

专题 03 期末必刷解答题

考点归纳

考点 01 解不等式 (组)

考点 02 不等式的应用

考点 03 相交线与平行线

考点 04 三角形内角和

考点 05 全等三角形

考点 06 等腰三角形

考点专练

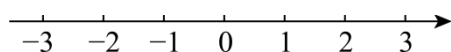
考点 01 解不等式 (组)

1. (24-25 七年级下·上海松江·期末) 解不等式组 $\begin{cases} 2-5x < 8-6x \\ \frac{x-5}{3} + 1 \leq \frac{3x}{2} \end{cases}$, 并求出所有整数解 .

2. (24-25 七年级下·上海崇明·期末) 解一元一次不等式组 : $\begin{cases} 5x-1 < 11(x-1) \\ \frac{2x-1}{3} - \frac{5x+1}{2} \leq 1 \end{cases}$

3. (24-25 七年级下·上海长宁·期末) 求不等式组 $\begin{cases} 2x-5 \leq x+1 \textcircled{1} \\ \frac{5-x}{3} > 3-x \textcircled{2} \end{cases}$ 的解集并写出最小整数解 .

4. (24-25 七年级下·上海普陀·期末) 解不等式组 : $\begin{cases} 4x-3 \leq 2x+2 \\ \frac{x+1}{3} - \frac{3x+1}{2} < 1 \end{cases}$, 并把解集在数轴上表示



5. (24-25 七年级下·上海·期末) 解不等式组 $\begin{cases} 2x-1 < 3 \\ -\frac{1}{2}x-1 \leq 0 \end{cases}$, 并写出它的非负整数解 .

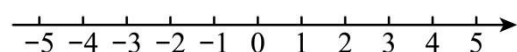
6. (24-25 七年级下·上海浦东新·期末) 解不等式组：
$$\begin{cases} x+3 > 2x \textcircled{1} \\ \frac{1-3x}{4} \leq 2+x \textcircled{2} \end{cases}$$
，并求它的非负整数解。

7. (24-25 七年级下·上海宝山·期末) 解下列不等式 (组)：

(1) $9x-1 < 4x+9$ (解集在数轴上表示出来)。

(2)
$$\begin{cases} \frac{3x}{2} + 1 > \frac{x-1}{4} \\ x-1 \leq 5+3x \end{cases}$$
。

8. (24-25 七年级下·上海浦东新·期末) 解不等式： $\frac{2-x}{3} - \frac{x-1}{7} + 2$ ，并把它解集表示在数轴上。



考点 02 不等式的应用

1. (24-25 七年级下·上海嘉定·期末) 母亲节前夕，某店主从厂家购进 A 、 B 两种礼盒，已知 A 、 B 两种礼盒的单价比为 $4:3$ ，单价和为 210 元。

(1) 求 A 、 B 两种礼盒的单价分别是多少元？

(2) 该店主购进这两种礼盒恰好用去 4800 元，且购进 B 种礼盒最多 36 个， A 种礼盒数量的 2 倍不超过 B 种礼盒的数量，共有几种进货方案？请说明理由。

2. (24-25 七年级下·上海青浦·期末) 一件商品的成本是 50 元。

(1) 如果售价是 58 元，那么盈利率是多少？

(2) 如果按原价的八五折销售，至少可获得 10% 的利润；如果按原价的九折销售，能获得不足 20% 的利润，那么商品的原价 (正整数) 是多少元？

3. (25-26 七年级下·上海金山·期末) 小普经营一家服装店，某次进了 100 件衬衫，花了 8000 元。销售时先每件加价 20 元销售，在销售了若干件以后，剩余部分以每件亏损 5 元价格售完，现已知小普在此次经营中盈利大于 1000 元。问：他加价销售的衬衫至少有多少件？

4. (24-25 七年级下·上海松江·期末) 某校组织六年级和七年级共 100 名学生参加垃圾分类志愿者助力活动。六年级学生每人要完成 2 次助力分类，七年级学生每人要完成 5 次助力分类。为了保证垃圾分类助力

总次数不少于 360 次，最少需要多少名七年级学生参加活动？

5. (24-25 七年级下·上海长宁·期末) 某次知识竞赛共有 20 道题，规定答对一道题得 5 分，答错一道题扣 2 分，不答题不得分，在这次竞赛中，小明有 3 道题没有作答，如果希望取得不低于 70 分的成绩，求小明至少要答对几道题。

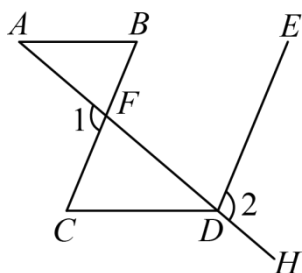
6. (24-25 七年级下·上海杨浦·期末) 如图，这是某电影院的价目表。某社团 16 人去此电影院看电影，打算以比赛奖金 1600 元购买电影票、爆米花与饮料。如果要让每人拿到一张电影票和一杯饮料，那么最多可买多少盒爆米花？

价目表		
电影票	爆米花	饮料
80元/张	25元/盒	20元/杯
*每张电影票能使用下列其中一种优惠.		
优惠一：饮料一杯16元；		
优惠二：爆米花一盒+饮料一杯30元.		

考点 03 相交线与平行线

1. (24-25 七年级下·上海浦东新·期完成下列证明：

已知： $\angle B + \angle CDE = 180^\circ$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ，求证： $AB \parallel CD$. 末)



证明： $\because \angle 1 = \angle BFD$ (①____)，

又： $\angle 1 = \angle 2$ ，

$\therefore \angle BFD = \angle 2$ ，

$\therefore BC \parallel$ ②____ (③____) .

