

专题 05 《一元一次不等式》高分突破题型

题型归纳

知识点 01：不等式（组）的整数解

知识点 02：已知解集求参数范围

知识点 03：不等式组与方程组的结合题

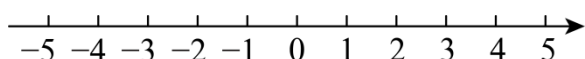
知识点 04：一元一次不等式的应用

题型专练

知识点 01：不等式（组）的整数解

1. (24-25 七年级下·上海崇明·期末) 解不等式： $1 - \frac{x+6}{2} < \frac{2x+1}{3}$ ，并写出它的负整数解

2. (24-25 七年级下·上海松江·期末) 利用数轴确定不等式组 $\begin{cases} x+8 \leq 2-x & \textcircled{1} \\ 3x < x+2 & \textcircled{2} \end{cases}$ 的整数解.



3. (24-25 七年级下·上海·期末) 解不等式组 $\begin{cases} 2x-1 < 3 \\ -\frac{1}{2}x-1 \leq 0 \end{cases}$ ，并写出它的非负整数解.

知识点 02 已知解集求参数范围

1. (24-25 七年级下·上海·期末) 关于 x 的不等式 $3x+b > ax-2$ 的解集为一切实数，则所有符合题意的实数

a, b 满足 ()

A. $a+b=1$

B. $a+b>1$

C. $a+b\leq 1$

D. $a+b<1$

2. (24-25 七年级下·上海·期末) 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 6x-7 > a-2 \\ \frac{x}{2}-\frac{x-1}{3} < 1 \end{cases}$ 有且仅有 2 个整数解，同时关于 y 的一元一次方程 $\frac{ay-2}{2} = -y+5$ 解为非负整数，则所有满足条件的整数 a 的和为 ()

A. 4

B. 6

C. 7

D. 9

3. (24-25 七年级下·苏州·期末) 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x < 21 \\ \frac{2x+2}{3} < x+a \end{cases}$ 只有 4 个整数解，则 a 的取值范围是 ()

A. $-5 \leq a \leq -\frac{14}{3}$

B. $-5 \leq a < -\frac{14}{3}$

C. $-5 < a \leq -\frac{14}{3}$

D. $-5 < a < -\frac{14}{3}$

4. (24-25 七年级下·上海·期末) 已知关于 x 的不等式 $3(x-a) \leq 2(x+1)$ 的正整数解有 3 个，求 a 的取值范围是_____.

5. (24-25 七年级下·西安·期末) 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x+3 < 2x-1 \\ 2x+1 < x+a \end{cases}$ 只有 3 个整数解，则 a 的取值范围是_____.

6. (24-25 七年级下·上海·期末) 已知关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} x+2y=5k-2 \\ x-y=-k+4 \end{cases}$ 的解是一对异号的数，则 k 的取

值范围是_____.

7. (24-25 七年级下·上海·期末) 如果关于 x 的方程 $\frac{x-1}{x-2} + \frac{2-x}{x+1} = \frac{2x+a}{x^2-x-2}$ 的解为负数, 那么 a 的取值范围是_____.

8. (24-25 七年级下·上海·期末) 关于 x 的不等式 $-k-x+6>0$ 的解集中恰有四个非负整数, 则 k 的范围为_____.

9. (24-25 七年级下·上海·期末) 已知关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2x-3a < 3(x+1)+a \\ 4x < 2(a-x) \end{cases}$ 无解, 则实数 a 的取值范围为_____.

10. (24-25 七年级下·上海·期末) 解不等式组: $\begin{cases} \frac{x}{3}+1 > \frac{x+1}{2} \\ x > 3m \end{cases}$.

(1) 当 $m=-1$ 时, 求出此时不等式组的解集并表示在数轴上;

(2) 要使此不等式组无解, 则 m 的取值范围是_____.

