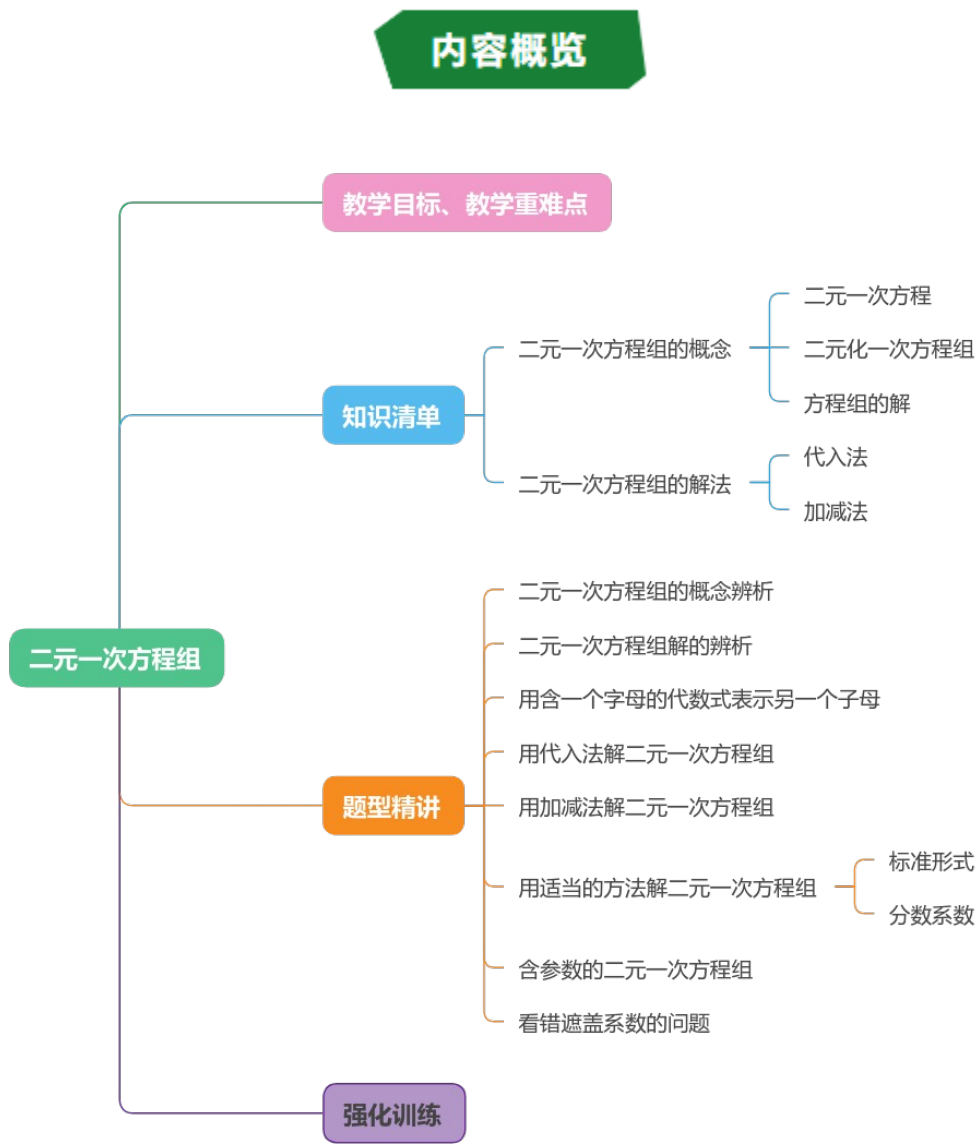


专题 9.1-9.2 二元一次方程组的概念和解法



教学目标、教学重难点

教学目标	1.理解二元一次方程、二元一次方程组、方程组的解及相关概念，会辨析一对数值是不是二元一次方程（组）的解； 2.掌握二元一次方程组的解法，会用代入法、加减法解标准（含分数、小数系数）二元一次方程组；
教学重难点	1.重点 二元一次方程组的解法；

2.难点

消元思想的理解与灵活应用.

