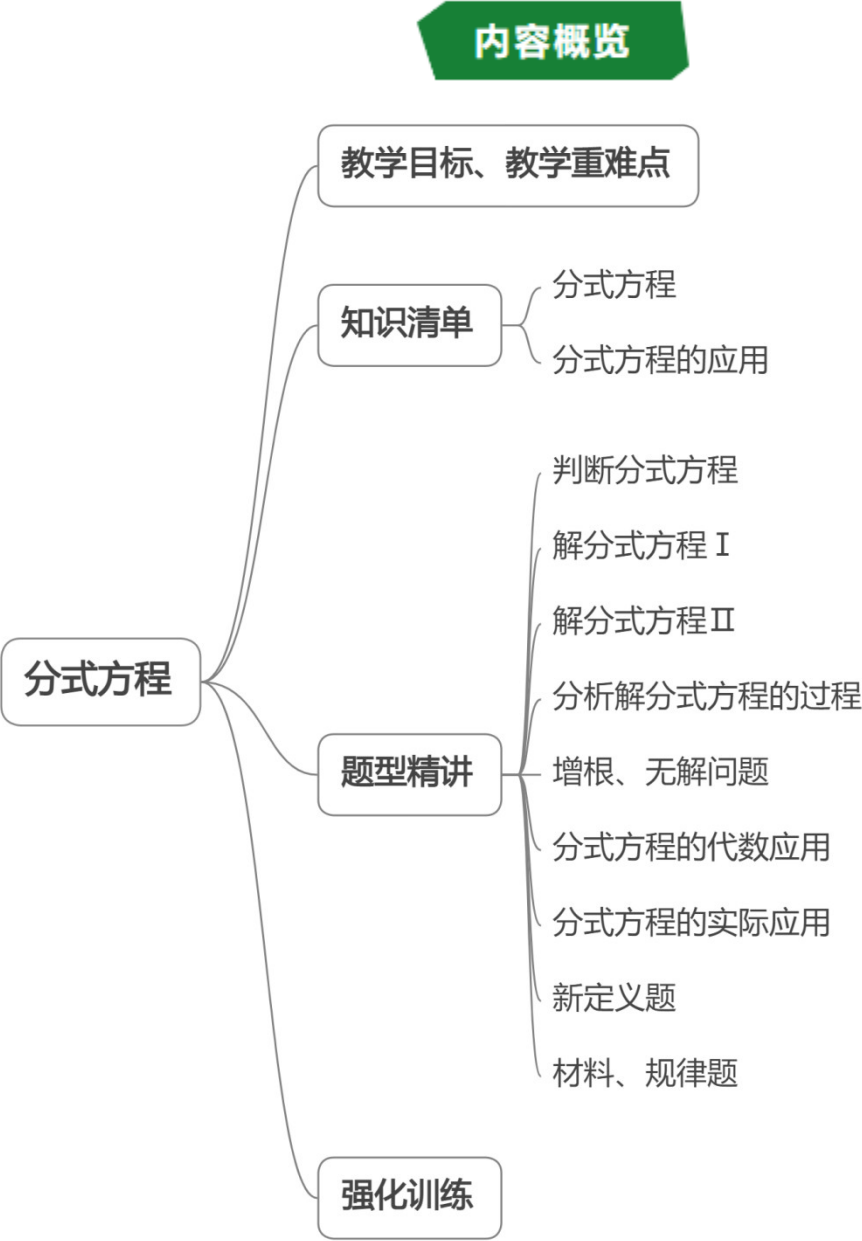


专题 13.5 分式方程



教学目标、教学重难点

教学目标	1. 知道分式方程的概念 . 2. 会解分式方程 . 3. 分式方程的无解、增根等问题 . 4. 分式方程的实际应用。
教学重难点	1.重点 (1) 分式方程的概念；