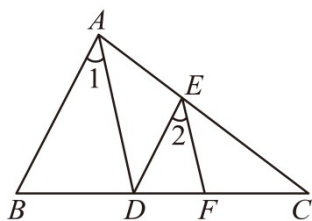
$\therefore \angle C +$ ④____ $= 180^\circ$ (⑤____) .

$\because \angle B + \angle CDE = 180^\circ$ (已知) ,

$\therefore \angle B = \angle C$.

$\therefore AB \parallel CD$ (⑥ _____) .

2 . (24-25 七年级下·上海普陀·期中) 如图, 已知: AD 平分 $\angle BAC$, EF 平分 $\angle DEC$,
 $\angle B + \angle BDE = 180^\circ$, 求证: $\angle 1 = \angle 2$.



证明: $\because \angle B + \angle BDE = 180^\circ$,

$\therefore$ _____ $\parallel$ _____ , (_____) .

$\therefore \angle BAC = \angle$ _____ , (_____) ,

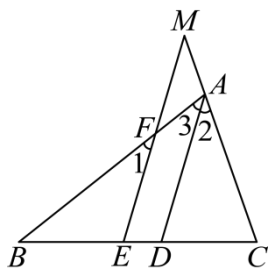
$\because AD$ 平分 $\angle BAC$, EF 平分 $\angle DEC$,

$\therefore \angle BAC = 2\angle 1$, $\angle$ _____ $= 2\angle 2$.

$\therefore 2\angle 1 = 2\angle 2$.

$\therefore \angle 1 = \angle 2$.

3 . (24-25 七年级下·上海静安·期末) 如图, 已知点 D 、 E 在线段 BC 上, 点 F 在线段 AB 上, 射线 EF 、
 CA 相交于点 M , AD 平分 $\angle BAC$, $\angle 1 = \angle 2$, 求证 $\angle 1 = \angle M$.



把以下证明过程补充完整 .

证明: $\because AD$ 平分 $\angle BAC$, $\therefore \angle 2 = \angle 3$,

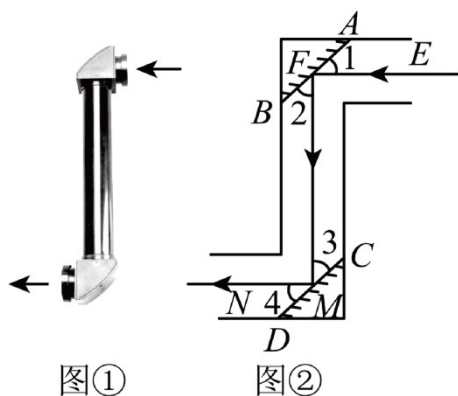
又 $\because \angle 1 = \angle 2$, $\therefore$ _____ $=$ _____ .

$\therefore$ _____ $\parallel$ _____ (_____) .

$\therefore \text{————} = \text{————} (\text{————})$.

$\therefore \angle 1 = \angle M$.

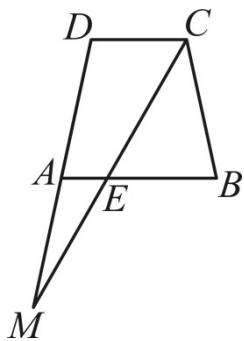
4. (24-25 七年级下·上海松江·期末) 在学习“相交线与平行线”一章时，小新同学所在的小组制作了如图①所示的潜望镜模型并且观察成功。大家结合实践活动更好地理解潜望镜的工作原理。图②中， AB 、 CD 代表镜子摆放的位置，动手制作模型时，应该保证 AB 与 CD 平行，已知光线经过镜子反射时， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 4$ ，若 $FM \perp MN$ ，求 $\angle 1$ 的度数。



图①

图②

5. (24-25 七年级下·上海虹口·期末) 如图，已知 $\angle DAB = \angle B$ ，直线 CE 交线段 DA 的延长线于点 M ，按下列步骤完成证明： $CE > CB$.



步骤一、

假设 $CE = CB$ ，则 $\angle B = \text{————} (\text{————})$

$\therefore \angle DAB = \angle B$ ，

$\therefore \angle DAB = \text{————}$

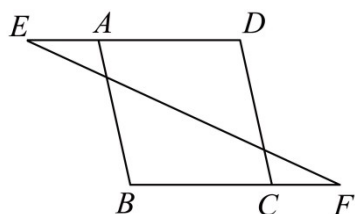
$\therefore \text{————} \parallel \text{————}$

这与————矛盾，

即 CE 不等于 CB .

步骤二、（请自己写出后面的证明过程）

6. (24-25 七年级下·上海青浦·期末) 如图, 已知 $AB \parallel CD$, $\angle B = \angle D$, $\angle E = 25^\circ$, 求 $\angle F$ 的度数.