知识清单

知识点 01 二元一次方程组的概念

问题 今有鸡兔同笼，上有三十五头，下有九十四足. 问鸡、兔各几何？

分析 根据“上有三十五头”可得：鸡的数量+兔的数量=35；再根据“下有九十四足”可得：鸡脚的总数+兔脚的总数=94（只）.

方法一（算术法） 假设笼子里全都是鸡，则脚应有 $2 \times 35 = 70$ （只），比已知的 94 只减少了 24 只. 当一只兔被假设成一只鸡后，脚的数量会减少 只，所以共有 兔被假设成了鸡，即兔有 只，鸡有 只.

方法二（列一元一次方程） 设笼中有鸡 x 只. 根据“头”的条件，可知兔有 只.

再根据“脚”的条件，可列出方程 + = 94.

方法三（列二元一次方程） 设笼中有鸡 x 只、兔 y 只. 根据“上有三十五头”可得方程 $x + y = 35$ ①；

根据“下有九十四足”可得方程 ②

1. 二元一次方程的概念

像“ $x + y = 35$ 、 $2x + 4y = 94$ ”含有 **两个未知数** 的 **一次方程** 叫作 .

2. 二元一次方程组的概念

由几个方程组成的一组方程叫作 **方程组**. 如果方程组中含有 **两个未知数**，且含未知数的项都是 **一次项**，这样的方程组就叫作 .

3. 二元一次方程组的解

一般地，在二元一次方程组中，使每个方程的左右两边的值都相等的两个未知数的值，叫作此 .

【即学即练】

1. 下列方程组是二元一次方程组的是（ ）

$$A. \begin{cases} 3x+4y=3 \\ 2x-z=4 \end{cases} \quad B. \begin{cases} x+y=5 \\ y^2=4 \end{cases} \quad C. \begin{cases} x+y=3 \\ xy=2 \end{cases} \quad D. \begin{cases} x=5 \\ y=0 \end{cases}$$

【分析】此题主要考查了二元一次方程组的定义，二元一次方程组满足两个条件：(1) 方程组中共含有两个未知数。(2) 含未知数的项都是一次项。

【解析】解：A，该方程组中含有_____个未知数，属于三元一次方程组，故此选项**不符合题意**；
B， y^2 是_____次项，所以方程组属于二元二次方程组，故此选项**不符合题意**；
C，该方程组中的 xy 是_____次项，所以此方程组属于二元二次方程组，故此选项**不符合题意**；
D，该方程组符合二元一次方程组的定义，故此选项符合题意。
故选：D。

2. 下列方程组中，以 $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$ 为解的二元一次方程组是()

$$A. \begin{cases} x+y=1 \\ x-y=-3 \end{cases} \quad B. \begin{cases} x+y=1 \\ x-y=-1 \end{cases} \quad C. \begin{cases} 2x+y=4 \\ x-y=-3 \end{cases} \quad D. \begin{cases} x+y=1 \\ 2x-y=0 \end{cases}$$

【分析】将未知数的值代入方程组的每一个方程，使**每个方程的左右两边都相等的未知数的值**就是方程组的解。

【解析】解：将 $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$ 代入 $x+y=1$ 中得： $-1+2=1$ ，方程左右两边相等，
将 $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$ 代入 $x-y=-3$ 中得： $-1-2=-3$ ，方程左右两边相等，

$\therefore \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$ 是方程组 $\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=-3 \end{cases}$ 的解，

故选：A。

知识点 02 二元一次方程组的解法

1. 消元法

在解二元一次方程组的过程中，用适当的方法消去一个未知数，将二元一次方程组转化为一元一次方程，这种方法叫作_____。

2. 代入消元

将二元一次方程组中的一个方程进行适当变形，把一个未知数用 **另一个未知数** 表示，就可以用“ ”的方法实现消元，进而求得这个二元一次方程组的解。

3. 加减消元

将二元一次方程组中的方程进行适当变形，使两个方程中有一个未知数的系数 或互为 ，就可以用“ ”的方法实现消元，进而求得这个二元一次方程组的解。

【即学即练】

例 1 解方程组：
$$\begin{cases} x - 2y = 0 & \text{①} \\ 5x + 2y = 24 & \text{②} \end{cases}$$