	(2) 分式方程的解法，增根及检验； (3) 实际问题与分式方程。 2. 难点 (1) 特殊分式方程的解法； (2) 分式方程的综合应用。
--	--

知识清单

知识点1 分式方程

一、分式方程、根与增根

1. 分式方程

分母里含有未知数的方程叫分式方程。

要点：(1) 分式方程的重要特征：①是等式；②方程里含有分母；③分母中含有未知数。

(2) 分式方程和整式方程的区别就在于分母中是否有未知数（不是一般的字母系数），分母中含有未知数的方程是分式方程，分母中不含有未知数的方程是整式方程。

(3) 分式方程和整式方程的联系：分式方程可以转化为整式方程。

2. 分式方程的根、增根及检验

分式方程的解也叫作分式方程的根。

在检验时只要把所求出的未知数的值代入最简公分母中，如果它使最简公分母的值不等于0，那么它是原分式方程的一个根；如果它使最简公分母的值为0，那么它不是原分式方程的根，称它是原方程的增根。

要点：(1) 增根的产生原因：对于分式方程，当分式中，分母的值为零时，无意义，所以分式方程，不允许未知数取哪些使分母的值为零的值，即分式方程本身就隐含着分母不为零的条件。当把分式方程转化为整式方程以后，这种限制取消了，换言之，方程中未知数的值范围扩大了，如果转化后的整式方程的根恰好是原方程未知数的允许值之外的值，那么就会出现增根。

(2) 检验增根的方法：把由分式方程化成的整式方程的解代入最简公分母，看最简公分母是否为0，如果为0，则是增根；如果不是0，则是原分式方程的根。

二、分式方程的解法

1. 解分式方程的基本思想：将分式方程转化为整式方程。转化方法是方程两边都乘以最简公分母，去掉分母。在去分母这一步变形时，有时可能产生使最简公分母为零的根，这种根叫做原方程的增根。因为解分式方程时可能产生增根，所以解分式方程时必须验根。

2. 分式方程的一般步骤：

(1) 方程两边都乘以最简公分母，去掉分母，化成整式方程（注意：当分母是多项式时，先分解因式，再找出最简公分母）；

(2) 解这个整式方程，求出整式方程的解；

(3) 检验：将求得的解代入最简公分母，若最简公分母不等于 0，则这个解是原分式方程的解，若最简公分母等于 0，则这个解不是原分式方程的解，原分式方程无解。

【即学即练】

1. 在下列方程中，关于 x 的分式方程的个数有 ()

① $\frac{1}{2}x^2 - \frac{2}{3}x + 4$; ② $\frac{x}{\pi} = 4$; ③ $\frac{\pi}{x} = 4$; ④ $\frac{x^2 - 9}{x + 3} = 1$; ⑤ $\frac{1}{x + 2}$; ⑥ $\frac{x - 1}{\pi} + \frac{x - 1}{\pi} = 2$.

- A . 2 个 B . 3 个 C . 4 个 D . 5 个

2. 解分式方程 $\frac{1}{x - 2} - 3 = \frac{4}{2 - x}$ 时，去分母可得 ()

- A . $1 - 3(x - 2) = 4$ B . $1 - 3(x - 2) = -4$
C . $1 - 3(2 - x) = -4$ D . $1 - 3(2 - x) = 4$

3. 解方程： $\frac{3}{x - 2} - \frac{x}{2 - x} = -2$.

4. 解下列分式方程： $\frac{2x}{x - 1} = \frac{x}{2x - 2} + 1$

5. 若关于 x 的分式方程 $\frac{2m + x}{x - 3} - 1 = \frac{2}{x}$ 有增根，则 m 的值为_____ .

- A . 2 B . x C . $x + 1$ D . $\frac{2}{x + 1}$

知识点 2 分式方程的应用

分式方程的应用主要就是列方程解应用题.

列分式方程解应用题按下列步骤进行：

- (1) 审题了解已知数与所求各量所表示的意义，弄清它们之间的数量关系；
- (2) 设未知数；
- (3) 找出能够表示题中全部含义的相等关系，列出分式方程；
- (4) 解这个分式方程；
- (5) 验根，检验是否是增根；
- (6) 写出答案.