7. (24-25 七年级下·上海崇明·期末) 综合与实践

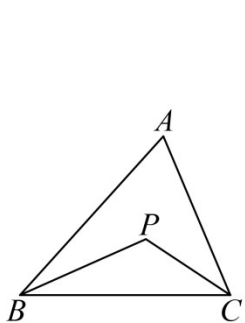


图 1

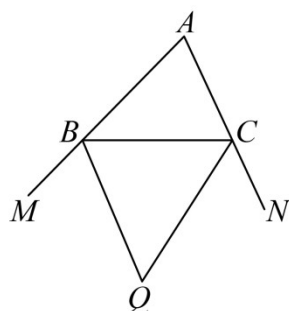


图 2

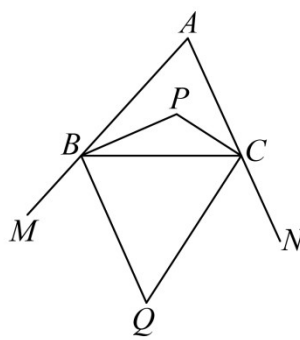


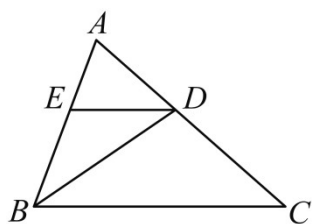
图 3

(1) 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC$ 与 $\angle ACB$ 的平分线交于点 P , 如果 $\angle A = 70^\circ$, 那么 $\angle BPC =$ _.

(2) 如图 2, 作 $\triangle ABC$ 外角 $\angle MBC$ 、 $\angle NCB$ 的平分线交于点 Q , 试求出 $\angle Q$ 、 $\angle A$ 之间的数量关系_.

(3) 如图 3, 延长 BP 、 CQ 交于点 E , 在 $\triangle BQE$ 中, 存在一个内角等于另一个内角的 4 倍, 请简单写出过程, 求 $\angle A$ 的度数.

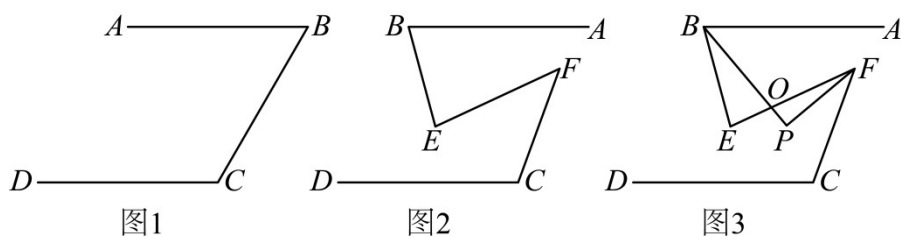
8. (24-25 七年级下·上海·期末) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, BD 是 $\angle ABC$ 的平分线, 且 $BE = ED$.



(1) 求证: $ED \parallel BC$;

(2) 当 $\angle A = 70^\circ$, $\angle ADE = 30^\circ$ 时, 求 $\angle EDB$ 的度数.

9. (24-25 七年级下·上海崇明·期末) 学习了平行线的判定与性质后, 某兴趣小组进行如下探究: 已知 $AB \parallel CD$.



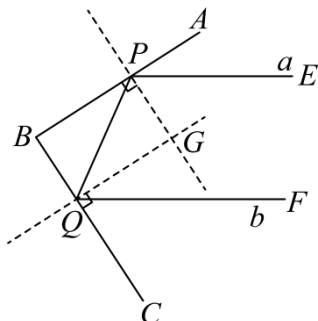
- (1) 如图 1，若 $\angle C = 2\angle B$ ，求 $\angle B$ 的度数。
- (2) 如图 2，当点 E, F 在两条平行线之间，且 B, E, F, C 四点不在同一条直线上时，求证：
 $\angle B + \angle BEF = \angle C + \angle CFE$ 。
- (3) 如图 3，若 $\angle ABE = 3\angle EBP$ ， $\angle CFE = 3\angle EFP$ ， $\angle E = 87^\circ$ ， $\angle C = 135^\circ$ ，直接写出 $\angle BPF$ 的度数。
10. (24-25 七年级下·上海嘉定·期末)

探究：为什么自行车尾灯没有电也会“亮”？	
【素材 1】如图 1，光的反射现象中，把经过入射点 O 并垂直于反射面的直线 ON 叫做法线，入射光线与法线的夹角 i 叫做入射角，反射光线与法线的夹角 r 叫做反射角，且 $i = r$，这就是光的反射定律。	(图1)
【素材 2】在生活中，光的反射现象被广泛地应用，例如自行车尾灯（如图 2），它不用安装电池，也不用插电源，白天它并不发光，但在夜间或路灯照明不足的路段，尾灯能发挥其独特的作用。当汽车车灯的灯光照射到自行车上时，它能巧妙地将光线“反射”回去，从而提醒汽车司机注意前方的自行车。	(图2)
【原理】图 3 是自行车尾部反光镜工作原理的平面示意图，a 表示射入反光镜的光线，b 表示经平面镜两次反射后离开反光镜的光线。当光线从某个角度入射时，经过两面镜子反射后，会朝着与入射方向平行但相反的方向返回，这就是所谓的“哪来的就回哪去”效果。	(图3)

--	--

【任务】如果 $a \parallel b$ ，那么平面镜 AB 与 BC 的夹角 $\angle ABC$ 的度数是多少？请把以下求解过程补充完整。

解：如图，过点 P 、 Q 分别作 AB 、 BC 的垂线，交点为 G ，



$\because$ 入射角等于反射角，

$$\therefore \angle EPG = \angle QPG = \frac{1}{2} \angle EPQ, \quad \angle PQG = \angle FQG = \frac{1}{2} \angle PQF,$$

$\because a \parallel b$ ，

$\therefore$ _____ (_____)，

$$\therefore \angle ______ + \angle ______ = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle QPG + \angle PQG + \angle PGQ = 180^\circ \text{ (_____)},$$

$$\therefore \angle PGQ = ______^\circ,$$

$\because GP \perp AB, GQ \perp BC$ ，

$$\therefore \angle GPB = \angle GQC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle GPB + \angle PGQ = 180^\circ,$$

$\therefore AB \parallel GQ$ (_____)，

$$\therefore \angle ABC = \angle GQC = 90^\circ \text{ (_____)}.$$

考点 04 三角形内角和

1. (24-25 七年级下·上海·期末) 在 $\triangle ABC$ 中，

(1) 若 $\angle A - \angle B = 20^\circ$ ， $\angle C = 2\angle B$ ，求 $\angle A$ 的度数；

(2) 若 $\triangle ABC$ 是等腰三角形， $\angle B = 30^\circ$ ，求 $\angle A$ 的度数。

2. (24-25 七年级下·上海杨浦·期末) 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 D 是边 AB 上一点, $\angle BCD = \angle A$.