【分析】由①可知， $x=2y$ ，将方程②中的 x 用 代替，得到关于 y 的一元一次方程。

$$\begin{array}{ccc} 5x + 2y = 24 & \xrightarrow{\text{用 } x=2y \text{ 代入}} & 5 \times 2y + 2y = 24 \\ & & \downarrow \\ \text{解得 } x=4 & \xleftarrow{\text{用 } y=2 \text{ 代入到 } x=2y} & \text{解得 } y=2 \end{array}$$

解：由①得， $x=2y$ ，把 $x=2y$ 代入②，得

$$5 \times 2y + 2y = 24.$$

解得 $y=2.$

把 $y=2$ 代入①，得

$$\begin{cases} x=4, \\ y=2. \end{cases}$$

所以方程组的解为：

【点睛】用代入法解二元一次方程组的“核心”是选择一个“简单”的方程进行适当变形，把一个未知数用 来表示，就可以用“ ”的方法实现 。

例 2 用加减法解方程组
$$\begin{cases} 3x + 2y = 8 \text{①} \\ 4x - 5y = 3 \text{②} \end{cases}$$

【分析】将①式乘以 4 ，②式乘以 3 ，两个方程中 x 的系数_____，就可以用_____法进行消元。

【解析】解：
$$\begin{cases} 3x+2y=8 \text{ ①} \\ 4x-5y=3 \text{ ②} \end{cases}$$

① $\times 4$ ，② $\times 3$ 得
$$\begin{cases} 12x+8y=32 \\ 12x-15y=9 \end{cases}$$

① $\times 4$ -② $\times 3$ ，得： $23y=23$ ，

解得： $y=1$ ；

把 $y=1$ ，代入①，得： $3x+2=8$ ，

解得： $x=2$ ；

$\therefore$ 方程组的解为：
$$\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$$

【点睛】用加减法解二元一次方程组的“核心”是考虑对两个方程都进行适当变形，使两个方程中同一个未知数的系数_____或互为_____，即可用_____法消元。

题型精讲

题型 01 二元一次方程组的概念辨析

【典例 1】下列方程组中，是二元一次方程组的是（ ）

A.
$$\begin{cases} x-y=0 \\ 3x-2y=7 \end{cases}$$
 B.
$$\begin{cases} 2x-y=3 \\ 3xy=8 \end{cases}$$
 C.
$$\begin{cases} x+y=3 \\ x-z=5 \end{cases}$$
 D.
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x+\frac{3}{y}=4 \\ \frac{1}{3}x+\frac{1}{2}y=1 \end{cases}$$

【变式 1】下列各式中，是二元一次方程的是（ ）

A. $x-y>1$ B. $x+3y$ C. $2x-y+1=0$ D. $x^2-2xy-1=0$

【变式 2】下列方程组中，是二元一次方程组的是（ ）

A.
$$\begin{cases} xy=5 \\ x+4y=2 \end{cases}$$
 B.
$$\begin{cases} x-2y=3 \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=5 \end{cases}$$
 C.
$$\begin{cases} x=-3 \\ \frac{x}{3}-\frac{y}{4}=7 \end{cases}$$
 D.
$$\begin{cases} x-z=-2 \\ 3y+z=0 \end{cases}$$

【变式3】 下列方程组是二元一次方程组的是 ()

A. $\begin{cases} x+y=3 \\ xy=-10 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 2x+y=2 \\ 3y=-2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x+y=5 \\ x-\frac{1}{y}=6 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x+y=1 \\ 2x-z=2 \end{cases}$

【变式4】 在方程组 $\begin{cases} 2x-y=1 \\ y=3x+1 \end{cases}$ 、 $\begin{cases} x=2 \\ 3y-x=1 \end{cases}$ 、 $\begin{cases} x+y=0 \\ 3x-y=5 \end{cases}$ 、 $\begin{cases} xy=1 \\ x+2y=3 \end{cases}$ 、 $\begin{cases} x+y=1 \\ x+y=1 \end{cases}$ 、 $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$ 中，是二元一次方程组的有 ()

A. 2个 B. 3个 C. 4个 D. 5个

题型 02 二元一次方程 (组) 的解

【典例1】 下列方程组中，解为 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 的是 ()

A. $\begin{cases} x-y=-2 \\ x+y=1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x-y=1 \\ 2x+y=3 \end{cases}$ C. $\begin{cases} 2x-y=4 \\ x+2y=3 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x+y=3 \\ 3x-2y=4 \end{cases}$

故选：D

【变式1】 已知 $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$ 是二元一次方程 $3mx-y=-1$ 的一个解，则 $m=$ _____.