要点：1、列分式方程解应用题的一般步骤：设、列、解、验、答. 必须严格按照这五步进行做题，规范解题步骤，另外还要注意完整性：如设和答叙述要完整，要写出单位等 .

2、要掌握常见问题中的基本关系，如行程问题：速度=路程时间；工作量问题：工作效率=工作量工作时间等等. 列分式方程解应用题一定要审清题意，找相等关系是着眼点，要学会分析题意，提高理解能力 .

【即学即练】

1. 中国 5G 技术世界领先，已知 5G 网络峰值速率为 4G 网络峰值速率的 10 倍，在峰值速率下传输 4 千兆数据，5G 网络比 4G 网络快 90 秒．若设 4G 网络的峰值速率为每秒传输 x 千兆数据，则由题意可列方程

()

A. $\frac{4}{10x} - \frac{4}{x} = 90$ B. $\frac{4}{x} - \frac{4}{10x} = 90$ C. $\frac{40}{x} - \frac{4}{x} = 90$ D. $\frac{4}{x} - \frac{40}{x} = 90$

2. 甲、乙两人同时分别从 A、B 两地沿同一条公路骑自行车到 C 地，已知 A、C 两地间的距离为 110 千米，B、C 两地间的距离为 100 千米．甲骑自行车的平均速度比乙快 2 千米/时，结果两人同时到达 C 地，求两人的平均速度．为解决此问题，设甲骑自行车的平均速度为 x 千米/时，由题意列出方程，其中正确的是

()

A. $\frac{110}{x+2} = \frac{100}{x}$ B. $\frac{110}{x} = \frac{100}{x+2}$ C. $\frac{110}{x-2} = \frac{100}{x}$ D. $\frac{110}{x} = \frac{100}{x-2}$

3. 端午节是中国的传统节日，某商店销售甲、乙两种礼盒的粽子，经调查发现：用 880 元购进的甲礼盒数量是用 400 元购进的乙礼盒数量的 2 倍，且每个甲礼盒的进价比乙礼盒贵 4 元，设每个乙礼盒的进价为 x 元，则列方程为：_____．

4. 新能源汽车的技术越来越成熟，而且更加环保节能．小明的爸爸准备换一台车，通过对比两台续航里程相同的燃油车和新能源汽车，发现燃油车每千米的行驶费用比新能源汽车多 0.54 元，已知燃油车加满 1 箱油需要 360 元，新能源汽车的电池充满一次电需要 36 元，则小明的爸爸选择的两台汽车的续航里程是 ()

A. $600km$ B. $500km$ C. $450km$ D. $400km$

5. 《四元玉鉴》是中国古代著名的数学专著，书里记载一道这样的题：“今有绌、罗共三丈，各值钱八百九十六文．只云绌、罗各一尺共值钱一百二十文，问绌、罗尺价各几何？”题目译文是：现在有绌布和罗布，布长共 3 丈 (1 丈 = 10 尺)，已知绌布和罗布分别全部出售后均能收入 896 文；绌布和罗布各出售 1 尺共收入 120 文．问两种布每尺各多少钱？若设绌布每尺 x 文，根据题意可列方程是 ()

A. $\frac{896}{x} + \frac{896}{30-x} = 120$ B. $\frac{896}{x} + \frac{896}{120-x} = 30$

$$C. 120 + \frac{896}{x} = \frac{896}{120-x}$$

$$D. \frac{896}{x} = \frac{896}{120-x} - 30$$

6. 长赤翡翠米，米粒细长、整齐饱满、晶莹润泽、柔韧软滑，米色及粥色微绿似翡翠，深受老百姓的喜爱。春耕时节，某播种队承接了 80hm^2 长赤翡翠米水稻的种植任务，为了确保全年粮食生产开个好局，实际工作效率比原来提高了 15% ，结果提前 2 天完成任务。设原计划每天种植的面积为 $x\text{hm}^2$ ，则下列方程正确的是 ()