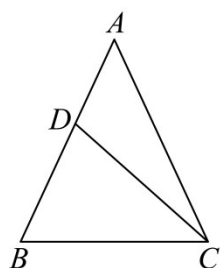


图1

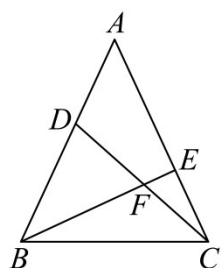
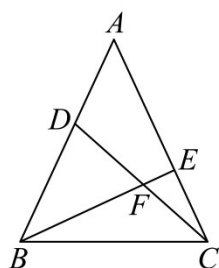


图2



备用图

(1) 如图 1, 试说明 $CD = CB$ 的理由;

(2) 如图 2, 过点 B 作 $BE \perp AC$, 垂足为点 E , BE 与 CD 相交于点 F .

① 试说明 $\angle BCD = 2\angle CBE$ 的理由;

② 如果 $\triangle BDF$ 是等腰三角形, 求 $\angle A$ 的度数.

3. (24-25 七年级下·上海嘉定·期末) 阅读理解概念: 如果三角形的两个内角 α 与 β 满足 $2\alpha + \beta = 90^\circ$, 那么我们称这样的三角形为“奇妙互余三角形”.

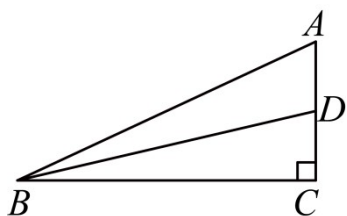
完成以下问题:

(1) 填空:

① 若 $\triangle ABC$ 是“奇妙互余三角形”, $\angle C > 90^\circ$, $\angle A = 60^\circ$, 则 $\angle B =$ _____

② 若 $\triangle ABC$ 是“奇妙互余三角形”, $\angle C > 90^\circ$, $\angle A = 40^\circ$, 则 $\angle C =$ _____

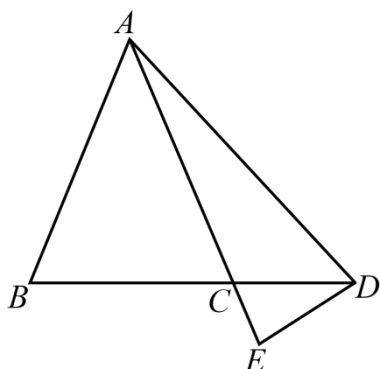
(2) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 请说明 $\triangle ABD$ 是“奇妙互余三角形”的理由.



(3) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle ABC = 42^\circ$, 点 P 是射线 CB 上的一点, 且 $\triangle ABP$ 是“奇妙互余三角形”, 请直接写出 $\angle APC$ 的度数.

4. (24-25 七年级下·上海黄浦·期末) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 D 、 E 分别在 BC 、 AC 的延长线

上， $AD = AE$ ， $\angle CDE = 30^\circ$ 。



(1) 如果设 $\angle B = x^\circ$ ，用含 x 的代数式来表示 $\angle E$ ，并说明理由；

(2) 求 $\angle BAD$ 的度数。

5. (24-25 七年级下·上海·期末) 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = \angle C$ ，点 D 在 BC 边上， $\angle BAD = 50^\circ$ (如图 1)。

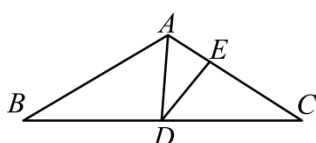
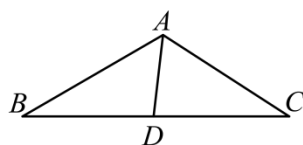
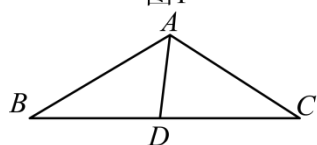


图1



备用图



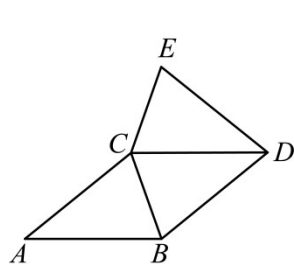
备用图

(1) 若 E 在 $\triangle ABC$ 的 AC 边上，且 $\angle ADE = \angle B$ ，求 $\angle EDC$ 的度数；

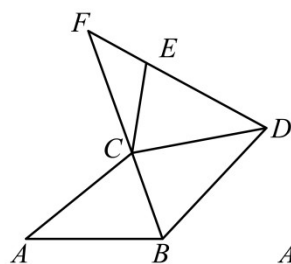
(2) 若 $\angle B = 30^\circ$ ， E 在 $\triangle ABC$ 的 AC 边上， $\triangle ADE$ 是等腰三角形，求 $\angle EDC$ 的度数；(简写主要解答过程即可)；