【变式2】 请写出二元一次方程 $x+2y=7$ 的一个正整数解：_____.

【变式3】 如果 $\begin{cases} x=m \\ y=n \end{cases}$ 是方程 $2x-3y=2020$ 的一组解，那么代数式 $2026-2m+3n=$ _____.

【变式4】 已知下列四对数值：① $\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$ ② $\begin{cases} x=4 \\ y=\frac{2}{3} \end{cases}$ ③ $\begin{cases} x=4 \\ y=3 \end{cases}$ ④ $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$

(1) 哪几对是方程 $x+3y=6$ 的解？

(2) 哪几对是方程 $2x-y=5$ 的解？

(3) 哪几对是方程组 $\begin{cases} x+3y=6 \\ 2x-y=5 \end{cases}$ 的解？

所以④是方程组 $\begin{cases} x+3y=6 \\ 2x-y=5 \end{cases}$ 的解。

题型 03 用含有一个字母的代数式表示另一个字母

【典例 1】已知方程 $2x-3y=5$ ，用含有 x 的式子表示 y ，则 $y=$ _____。

【变式 1】已知方程 $3y-2x=-5$ ，用含 x 的代数式表示 y ，则 $y=$ _____。

【变式 2】用代入法解方程组 $\begin{cases} 3x+4y=2 \text{ ①} \\ 2x-y=5 \text{ ②} \end{cases}$ ，下列最合适的变形是（ ）

- A. 由①，得 $x=\frac{2}{3}-\frac{4}{3}y$ B. 由①，得 $y=\frac{1}{2}-\frac{3}{4}x$
C. 由②，得 $x=\frac{5}{2}+\frac{y}{2}$ D. 由②，得 $y=2x-5$

【变式 3】用代入消元法解方程组 $\begin{cases} 2x-y=5 \\ 3x+4y=2 \end{cases}$ 时，消去 y ，可将第一个方程变形为（ ）

- A. $y=2x+5$ B. $y=2x-5$ C. $x=\frac{y+5}{2}$ D. $x=\frac{5-y}{2}$

【变式 4】已知 $\begin{cases} 3x+2t=4 \\ 2y-t=3 \end{cases}$ 用含 x 的式子表示 y ，则 $y=$ _____。

题型 04 用代入法解二元一次方程组

【典例 1】解方程组： $\begin{cases} 2x-y=3 \\ 3x+2y=8 \end{cases}$ 。

【变式 1】解二元一次方程组 $\begin{cases} x-3y=2 \text{ ①} \\ 3x-y=0 \text{ ②} \end{cases}$ 过程中，下列变形正确的是（ ）。

- A. 由①得 $x=3y-2$ 代入②消去 x B. 由①得 $x=2-3y$ 代入②消去 x
C. 由②得 $y=3x$ 代入①消去 y D. 由②得 $y=-3x$ 代入①消去 y

【变式 2】解方程组： $\begin{cases} 2x-y=8 \text{ ①} \\ 4x+3y=6 \text{ ②} \end{cases}$

【变式 3】下面是小林同学解二元一次方程组 $\begin{cases} x-y=3 \\ 2x+3y=16 \end{cases}$ 的过程，请认真阅读并完成相应任务。

解： $\begin{cases} x-y=3, & \text{①} \\ 2x+3y=16. & \text{②} \end{cases}$ 由①得， $x=3+y$. ③ 第一步

把③代入②，得 $2(3+y)+3y=16$. 第二步

整理，得 $6+y+3y=16$. 第三步

解得 $y=\frac{11}{2}$. 第四步

把 $y=\frac{11}{2}$ 代入③，得 $x=\frac{17}{2}$. 所以该方程组的解为 $\begin{cases} x=\frac{17}{2} \\ y=\frac{11}{2} \end{cases}$ 第五步

任务一：

①以上求解过程中，小林用了——消元法。（填“代入”或“加减”）

②第——步开始出现错误，这一步错误的原因是——.

任务二：

请你用合适的方法求出该方程组的解 .