$$A. \frac{80}{(1+15\%)x} - \frac{80}{x} = 2$$

$$B. \frac{80(1+15\%)}{x} - \frac{80}{x} = 2$$

$$C. \frac{80}{x} - \frac{80(1+15\%)}{x} = 2$$

$$D. \frac{80}{x} - \frac{80}{(1+15\%)x} = 2$$

题型精讲

题型 01 判断分式方程

【典例 1】下列方程是分式方程的是 ()

$$A. \frac{x-1}{5} + \frac{3}{4} = 1$$

$$B. \frac{3}{\pi} + 2x = 3$$

$$C. \frac{1}{x} = 2$$

$$D. \frac{x+2}{x} - \frac{x+3}{3}$$

【变式 1】下列关于 x 的方程中：① $\frac{x}{a} = 1$ ；② $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x} = 5$ ；③ $\frac{1}{\sqrt{x}} = 2$ ；④ $\frac{x^2}{x} = 1$ ，分式方程有 () 个

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

【变式 2】在方程：① $\frac{96}{x-2} - \frac{96}{x} = 4$ ，② $x^2 + 130x - 1400 = 0$ ，③ $\frac{x}{3} + 1 = \frac{3}{2}x$ ，④ $\frac{12}{x} - \frac{10}{x+4} = 1$ 中，是分

式方程的有 ()

A. ①和②

B. ②和③

C. ③和④

D. ①和④

题型 02 解分式方程

【典例 1】解下列分式方程

$$(1) \frac{3x+2}{x-1} = \frac{5}{x-1}$$

$$(2) \frac{x}{2x-1} = 1 - \frac{3}{1-2x}$$

【变式1】 . 解分式方程：

$$(1) \frac{3}{x} = \frac{2}{x-1} ;$$

$$(2) \frac{x-2}{x+2} - 1 = \frac{16}{x^2-4} .$$

【变式2】 . 解方程：

$$(1) \frac{1}{a-1} + \frac{a}{1-a} = 1 ;$$

$$(2) \frac{1}{3} - \frac{2}{2x-1} = \frac{1}{6x-3} .$$

题型 03 解分式方程II

【典例1】 . 方程 $\frac{x}{x-1} = 2$ 的解是_____ .

【变式1】 . 方程 $\frac{x-1.8}{x+1.8} = 0.82$ 的解是_____ .

【变式2】 . 解方程： $\frac{1}{x(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+6)} - \frac{1}{3x} = 3$

题型 04 分析解分式方程的过程

【典例1】 . 解分式方程 $\frac{1-x}{x-3} + 3 = \frac{2}{3-x}$ 时，去分母后变形正确的是 ()

A . $1-x+3(x-3)=2$

B . $1-x+3(x-3)=-2$

C . $1-x+3=2$

D . $1-x+3=-2$

【变式1】 . 将关于 x 的分式方程 $\frac{2}{x} - \frac{3}{x+4} = 0$ 去分母可得 ()

A . $2(x+4)+3x=0$

B . $2(x+4)-3x=0$

C . $2x+3(x+4)=0$

D . $2x-3(x+4)=0$

【变式2】 . 解方程 $\frac{x+1}{3x-2} - 1 = \frac{2-x}{2-3x}$ 时：

小明认为：方程两边都乘以 $3x-2$ ，得 $x+1-3x-2=-(2-x)$

小颖认为：方程两边都乘以 $3x-2$ ，得 $x+1-(3x-2)=2-x$

小莉认为：方程两边都乘以 $2-3x$ ，得 $-(x+1)-(2-3x)=2-x$

以上三位同学的理解，正确的是()

A. 小明

B. 小颖

C. 小莉

D. 没有错误，三位同学都正确

【变式3】 . 下面是小明同学解分式方程：“ $\frac{2x+3}{x-2}-2=\frac{x-1}{2-x}$ ”的过程，请认真阅读，并完成相应的任务 .