题型 03 不等式组与方程组的结合题

1. (24-25 七年级下·上海·期末) 关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 2x-y=2k-3 \\ x-2y=k \end{cases}$ 的解满足 $x+y$ 的值不小于 7, 则 k 的取值范围为 ()

- A. $k = 10$ B. $k > 10$ C. $k \leq 10$ D. $k < 10$

2. (24-25 七年级下·重庆巴南·期末) 我们把 $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{vmatrix}$ 称为二阶行列式，规定它的运算法则

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{vmatrix} = a_1 a_4 - a_2 a_3. \text{ 例如：}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 1 \times 4 - 2 \times 3 = -2, \text{ 则下列结论：}$$

① 若 $\begin{vmatrix} 1 & x \\ x & 4 \end{vmatrix} = -5$ ，则 $x = \pm 3$ ；② 若 $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 4-x & x \end{vmatrix} > 2$ ，则 x 的取值范围是 $x > 3$ ；

③ 若整数 m, n 满足 $-2 < \begin{vmatrix} 4 & n \\ m & 2 \end{vmatrix} < 0$ ，则共有 3 个有序数对 (m, n) ；

④ 若非负数 x, y 满足 $\begin{vmatrix} x-2 & 4 \\ y & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & -y \\ 4 & -2 \end{vmatrix} = k-1$ ，则实数 k 的取值范围是 $k \geq -\frac{7}{5}$ 。

正确的个数为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

3. (24-25 七年级下·全国·专题练习) 若关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 2x - y = 3m \\ x - 2y = 6 \end{cases}$ 的解满足不等式组

$$\begin{cases} x + y < \frac{9}{2} \\ x - y > -1 \end{cases} \text{ 则 } m \text{ 的取值范围为 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

4. (24-25 七年级下·上海·期末) 已知方程组 $\begin{cases} x + y = 1 - a \\ x - y = 3a + 5 \end{cases}$ 的解满足 x 为正数， y 为非负数，给出下列结论：

① $-1 < a \leq 1$ ；②当 $a = -\frac{5}{3}$ 时， $x = y$ ；③当 $a = -2$ 时，方程组的解也是方程 $x + y = 5 + a$ 的解．其中正确的有_____．

5. (25-26 七年级下·吉林长春·期中) 已知关于 x, y 的方程组
$$\begin{cases} 3x + y = 3a + 9 \\ x - y = 5a + 7 \end{cases}$$

(1) 方程组的解均为非负数，求 a 的取值范围；

(2) 在 (1) 的条件下，化简： $|2a + 4| - |a - 1|$ ．

6. (24-25 七年级下·上海·期末) 已知关于 x, y 的方程组
$$\begin{cases} x - 4y = 2m - 2 \\ 2x + y = m + 5 \end{cases}$$

(1) 若该方程组的解满足 $x - y = 5$ ，求 m 的值；

(2) 若方程组的解满足 $-1 \leq x + 5y < 3$ ，求 m 的取值范围；

(3) 在 (2) 的条件下，若不等式 $(2m - 15)x + 15 < 2m$ 的解集为 $x > 1$ ，求 m 的整数值．

7. (24-25 七年级下·上海·期末) 阅读材料，回答问题：

我们把关于 x 的一个一元一次方程和一个一元一次不等式组成一种组合，当一元一次方程的解正好在一元

一次不等式的解集里时，我们把这个方程的解叫“集内点”，当一元一次方程的解不在一元一次不等式的解

集里时，我们把这个方程的解叫“集外点”．

(1) 请直接判断下列组合
$$\begin{cases} 2x - 4 = 0 \\ 5x - 2 < 3 \end{cases}$$
 中方程的解是—— (填“集内点”或“集外点”) ；

(2) 若关于 x 的组合
$$\begin{cases} 5x + 15 = 0 \\ \frac{3x - a}{2} > a \end{cases}$$
 中方程的解是“集内点”，求 a 的取值范围．

8. (24-25 七年级下·上海·期末) 定义：使方程 (组) 与不等式 (组) 同时成立的未知数的值称为此方程

(组) 和不等式 (组) 的“梦想解”. 例：已知方程 $2x-3=1$ 与不等式 $x+2>0$ ，方程的解为 $x=2$ 使得不等

式也成立，则称“ $x=2$ ”为方程 $2x-3=1$ 和不等式 $x+2>0$ 的“梦想解”.