(3) 若 AD 将 $\triangle ABC$ 分割成的两个三角形中有一个是等腰三角形，求 $\angle B$ 的度数。(直接写出答案)。

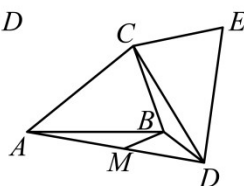
6. (24-25 七年级下·上海长宁·期末) 已知：在等腰 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $AB > BC$ 。把 $\triangle ABC$ 绕点 C 逆时针旋转得到 $\triangle DEC$ ，其中点 D ， E 分别是点 A ， B 的对应点。



(图1)



(图2)



(图3)

(1)如图1，若 $\angle A = 40^\circ$ ， CB 平分 $\angle ACD$ ，求 $\angle ACE$ 的度数；

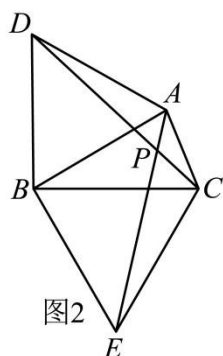
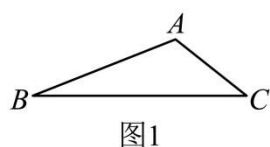
(2)在 $\triangle ABC$ 旋转过程中，若直线 BC ， DE 相交于点 F ，

① 如图2，当点 D ， E 在直线 BC 右侧时，若 $\angle CFE = 45^\circ$ ，求 $\angle ACE$ 的度数；

② 设 $\angle CFE = \alpha (\alpha \neq 0)$ ，请直接含 α 的式子表示 $\angle ACE$ ；

(3)如图3，当 $\angle BAD = \angle BCD = 12^\circ$ 时，在线段 AD 上取一点 M ，连接 BM ，使得 $\triangle BAM \cong \triangle DCB$ ，请求出 $\angle CDB$ 的度数。

7. (24-25 七年级下·上海金山·期末) 设平面上的三个点 A 、 B 、 C 。需确定点 P 的位置，使 $PA + PB + PC$ 最小。当点 A 、 B 、 C 共线时，点 P 应取三点中居中的点。当点 A 、 B 、 C 不共线时，分成两类； $\triangle ABC$ 有一个内角大于或等于 120° 和 $\triangle ABC$ 的三个内角均小于 120° 。约 1640 年，法国数学家费马 (PierredeFermat, 1601 - 1665) 提出了这个问题，此问题中求得的点 P 也称为费马点，并由意大利数学家托里拆利首次证明。



下面来探究当点 A 、 B 、 C 不共线时的情况：

(1) 如图 1，已知：在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 120^\circ$ 时，_____为所求费马点。

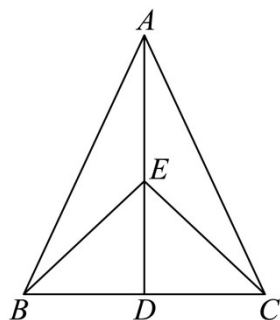
(2) 如图 2，已知：在 $\triangle ABC$ 中，最大角 $\angle BAC < 120^\circ$ 时，我们可以快速找到这类三角形的费马点，作法如下：分别以 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 BC 为边向外作等边三角形 ABD 和等边三角形 BCE ，此时 CD 和 AE 交于一点 P ，点 P 就是所求的费马点。

① 请找出图中与 AE 相等的线段，并说明理由；

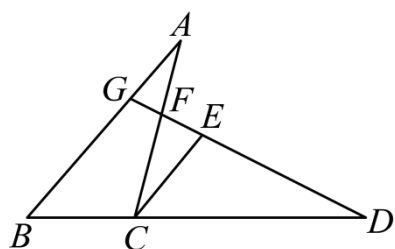
② 为了验证作图中找到的点 P 就是费马点，连接 BP ，求证： $\angle APB = \angle BPC = \angle CPA = 120^\circ$ 。

考点 05 全等三角形

1. (24-25 七年级下·上海浦东新·期末) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， E 是 AD 上一点， $AB = AC$ ， $\angle ABE = \angle ACE$ ，请填写理由，说明 $AD \perp BC$ 。



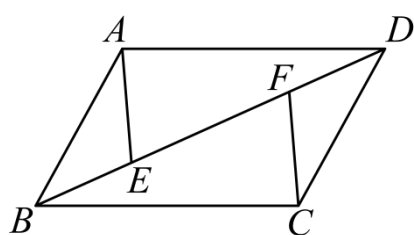
2. (24-25 七年级下·上海·期末) 如图， $\triangle ABC$ 中， D 是 BC 延长线上一点， $CD = AB$ ，过点 C 作 $CE \parallel AB$ 且 $CE = BC$ ，连接 DE 并延长，分别交 AC ， AB 于点 F ， G 。



(1) 试说明： $\angle A = \angle D$ ；

(2) 若 $\angle B = 50^\circ$ ， $\angle D = 25^\circ$ ，求 $\angle AFG$ 的度数。

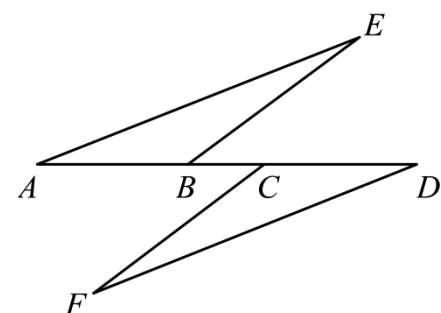
3. (24-25 七年级下·上海崇明·期末) 如图，四边形 $ABCD$ 中， $AB = CD$ ， $AE = CF$ ， $BF = DE$ ，



(1) 求证： $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ ；

(2) 求证： $AD = BC$ ；

4. (24-25 七年级下·上海宝山·期末) 如图，点 A 、 B 、 C 、 D 在一条直线上，如果 $AC = BD$ ， $BE = CF$ ，且 $BE \parallel CF$ ，那么 $AE \parallel DF$ 。为什么？(完成以下填空和说理过程)



解： $\because BE \parallel CF$ (已知)，

$\therefore \angle EBC = \angle FCB$ (①——)。

$\because \angle EBC + \angle EBA = 180^\circ$ ， $\angle FCB + \angle FCD = 180^\circ$ (②——)，

$\therefore \angle EBA = \angle FCD$ (③——)，

$\because AC = BD$ (已知)，

$\therefore$ ④——— (等式性质) , 即 $AB = CD$.