解：去分母得： $2x+3-2=-(x-1)\dots\dots①$

去括号得： $2x+3-2=-x+1\dots\dots②$ ，

移项得： $2x+x=1+2-3\dots\dots③$.

合并同类项得： $3x=0\dots\dots④$ ，

系数化为1得： $x=0\dots\dots⑤$

经检验， $x=0$ 是原分式方程的解 .

任务一：①解答过程中，第_步开始出现了错误，产生错误的原因是_；

②第③步变形的依据是_；

任务二：该分式方程的解是_ .

题型 05 增根、无解问题

【典例1】 . 若关于 x 的分式方程 $\frac{2m}{5-x}-\frac{x-6}{x-5}=1$ 有增根，则 m 的值是_____ .

【变式1】 . 若分式方程 $\frac{1}{x-1}=\frac{2}{x^2-1}$ 有增根，则增根为_____ .

【变式2】 . 若关于 x 的分式方程 $\frac{x}{x-3}+\frac{a}{3-x}=2a$ 无解，则 a 的值为_____ .

【变式3】 . 已知关于 x 的分式方程 $\frac{1}{2x+3}-\frac{a-x}{x-5}=1$ 无解，则 a 的值为_____ .

题型 06 分式方程的代数应用

【典例1】 . 若代数式 $\frac{1}{x-2}$ 和 $\frac{2}{3x+1}$ 的值相等，则 x 的值是()

- A. $x = 3$ B. $x = -3$ C. $x = 5$ D. $x = -5$

【变式1】 . 嘉琪准备完成题目：解方程 $\frac{2}{\square} + \frac{1}{x+2} = 0$. 发现第一个分式的分母印刷不清，查阅答案后发现标准答案是 $x = -1$ ，请你帮助嘉琪推断印刷不清的分母可能是 ()

- A. $x-1$ B. $-x-4$ C. $x+4$ D. x^2-1

【变式2】 . 已知 k 为整数，关于 x 的方程 $\frac{kx}{x+2} = 1$ 的解是整数，则方程的解为正整数的个数是 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

题型 07 分式方程的实际应用

【典例1】 . 原本的铁路从 A 到 B 全长 310 公里，现在建造了一条 280 公里长的高速铁路，高速铁路上的列车速度是原本速度的 2 倍，因此从 A 到 B 的旅行时间缩短了 2 小时，那么，原本铁路上的列车速度为 _____ 千米/小时 .

【变式1】 . 某文具店购进了两种型号的笔记本 . 已知每个活页本的进价比平装本贵 5 元，用 300 元购进平装本的数量比活页本多 10 本 . 请问平装本和活页本的进价各是多少元？

【变式2】 . A 、 B 两地间的路程为 150 千米，甲、乙两车分别从 A 、 B 两地同时出发，相向而行，2 小时相遇 . 相遇后，两车各以原来的速度继续行驶，甲车到达 B 地后立即原路返回，返回时的速度是原来速度的 2 倍，结果甲、乙两车同时到达 A 地，求甲、乙两车的速度 .

【变式3】 . 某机械加工厂计划在一定时间内组装 240 个机器人，后因市场供不应求，不但需要增产 50%，而且要提前 4 天完成任务 . 经测算，每天需要多组装 8 个 . 问原计划每天组装多少个机器人？

【变式4】 . 某学校为了响应“绿色校园”倡议，计划在若干个月内种植一定数量的树木，使校园绿化总面积达到 180 平方米 . 实际在种植时，第一个月比原计划每个月多种植 10 平方米，并且按照这个进度继续推进，结果可以提前 3 个月完成目标 . 求实际执行中每月种植的绿化面积是多少平方米？

题型 08 新定义题

【典例1】 . 符号 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ 称为二阶行列式，规定它的运算法则为 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ ，则根据上述规定可得等

$$\text{式} \left| \frac{2}{x} - \frac{3}{x-3} \right| = 0 \text{ 中的 } x \text{ 的值为 } \underline{\hspace{2cm}} .$$

【变式 1】 . 新定义 对于实数 a, b , 定义一种新运算“ $\oplus$ ”为 : $a \oplus b = \frac{3}{a^2 - ab}$, 这里等式右边是实数运算 .