(1) 已知① $x+\frac{1}{2}>\frac{3}{2}$ ；② $\frac{x-1}{2}<3$ ；③ $2(x+3)<4$ ，则方程 $3x+2=5$ 的解是它与①②③中的不等式_____

的“梦想解”；

(2) 若关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 3x-2y=m+2 \\ 2x-y=m-5 \end{cases}$ 的解是该方程组与不等式组 $-1<x+y<4$ 的“梦想解”，求 m

的整数解.

知识点 04 一元一次不等式的应用

1. (24-25 七年级下·上海嘉定·期末) 母亲节前夕，某店主从厂家购进 A 、 B 两种礼盒，已知 A 、 B 两种礼

盒的单价比为 $4:3$ ，单价和为 210 元.

(1) 求 A 、 B 两种礼盒的单价分别是多少元？

(2) 该店主购进这两种礼盒恰好用去 4800 元，且购进 B 种礼盒最多 36 个， A 种礼盒数量的 2 倍不超过 B 种

礼盒的数量，共有几种进货方案？请说明理由.

2. (24-25 七年级下·上海·期中) 某校七年级春游，现有 36 座和 42 座两种客车供选择租用，若只租用 36

座客车若干辆，则正好坐满；若只租用 42 座客车，则能少租一辆，且有一辆车没有坐满，但超过 30 人。

已知 36 座客车每辆租金 400 元， 42 座客车每辆租金 440 元。

(1) 若只租用 36 座客车需几辆？该校七年级共有多少人参加春游？

(2) 请你通过计算帮该校设计一种最省钱的租车方案。

3. (24-25 七年级下·上海·期末) 2024 年度“涟商大会”在国家级地质公园湄江举行，为迎接此次盛会，某

初中举办了“湄江焕彩，涟商倾情”的绘画比赛，并购买 A 、 B 两种徽章作为奖品。已知购买 2 个 A 种徽章和

3 个 B 种徽章需 156 元；购买 4 个 A 种徽章和 5 个 B 种徽章需 284 元。

(1) 每个 A 种徽章与每个 B 种徽章的价格分别为多少元？

(2) 学校计划购进 A 、 B 两种徽章共 60 个，已知购进的 A 种徽章数不少于 B 种徽章数的 2 倍，且总费用不超

过 2000 元，那么购进 A 种徽章的个数是多少？

4. (24-25 七年级下·上海·期中) 2025 年春晚舞台上，宇树科技的人形机器人以一身喜庆的大红棉袄亮相，

随着秧歌舞步灵活扭动，手中的红手绢在空中划出流畅弧线。这场表演不仅让观众惊叹于机器人动作的精

准协调，更因“机器人舞团”在舞蹈时队形变化整齐无误，成为社交媒体热议的焦点。某公司计划采购 A 、 B

两种机器人进行销售，已知每个 B 种机器人比 A 种机器人贵 5 万元，用 1200 万元可以采购 7 台 A 种机器人

和 12 台 B 种机器人。

- (1)求采购一个 A 种机器人、一个 B 种机器人各需多少万元？
- (2)一段时间后，该公司准备用不超过 6200 万元再采购第二批 A 、 B 两种机器人共 100 个，且 A 种机器人数量不超过 B 种机器人数量的 3 倍．求该公司可以采购 A 种机器人数量的范围．

5. (24-25 七年级下·上海·阶段检测) 2025 年春节凸显了我国在机器人领域的强大实力，随着人工智能与物联网等技术的快速发展，人形机器人的应用场景不断拓展，某快递企业为提高工作效率，拟购买 A 、 B 两种型号智能机器人进行快递分拣，相关信息如下：