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle DCF$ 中 ,

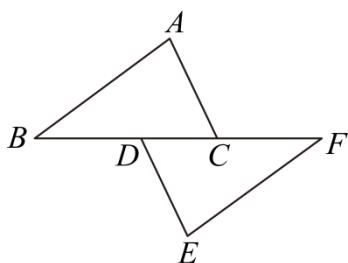
$$\begin{cases} AB = CD \\ \angle ABE = \angle DCF \\ BE = CF \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DCF$ (SAS) ,

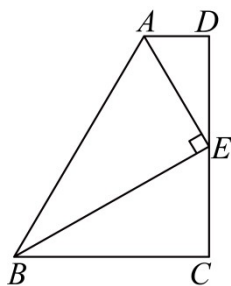
$\therefore \angle A = \angle D$ (⑤———) ,

$\therefore AE \parallel DF$ (⑥———) .

5 . (24-25 七年级下·上海普陀·月考) 如图 , 已知 $AC \parallel DE$, $AC = DE$, $BD = FC$, 证明 $\triangle ABC \cong \triangle EFD$.

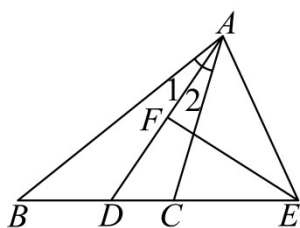


6 . (24-25 七年级下·上海静安·期末) 如图 , 已知在四边形 $ABCD$ 中 , $AD \parallel BC$, E 为 CD 的中点 , 连接 AE , BE , $AE \perp BE$, $AB = 8$, $AD = 2$, 求 BC 的长度 .



考点 06 等腰三角形

1 . (24-25 七年级下·上海·期末) 如图 , 在 $\triangle ABE$ 中 , 点 C 在 BE 上 , $\angle B = \angle EAC$, AD 平分 $\angle BAC$, 交 BC 于点 D , 点 F 是线段 AD 的中点 , 连接 EF , $\angle AEF$ 与 $\angle DEF$ 相等吗 ? 请说明理由 .



解：结论：_____

理由：

$\because AD$ 平分 $\angle BAC$

$\therefore$ _____

$\therefore \angle EDA = \text{_____} + \text{_____} . (\text{_____})$

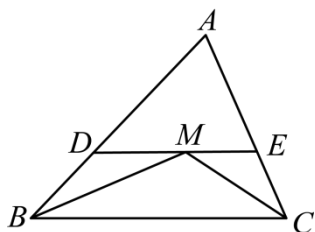
又 $\because \angle B = \angle EAC$,

$\therefore \angle EDA = \text{_____} + \text{_____}$

$\therefore \angle EDA = \text{_____}$

请完成后面的说理过程：

2. (24-25 七年级下·上海闵行·期末) 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中，已知 BM 、 CM 分别平分 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ ，经过点 M 的直线 DE 平行于 BC ，交 AB 、 AC 分别于点 D 、 E ， $AB = 8$ ， $AC = 6$.



求 $\triangle ADE$ 的周长 .

解： $\because BM$ 平分 $\angle ABC$,

$\therefore \angle CBM = \text{_____} .$

$\because DE \parallel BC$,

$\therefore \angle CBM = \angle BMD (\text{_____}) .$

$\therefore \angle BMD = \text{_____} .$

$\therefore DB = DM (\text{_____}) .$

同理可得 $EC = \underline{\hspace{2cm}}$.

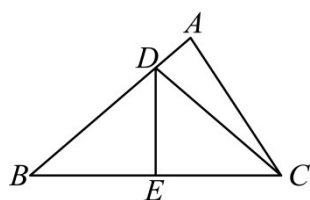
$$\therefore \triangle ADE \text{ 周长} = AD + DE + AE$$

$$= AD + DM + ME + AE$$

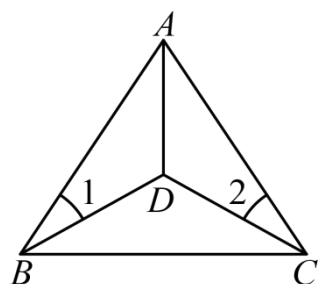
$$= AD + DB + EC + AE$$

$$= AB + AC = \underline{\hspace{2cm}} .$$

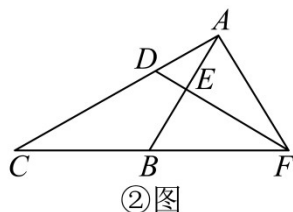
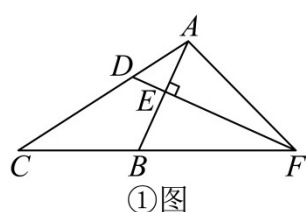
3. (24-25 七年级下·上海虹口·期末) 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 82^\circ$ ， $\angle B = 41^\circ$ ，线段 BC 的垂直平分线交线段 BC 于点 E ，交线段 AB 于点 D ，连接 CD . 如果 $AD = 2$ ， $BD = 6$ ，求 $\triangle ADC$ 的周长 .