【变式4】 阅读下列材料：

解方程组： $\begin{cases} x-y-1=0 & \text{①} \\ 4(x-y)-y=5 & \text{②} \end{cases}$

解：由①，得 $x-y=1$. ③

把③代入②，得 $4 \times 1 - y = 5$ ，解得 $y = -1$.

把 $y = -1$ 代入③，得 $x - (-1) = 1$ ，解得 $x = 0$ ，所以这个方程组的解为 $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \end{cases}$

这种方法称为“整体代入法” .

请用这种方法解方程组： $\begin{cases} 2x-y-2=0 & \text{①} \\ \frac{6x-3y+4}{5} + 2y = 12 & \text{②} \end{cases}$

题型 05 用加减法解二元一次方程组

【典例 1】解方程组
$$\begin{cases} 4x - 3y = 14 \textcircled{1} \\ 5x + 3y = 31 \textcircled{2} \end{cases}$$

【变式 1】甲、乙两人同时解关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} mx - 7y = 8 \\ ax + by = 2 \end{cases}$ ，甲解对了，得 $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$ ，乙看错了 m ，得

$\begin{cases} x = -2 \\ y = -2 \end{cases}$ 试求出原方程组中的 m, a, b 的值。

【变式 2】解方程组： $\begin{cases} 7x + 3y = 4 \\ 5x - 4y = 9 \end{cases}$ （用加减消元法）

【变式 3】解方程组： $\begin{cases} 3x - 2y = 1 \textcircled{1} \\ 2x + 3y = -7 \textcircled{2} \end{cases}$ 。

【变式 4】若方程组 $\begin{cases} 3x - y = 4k - 5 \\ 2x + 6y = k \end{cases}$ 的解满足 $x + y = 2024$ ，则 k 等于（ ）

A . 2024

B . 2025

C . 2026

D . 2027

题型 06 用合适的方法解二元一次方程组

【典例 1】解方程组： $\begin{cases} 11x + 17y = 39 \textcircled{1} \\ 17x + 11y = 45 \textcircled{2} \end{cases}$

【变式 1】阅读下列解方程组的方法，然后回答问题。

解方程组： $\begin{cases} 19x + 17y = 18 \textcircled{1} \\ 16x + 14y = 15 \textcircled{2} \end{cases}$

解：① - ②，得 $3x + 3y = 3$ ，即 $x + y = 1$ 。③

③ × 14，得 $14x + 14y = 14$ 。④

② - ④，得 $2x = 1$ ，解得 $x = \frac{1}{2}$ 。把 $x = \frac{1}{2}$ 代入③，解得 $y = \frac{1}{2}$ ，

∴原方程组的解是 $\begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$

(1)请你仿照上面的解法，解方程组： $\begin{cases} 2025x + 2023y = 2024 \\ 2026x + 2024y = 2025 \end{cases}$

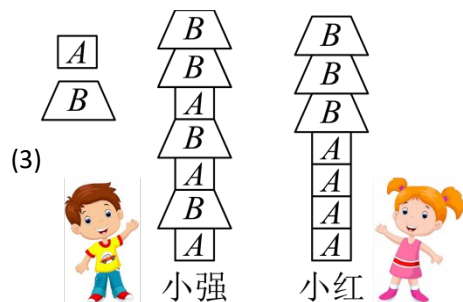
(2) 解关于 x, y 的二元一次方程组：
$$\begin{cases} (a+1)x + (a-1)y = a \\ (b+1)x + (b-1)y = b \end{cases} \quad (a \neq b)$$

【变式2】 定义：在解方程组 $\begin{cases} 5x+6y=1 \text{ ①} \\ 6x+5y=10 \text{ ②} \end{cases}$ 时，我们可以先①+②，得 $x+y=1$ ，再②-①得 $x-y=9$ ，

最后重新组成方程组 $\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=9 \end{cases}$ ，这种解二元一次方程组的解法我们称为二元一次方程组的轮换对称解法。

(1) 用轮换对称解法解方程 $\begin{cases} 7x+8y=14 \\ 8x+7y=1 \end{cases}$ ，解得_____；

(2) 如图，小强和小红一起搭积木，小强所搭的“小塔”高度为 32cm ，小红所搭的“小树”高度为 31cm ，设每块 A 型积木的高为 $x\text{cm}$ ，每块 B 型积木的高为 $y\text{cm}$ ，求 x 与 y 的值（写出用轮换对称解法解方程的过程）。