信息一

A 型机器人台数	B 型机器人台数	总费用 (单位：万元)
1	3	260
3	2	360

信息二

A 型机器人每台每天可分拣快递 22 万件； B 型机器人每台每天可分拣快递 18 万件．

- (1)求 A 、 B 两种型号智能机器人的单价；
- (2)现该企业准备购买 A 、 B 两种型号智能机器人共 10 台，若要求总价不超过 720 万元，并且每天分拣快递不少于 200 万件，则该企业购买方案有哪几种？

6. (24-25 七年级下·上海奉贤·期中) 学校每年的 3 月 14 日举行数学节“ πDay ”，为了给本次“ πDay ”做准备，

小海和小华到文具店去购买 A 、 B 两种魔方，文具店里 A 、 B 两种魔方的单价分别为 16 元和 22 元。下面

是小海与小华的对话：

小海：购买 A, B 两种魔方共 30 件；

小华：购买的 B 种魔方的数量不少于 A 种魔方的数量；

根据小海和小华的对话，完成下面的问题：

(1) 小海和小华最多购买几个 A 种魔方？

(2) 如果学校规定购买 A 、 B 两种魔方总费用不超过 582 元，那么有几种购买方案？请通过计算说明每一种购买方案。

7. (24-25 七年级下·江苏南京·期末) 如图⁽¹⁾， A 、 B 两地间的公路长 360km，其中有一段长 10km 的施工

道路 MN ， M 距离 A 地 200 km 甲、乙两辆轿车分别从 A 、 B 两地出发，沿该公路相向而行，乙车比甲车

晚出发 20 min 在非施工道路 (其限速情况如图⁽²⁾ 所示)，甲车始终以 100 km/h 的速度行驶，乙车始终以

V km/h 的速度行驶；在施工道路，两车均以 40km/h 的速度行驶。



图(1)



图(2)

(1)若 $V = 90$.

①甲车出发 2h 时，甲车行至——处，乙车行至——处；（填“ M ”“ N ”或“ MN 的中点”）

②甲车行至 MN 的中点时，乙车行驶的时间为——h .

(2)已知两车在 P 处相遇 .

①若 P 与 N 重合，求 V 的值；

②若 P 在非施工道路上（ P 不与 M, N 重合），直接写出 V 的取值范围 .

8 . （ 24-25 七年级下·上海·上海·期末 ）根据素材 . 完成任务 .

学校组织同学参与甲、乙两款模型的制作 . 每款模型都需要用到长、短两种管子的材料 . 同学们进行市场调研后获得以下信息，根据信息设计材料的采购方案：		
素材一	5²⁰ 月 日，同学们前往市场进行调研，从出售管子的商店广告牌获得右边表格内的信息 . 如果当天直接采购，同学们计算发现：花费 320 元向该商店购得的长管子数量比花 200 元购得的短管子数量少 80 根 .	¹ . 长管子的单价是短管子的 ² 倍 . ² . 从 ⁶ 月 ¹ 日起，购买 ³ 根长管子赠送 ¹ 根短管子 . 商店库存数量有限，长管子仅剩 ²⁶⁷ 根，短管子仅剩 ²¹³⁰ 根 .

素材二	另一部分同学对模型结构进行研究后发现：如果用 6 根长管子、48 根短管子制作了 1 个甲雪花模型和 1 个乙雪花模型，制作一个甲模型所需长短管子数量之比是 $1:7$，制作乙模型需要的长短管子数量之比是 $1:9$
素材三	进入 6 月后，学校发放活动经费 1280 元，同学们向该商店采购长、短管子各若干根全部用来制作甲、乙雪花模型（材料无剩余），且采购经费恰好用完。
问题解决	
任务一	确定采购单价： 求长管子、短管子每根单价分别多少元？
任务二	分析雪花模型结构： 求制作一个甲款、一个乙款雪花模型分别需要长、短管子各多少根？
任务三	拟定采购方案： 采购长短管子分别多少根？