4. (24-25 七年级下·上海徐汇·期末) 已知：如图，已知 $\triangle ABC$ 中， $BD = CD$ ， $\angle 1 = \angle 2$. 求证： $AD \perp BC$.



5. (24-25 七年级下·上海青浦·期末) 在 $\triangle ABC$ 中， $AB = BC$ ， AB 的垂直平分线分别交边 AC 、边 AB 和直线 CB 于点 D 、 E 、 F ，连接 AF .



- (1) 点 F 在 CB 的延长线上，

①如图，求证： $\angle ABC = 2\angle ADE$ ；

②如图，当 $DC = DF$ ， $BC = 1$ 时，求 $\triangle ABF$ 的周长；

(2)当 $\triangle ACF$ 是等腰三角形时，请直接写出 $\angle C$ 的度数．

6. (24-25 七年级下·上海杨浦·期末) 请用直尺和圆规完成下列作图并回答问题．

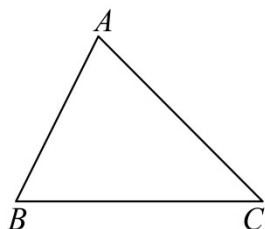


图1

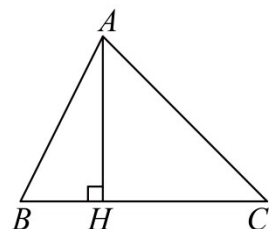


图2

(1)如图1，已知 $\triangle ABC$ ，求作 $\triangle ABC$ 边 AB 上的高 CD ．小亮同学设计的尺规作图过程如下：作法：①以 A 为圆心， AC 长为半径作弧；②以 B 为圆心， BC 长为半径作弧，两弧交于点 E ；③连接 CE ，交 AB 于点 D ．所以线段 CD 就是所求的 $\triangle ABC$ 边 AB 上的高．

(i) 请用直尺和圆规，完成小亮的作图（保留作图痕迹）；

(ii) 分别连接 AE 、 BE ，再将该作图的证明过程补充完整．

证明： $\because AC = AE$ ； $\therefore$ 点 A 在线段 CE 的垂直平分线上．（———）（填推理依据）

$\because BC = BE$ ； $\therefore$ 点 B 在线段 CE 的垂直平分线上．

$\therefore AB$ 垂直平分线段 CE ．（———）（填推理依据）

$\therefore CD \perp AB$ ．即 CD 是 $\triangle ABC$ 边 AB 上的高．

(2)如图2，已知 $\triangle ABC$ 中， AH 是边 BC 上的高， $AH = CH$ ，求作 $\triangle ABC$ 边 AB 上的高 CD ．

小红同学设计的尺规作图，要求：圆规只使用一次，即圆规只能画一条弧．

①请用直尺和圆规，完成小红的作图（保留作图痕迹，简要说明作图步骤）；

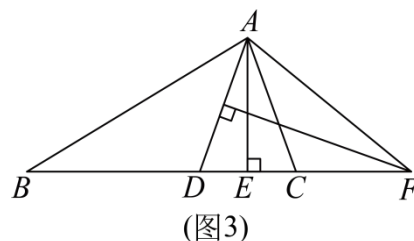
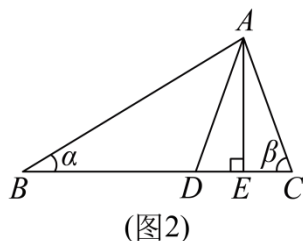
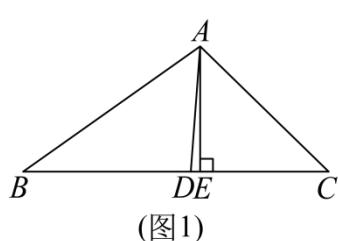
②根据小红的作法，求证： CD 是边 AB 上的高．

7. (24-25 七年级下·上海嘉定·期末) 小海在解答练习册 P^{37} 第4题后进行了拓展探究：

如图1，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC$ 的平分线 AD 交边 BC 于点 D ， $AE \perp BC$ ，垂足为 E ．

小海猜想：通过 $\angle C$ 的度数可求出 $\angle CAE$ 的度数，再结合 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的度数可求出 $\angle CAD$ 的度数，从而确定

$\angle B$ 、 $\angle C$ 与 $\angle DAE$ 之间存在固定的数量关系。他尝试代入了几组 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的度数后 ($\angle B < \angle C$)，验证了这一猜想。



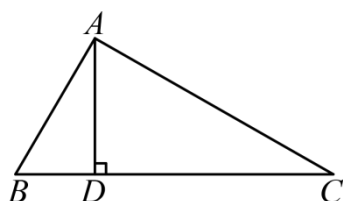
(1) 请补全下表：

$\angle B$	36°	30°	24°	...
$\angle C$	44°	60°	72°	...
$\angle DAE$	4°	_____°	_____°	...