【变式3】 小红遇到了这样一个问题：解方程组
$$\begin{cases} \frac{x+y}{2} + \frac{x-y}{3} = 7 \\ \frac{x+y}{2} - \frac{x-y}{3} = 3 \end{cases}$$

【尝试】

(1) 若用已学的消元法求解，运算量大，且容易出错。如果把方程组的 $(x+y)$ 看成一个整体，把 $(x-y)$ 看作一个整体，先通过换元法，可以解决问题，具体过程如下，请将下面的解题过程补充完整。

解：设 $x+y=m$ ， $x-y=n$ ，则原方程组可化为_____，

解关于 m, n 的方程组，得 $\begin{cases} m=10 \\ n=6 \end{cases}$ ，

所以 $\begin{cases} x+y=10 \\ x-y=6 \end{cases}$ ，解这个方程组得 $\begin{cases} x= \text{_____} \\ y= \text{_____} \end{cases}$ ；

【迁移】

(2) 利用上述方法解方程组
$$\begin{cases} 3(3x+2y)-2(4x-y)=17 \\ 2(3x+2y)+(4x-y)=16 \end{cases}$$

【变式4】解方程组
$$\begin{cases} \frac{x+y}{2} - \frac{x-y}{2} = 2.5 \\ 2(x+y) + x - y = 6.5 \end{cases}$$

题型 07 含参数的二元一次方程组

【典例1】若关于 x, y 的二元一次方程组
$$\begin{cases} x+y=2t \\ x-y=4t \end{cases}$$
 的解也是二元一次方程 $2x+3y=9$ 的解，求 t 的值和这个方程组的解。

【变式1】已知关于 x, y 的二元一次方程组的解
$$\begin{cases} 6x+5y=3k \\ 2x+3y=2k-1 \end{cases}$$
 满足 $x+y=3$ ，则 k 的值为 ()

- A . 4 B . 5 C . 6 D . 7

【变式2】已知关于 x, y 的方程组
$$\begin{cases} 3x+2y=m \\ 2x+3y=2m-1 \end{cases}$$
，如果 $x-y=2$ ，那么 m 的值是 ()

- A . $m=1$ B . $m=-1$ C . $m=3$ D . $m=-3$

【变式3】已知关于 x, y 的方程组
$$\begin{cases} 2x+y=k \\ x+2y=-3 \end{cases}$$
 的解满足 x 与 y 互为相反数，则 k 的值为 ()

- A . -1 B . 0 C . 3 D . 6

【变式4】已知关于 x, y 的方程组
$$\begin{cases} 4x+9y=15 \\ x+3y=2-2k \end{cases}$$
 的解满足 $3x+15y=16+2k$ ，求 k 。

题型 08 遮盖、错解问题

【典例1】甲、乙两人同时解关于 x, y 的方程组
$$\begin{cases} mx-7y=8 \\ ax+by=2 \end{cases}$$
，甲解对了，得
$$\begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$$
，乙看错了 m ，得

$$\begin{cases} x=-2 \\ y=-2 \end{cases}$$
 试求出原方程组中的 m, a, b 的值。

【变式1】在解关于 x, y 的方程组时甲
$$\begin{cases} ax+8y=7 \textcircled{1} \\ 3x-by=4 \textcircled{2} \end{cases}$$
 看错①中的 a ，解得 $x=4, y=2$ ，乙看错②中的 b ，

解得 $x = -3$, $y = -1$, 则 a 和 b 的正确值应是 ()

A . $a = -4.25$, $b = 3$

B . $a = 4$, $b = 13$

C . $a = 4$, $b = 4$

D . $a = -5$, $b = 4$

故选：D .

【变式2】 甲、乙两位同学在解方程组 $\begin{cases} ax+3y=9 \\ bx-4y=4 \end{cases}$ 时，甲把字母 a 看错了得到方程组的解为 $\begin{cases} x=4 \\ y=1 \end{cases}$, 乙把

字母 b 看错了得到方程组的解为 $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$, 则 $a+b = \underline{\hspace{2cm}}$.

故答案为：3 .