按此规定 , 则方程 $x \oplus (-2) = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x-2} \right)$ 的解是 ()

A . $x = 4$

B . $x = 6$

C . $x = 7$

D . $x = 8$

题型 09 材料、规律题

【典例 1】 . 已知 $a_1 = x$ ($x \neq 0$ 且 $x \neq 1$) , $a_2 = \frac{1}{1-a_1}$, $a_3 = \frac{1}{1-a_2}$, $\dots$, $a_n = \frac{1}{1-a_{n-1}}$, 若 a_{2025} 的值等于 7 , 则 x 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【变式 1】 . 同学们学过分式方程 , 分式方程有一步必不可少的一验根 . 下面给出一些方式方程 , 它们都有一个共同的特点 :

若 $x + \frac{1}{x} = 2 + \frac{1}{2}$, 则方程的解为 2 或 $\frac{1}{2}$;

若 $x + \frac{1}{x} = 3 + \frac{1}{3}$, 则方程的解为 3 或 $\frac{1}{3}$;

若 $x + \frac{1}{x} = 4 + \frac{1}{4}$, 则方程的解为 4 或 $\frac{1}{4}$;

请你用观察出的特点解决以下问题 :

(1) 若 $x + \frac{1}{x+1} = 9\frac{1}{10}$, 则此方程的解为

(2) 若 $x + \frac{1}{9x-6} = \frac{a^2+2a+1}{3a}$, 则此方程的解为 $\underline{\hspace{2cm}}$ (用含有 a 的代数式表示) .

【变式 2】 . 阅读下面计算 $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{9 \times 11}$ 的过程 , 然后填空

解 : $\because \frac{1}{1 \times 3} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right)$, $\frac{1}{3 \times 5} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right)$, $\dots$, $\frac{1}{9 \times 11} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{11} \right)$

$\therefore \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{9 \times 11}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right) + \dots + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{11} \right) \\
 &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} \right) \\
 &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{11} \right) \\
 &= \frac{5}{11}
 \end{aligned}$$

以上方法为裂项求和法，请参考以上做法完成：

(1) $\frac{1}{2 \times 4} + \frac{1}{4 \times 6} = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2) 当 $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + x = \frac{6}{13}$ 时，最后一项 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

强化训练

一、单选题

1. 下列关于 x 的方程是分式方程的是 ()

A. $\frac{x+1}{2} - 1 = \frac{2+x}{3}$ B. $\frac{x-1}{3+a} = 2-x$ C. $\frac{x}{m} - 1 = \frac{n}{m}$ D. $\frac{(x-1)^2}{x-1} = 1$

2. $x=1$ 是下列哪个方程的解 ()

A. $\frac{1}{x-1} = \frac{1}{x^2-1}$ B. $\frac{x-1}{x-1} = \frac{x+1}{x+1}$ C. $\frac{x}{3x+3} = \frac{1}{3x+3}$ D. $x^2 - 1 = 1$

3. 方程 $\frac{3}{x-1} = \frac{1}{2x+3}$ 的解为 ()

A. $x=2$ B. $x=-2$ C. $x=3$ D. $x=-3$

4. 解分式方程 $\frac{2}{x+1} + \frac{3}{x-1} = \frac{6}{x^2-1}$ 分以下四步，其中错误的一步是 ()

A. 方程两边分式的最简公分母是 $(x-1)(x+1)$

B. 方程两边都乘以 $(x-1)(x+1)$ ，得整式方程 $2(x-1) + 3(x+1) = 6$

C. 解这个整式方程，得 $x=1$

D. 原方程的解为 $x=1$

5. 若关于 x 的分式方程 $\frac{m-x}{2x-5} = \frac{1}{5-2x} - 4$ 的解为 $x=4$ ，则 m 的值为 ()