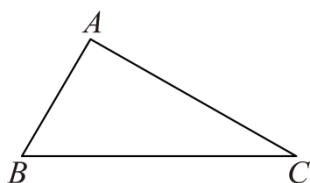
(2) 如图 2，若 $\angle B = \alpha$ ， $\angle C = \beta$ ($\alpha < \beta$)，那么 $\angle DAE =$ _____。(用含 α 、 β 的代数式表示)，并加以证明；

(3) 在 (2) 的基础上作 AD 的垂直平分线，交 BC 的延长线于点 F ，连接 AF 。如图 3，如果 $\angle ACB = 64^\circ$ ，请直接写出 $\angle BAF =$ _____°。

8. (24-25 七年级下·上海虹口·期末) 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AD \perp BC$ 于交线段 BC 于点 D ， $AB = CD - BD$ ，求证： $\angle B = 2\angle C$ 。

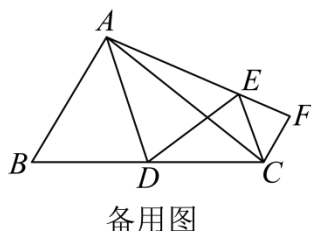
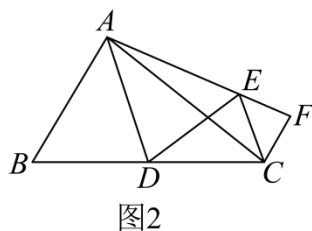
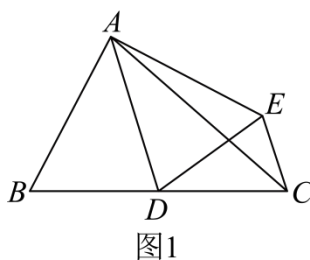


9. (24-25 七年级下·上海松江·期末) 如图，已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ，根据下列要求作图并回答问题：



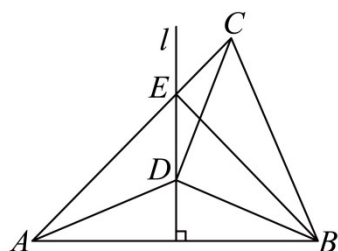
- (1) 定义：三角形的三条边的垂直平分线相交于一点，这个交点叫作三角形的外心．尺规作图：请画出 $\triangle ABC$ 的外心点 O ；（不要求写画法和结论，保留作图痕迹）
- (2) 在 (1) 的图形中， BC 边的垂直平分线交 AC 边于点 D ，连接 BD ．如果 BD 平分 $\angle ABC$ ，那么 $\angle C$ 的度数为_____；
- (3) 在 (2) 的图形中，在 BC 边上求作一点 P ，使点 P 到点 A 和点 D 的距离和最短．（不要求写画法和结论，保留作图痕迹）

10. (24-25 七年级下·上海松江·期末) 如图 1，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 是 BC 边的中点，将 $\triangle ABD$ 沿直线 AD 翻折，点 B 落在点 E 处（点 E 在直线 BC 上方），连接 CE ．



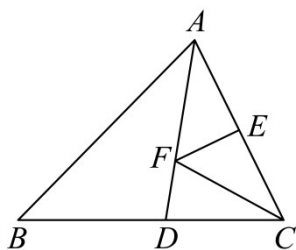
- (1) 在不添加辅助线的前提下，请找出图 1 中的一个等腰三角形：_____；
- (2) 求证： $CE \parallel AD$ ；
- (3) 如图 2，过点 C 作 AB 的平行线，交 AE 的延长线于点 F ．求证： $FE = FC$ ；
- (4) 连接 DF ，当 $AD = DF$ 时，如果 $\triangle ABD$ 是等腰三角形，那么 $\angle B$ 的度数为_____．

11. (24-25 七年级下·上海·期末) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， l 是 AB 的垂直平分线，与边 AC 交于点 E ，点 D 在 l 上，且 $DB = DC$ ，连接 AD ．



- (1) 求证：点 D 在边 AC 的垂直平分线上；
- (2) 连接 BE ，若 $BD \perp CD$ ，求证： $BE \perp AC$ 。

12. (24-25 七年级下·上海长宁·期末) 如图，已知：在 $\triangle ABC$ 中， AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线， EF 垂直平分 AC 分别交 AC 、 AD 于点 E 、 F ，连接 CF 。



- (1) 如果 $\angle BAC = 70^\circ$ ，求 $\angle EFC$ 的度数；
- (2) 过点 F 作 $FG \parallel AB$ 交边 AC 于点 G ，如果 $AC = 10$ ， $AF = 6$ ，求 $\triangle GFC$ 的周长。

13. (24-25 七年级下·上海长宁·期末) 定义：在等腰三角形中，过某底角顶点的一条射线分这个底角所成的两个角中恰好有一个角等于这个等腰三角形的顶角，那么称这条射线为这个等腰三角形的“等角分割线”。

已知在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，点 D 在边 AC 上。

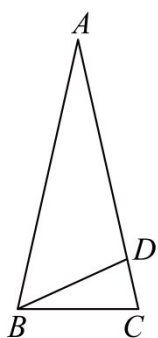


图1

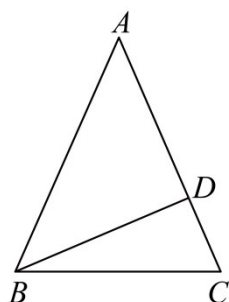


图2

- (1) 如图 1，如果 $BD = BC$ ，求证： BD 是 $\triangle ABC$ 的“等角分割线”；
- (2) 如图 2，如果 $BD \perp AC$ ，且 BD 是 $\triangle ABC$ 的“等角分割线”，求 $\angle C$ 的度数；
- (3) BD 是 $\triangle ABC$ 的“等角分割线”， $\angle BAC$ 的平分线交 BD 于点 F 。如果 $DF = DC$ ，那么 $\angle BAC$ 的度数为 _____。