【变式3】 丽丽在解方程组 $\begin{cases} x+3y=\square① \\ x+y=\square② \end{cases}$ 时，不小心碰翻了墨汁瓶，墨水盖住了两个方程的常数项 . 丽丽

求助老师，老师给了她两条信息：“第一：方程 ① 的常数项比方程 ② 的常数项大 1；第二：方程组的解 x , y 是相等的 .”请你帮她复原该方程组为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【变式4】 已知关于 x , y 的二元一次方程组 $\begin{cases} ax-4y=2① \\ 2x+by=5② \end{cases}$, 甲看错了方程 ① 中的 a , 得到方程组的解为

$$\begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}; \text{乙看错了方程 ② 中的 } b, \text{ 得到方程组的解为 } \begin{cases} x=6 \\ y=4 \end{cases} .$$

(1)求 a , b 的值；

(2)求原方程组的解；

(3)直接写出关于 s , t 的二元一次方程组 $\begin{cases} a(s+t)-4(s-t)=2 \\ 2(s+t)+b(s-t)=5 \end{cases}$ 的解 .

强化训练

一、单选题

1. 下列方程是二元一次方程的是 ()

- A. $x^2 + y = 2$ B. $x + 1 = 4$ C. $x - 2y = 1$ D. $x - \frac{1}{y} = 3$

2. 下列方程组中，是二元一次方程组的是 ()

- A. $\begin{cases} x + y = 6 \\ y + z = 2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ y = 0 \end{cases}$
- C. $\begin{cases} x^2 - y^2 = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x + \frac{1}{y} = 10 \\ x - 2y = 5 \end{cases}$

3. 如果 $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ 是二元一次方程 $3mx - 2y - 1 = 0$ 的解，则 m 的值是 ()

- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{5}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 2

4. 在等式 $y = 3x^2 + bx + c$ 中，当 $x = -1$ 时， $y = 0$ ；当 $x = 2$ 时， $y = 3$ ，则 b 与 c 的值分别为 ()

- A. $b = -2$ $c = -5$ B. $b = 2$ $c = -5$ C. $b = -2$ $c = 5$ D. $b = 2$ $c = 5$

5. 已知关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 3x + 2y = 3m - 2 \\ 2x + 3y = m \end{cases}$ 的解适合方程 $x + y = \frac{2}{5}$ ，则 m 的值为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题

6. 已知， $3x + 2y = 4$ ，则当 $x = \frac{2}{3}$ 时， $y =$ _____.

7. 方程组： $\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x + y = 12 \end{cases}$ 的解为_____.

8. 二元一次方程 $x + 2y = 4$ 的正整数解有_____.

9. 已知 x, y 满足 $\begin{cases} 2x-3y=1 \textcircled{1} \\ 3x-2y=5 \textcircled{2} \end{cases}$ 我们可以不解这个方程组，用 $\textcircled{1} \times a + \textcircled{2} \times b$ 求出 $x+11y$ 的值，则 $a:b$ 的值是

10. 已知关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 3x+y=3m-5 \\ x-y=m-1 \end{cases}$ ，若 $x+y=4$ ，则 m 的值是_____.

11. 已知方程组 $\begin{cases} 2x+5y=-6 \\ ax-by=-4 \end{cases}$ 与方程组 $\begin{cases} 3x-5y=16 \\ bx+ay=-8 \end{cases}$ 的解相同. 则 $(2^{a+b})^{2004}$ 的值为_____.

三、解答题

12. 按要求解方程组，(1) 题用代入法，(2) 题用加减法：

$$(1) \begin{cases} x+y=7 \textcircled{1} \\ 3x+2y=17 \textcircled{2} \end{cases};$$

$$(2) \begin{cases} 4x+3y=11 \textcircled{1} \\ 2x-3y=1 \textcircled{2} \end{cases}$$

13. 分别利用代入消元法和加减消元法解方程组： $\begin{cases} 3x-4(x+2y)=5 \\ x+2y=1 \end{cases}$.

14. 解方程组

$$(1) \begin{cases} x+y=35 \\ 2x+4y=94 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y+1}{3} = 1 \\ 3x+2y=10 \end{cases}$$

15. 若关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 2x+y=k \\ x-2y=-12k \end{cases}$ 的解满足 $4x+y=15$ ，求 k 的值.