- A. -3 B. -9 C. -6 D. 2

6. 解方程 $\frac{2x-1}{3} = \frac{x+a}{2} - 1$ 时，小刚在去分母的过程中，右边的“-1”漏乘了公分母 6，因而求得方程的解为 $x=2$ ，则方程正确的解是 ()

- A. $x=-3$ B. $x=-2$ C. $x=\frac{1}{3}$ D. $x=-\frac{1}{3}$

7. 2025 年 5 月 18 日，某市马拉松赛激情开跑甲、乙两人参加了 5000 米的欢乐跑比赛，甲每分钟比乙多跑 100 米，最终甲比乙早 10 分钟到达。设乙的速度为每分钟 x 米，则可列方程 ()

- A. $\frac{5000}{x} = \frac{5000}{x+100} - 10$ B. $\frac{5000}{x} = \frac{5000}{x+100} + 10$
C. $\frac{5000}{x} = \frac{5000}{x-100} - 10$ D. $\frac{5000}{x} = \frac{5000}{x-100} + 10$

8. 对于非零实数 a, b ，规定 $a \otimes b = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ ，若 $(2x-1) \otimes 2 = 1$ ，则 x 的值为 ()

- A. $\frac{5}{6}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. 1

9. 若关于 x 的分式方程 $\frac{3x-a}{x^2-2x} = \frac{2}{x} - \frac{1}{x-2}$ 有增根，则 a 的值为 ()

- A. 0 或 2 B. 4 C. 8 D. 4 或 8

10. 若关于 x 的方程 $\frac{x-a}{b-x} = \frac{c}{d}$ 有解，则必须满足条件 ()

- A. $a \neq b$, $c \neq d$ B. $a \neq b$, $c \neq -d$ C. $a \neq -b$, $c \neq d$ D. $a \neq -b$, $c \neq -d$

二、填空题

11. 分式方程 $\frac{1}{x-4} = \frac{3}{x}$ 的解为_____.

12. 若分式方程 $\frac{3x}{2x-7} + \frac{a}{7-2x} = 1$ 的解是 $x=0$ ，则 $a=$ _____.

13. 若 $\frac{x}{4}$ 与分式 $-\frac{4}{x}$ 的值互为相反数， x 的值为_____.
14. 若方程 $\frac{ax}{a+1} - 1 = \frac{2}{1-x}$ 的解与方程 $\frac{6}{x} = 3$ 的解相同，则 $a =$ _____.
15. 若关于 x 的分式方程 $\frac{x}{x+2} - 3 = \frac{m}{x+2}$ 有增根，则 m 的值是_____.
16. 若商品的进价为 100 元，毛利率为 20% (毛利率 = $\frac{\text{售价} - \text{进价}}{\text{售价}}$)，则该商品的售价是_____元.
17. 小刘同学购置一本《朝花夕拾》共 144 页，计划 10 天读完. 当他读完一半页数时，发现平均每天要多读 6 页才能按时读完. 设该同学读前一半页数时，平均每天读 x 页，根据题意列出方程_____.
18. 现有一列数： $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_{n-1}, a_n$ (n 为正整数)，规定 $a_1 = 2$ ， $a_2 - a_1 = 4$ ， $a_3 - a_2 = 6$ ， $\dots$ ， $a_n - a_{n-1} = 2n(n-2)$ ，若 $\frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \frac{1}{a_4} \cdots \frac{1}{a_n} = \frac{97}{198}$ ，则 n 的值为_____.

三、解答题

19. 解方程.

(1) $\frac{2}{x} = \frac{3}{x+1}$;

(2) $\frac{1}{x-3} = 2 + \frac{x}{3-x}$;

(3) $\frac{7-9x}{2-3x} - \frac{4x-5}{2-3x} = 1$;

(4) $\frac{1}{x-2} + 3 = \frac{1-x}{2-x}$.

20. 解下列方程：

(1) $\frac{1}{x} = \frac{5}{x+3}$;

(2) $\frac{x}{x-1} = \frac{3}{2x-2} - 2$;

(3) $\frac{2}{2x-1} = \frac{1}{4x^2-1}$;

$$(4) \frac{3}{x^2+2x} - \frac{1}{x^2-2x} = 0;$$

$$(5) \frac{x}{x-3} = \frac{x+1}{x-1};$$

$$(6) \frac{x-3}{x-2} + 1 = \frac{3}{2-x};$$

$$(7) \frac{2x+1}{x^2+x} = \frac{5}{6x+6};$$

$$(8) \frac{3}{2} - \frac{1}{3x-1} = \frac{5}{6x-2}.$$

21. 若关于 x 的方程： $\frac{3}{x-3} + \frac{ax}{x^2-9} = \frac{4}{x+3}$

(1) 有增根，求 a 的值；

(2) 无解，求 a 的值。

22. 小丁和小迪分别解方程 $\frac{x}{x-2} - \frac{x-3}{2-x} = 1$ 过程如下：

小丁：	小迪：
解：去分母，得 $x - (x-3) = x-2$	解：去分母，得 $x + (x-3) = 1$
去括号，得 $x - x + 3 = x-2$	去括号得 $x + x - 3 = 1$
合并同类项，得 $3 = x-2$	合并同类项得 $2x - 3 = 1$
解得 $x = 5$	解得 $x = 2$
$\therefore$ 原方程的解是 $x = 5$	经检验， $x = 2$ 是方程的增根，原方程无解

你认为小丁和小迪的解法是否正确？若正确，请在框内打“√”；若错误，请在框内打“×”，并写出你的解答过程。

23. A 、 B 两地相距 360 千米，一辆汽车准备从 A 地开往 B 地，但由于任务紧急，现在实际行驶的速度每小时比原计划快 20 千米，所以提前 3 小时到达 B 地。求汽车原计划的速度。

24. 某商店用 1800 元购进一批背包，面市后发现供不应求，商店又购进第二批同样的背包，所购数量与第一批购进数量相同，但进价每个便宜了 10 元，结果购买第二批背包用了 1500 元。求第一批购进每个背包

的进价是多少元．

25．教育部印发的《大中小学劳动教育指导纲要（试行）》要求，在大中小学设立劳动教育必修课程，并将劳动素养纳入学生综合素质评价体系．某校积极开展劳动教育，在植树节当天组织学生进行植树活动．已知第一组植树¹²棵，第二组植树³⁶棵，第二组比第一组多⁶人，结果两组平均每人植树的棵数相等，求第一组的学生人数．

26．如果两个分式 M 与 N 的和为常数 k ，且 k 正整数，则称 M 与 N 互为“和整分式”，常数 k 称为“和整值”．

如分式 $M = \frac{x}{x+1}$ ， $N = \frac{1}{x+1}$ ， $M + N = \frac{x+1}{x+1} = 1$ ，则 M 与 N 互为“和整分式”，“和整值” $k = 1$ ．

(1) 已知分式 $A = \frac{x-7}{x-2}$ ， $B = \frac{x^2+6x+9}{x^2+x-6}$ ，判断 A 与 B 是否互为“和整分式”，若不是，请说明理由；若是，请
求出“和整值” k ；

(2) 已知分式 $C = \frac{3x-4}{x-2}$ ， $D = \frac{G}{x^2-4}$ ， C 与 D 互为“和整分式”，且“和整值” $k = 3$ ，若 x 为正整数，分式 D 的
值为正整数 t ．

①求 G 所代表的代数式；

②求 x 的值；

(3) 在(2)的条件下，已知分式 $P = \frac{3x-5}{x-3}$ ， $Q = \frac{mx-3}{3-x}$ ，且 $P+Q=t$ ，若该关于 x 的方程无解，求实数 m
的值．