16. 若 $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$ 和 $\begin{cases} x=3 \\ y=-5 \end{cases}$ 都是关于 x, y 的二元一次方程 $ax+by+2=0$ 的解，试求 a 与 b 的值，并通过计算

验证 $\begin{cases} x=2 \\ y=-3 \end{cases}$ 不是这个方程的解.

17. 新趋势·新定义 对于未知数为 x, y 的二元一次方程组，如果方程组的解 x, y 满足 $|x-y|=1$. 我们就说

方程组的解 x 与 y 具有“邻好关系”.

(1)请写出一个 x 与 y 具有“邻好关系”的二元一次方程组；

(2)方程组 $\begin{cases} x+2y=7 \\ x-y=1 \end{cases}$ 的解是否具有“邻好关系”？说明你的理由：

(3)若方程组 $\begin{cases} 2x-y=6 \\ 4x+y=6m \end{cases}$ 的解 x 与 y 具有“邻好关系”，求 m 的值。

18. 甲、乙两人同解方程组 $\begin{cases} ax-4y=-6 \textcircled{1} \\ 5x=by+10 \textcircled{2} \end{cases}$ 时，甲看错了方程 $\textcircled{1}$ 中的 a ，解得 $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$ ，乙看错了方程 $\textcircled{2}$ 中

的 b ，解得 $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$ 。

(1)求正确的 a ， b 的值；

(2)求原方程组的正确解。

19. 阅读下列材料，解答问题：

材料：解方程组 $\begin{cases} 5(x+y)-3(x-y)=2 \\ 2(x+y)+4(x-y)=6 \end{cases}$ ，若设 $x+y=m$ ， $x-y=n$ ，则原方程组可变形为 $\begin{cases} 5m-3n=2 \\ 2m+4n=6 \end{cases}$ ，解

得 $\begin{cases} m=1 \\ n=1 \end{cases}$ ，所以 $\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=1 \end{cases}$ ，再解这个方程组得 $\begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases}$ ，由此可以看出，上述解方程组过程中，把某个式子

看成一个整体，用一个字母去代替它，我们把解这个方程组的方法叫换元法。

问题：请你用上述方法解方程组 $\begin{cases} \frac{x+y}{2} = \frac{x-y}{3} \\ 2(x+y)-3(x-y)=25 \end{cases}$

20. 【阅读材料】解二元一次方程组： $\begin{cases} 10x+23y=119 \textcircled{1} \\ 23x+10y=145 \textcircled{2} \end{cases}$

思路分析：解这个方程组直接用加减法或代入法运算都比较复杂，但观察方程组的未知数的系数，

可以看出，若先把两个方程相加可得到： $33x+33y=264$ ，化简得 $x+y=8$ ，所以 $x=8-y$ $\textcircled{3}$

把 $\textcircled{3}$ 代入方程 $\textcircled{1}$ ，得 $10(8-y)+23y=119$ ，解得 $y=3$ ，把 $y=3$ 代入 $\textcircled{3}$ ，得 $x=5$ ，

$\therefore$ 原方程组的解是 $\begin{cases} x=5 \\ y=3 \end{cases}$ 。这样运算显得比较简单。

解答过程：由① + ②，得 $33x + 33y = 264$ ，即 $x + y = 8$ ，

$$\therefore x = 8 - y \quad ③,$$

把③代入①，得 $10(8 - y) + 23y = 119$ ，

解得 $y = 3$ ，

把 $y = 3$ 代入③，得 $x = 5$ 。

$$\therefore \text{原方程组的解是} \begin{cases} x = 5 \\ y = 3 \end{cases}.$$

【学以致用】

(1) 填空：由二元一次方程组 $\begin{cases} x + 3y = 5 \\ 3x + y = 3 \end{cases}$ ，可得 $x + y = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2) 解方程组：
$$\begin{cases} 2021x - 2022y = 2023 & ① \\ 2020x - 2021y = 2022 & ② \end{cases}$$

【拓展提升】

(3) 当 $m \neq -\frac{1}{2}$ 时，解关于 x, y 的方程组
$$\begin{cases} (m-1)x + (m+2)y = -5m-1 & ① \\ (m+3)x - (2-m)y = -5m-5 & ② \end{cases}.$$