

专题 02 第 10 章 10.1-第 11 章 11.2 难点分析

考点归纳

考点 01 求代数式的值

考点 02 不含某项；与某字母无关题型

考点 03 比较大小

考点 04 整式的加减的几何应用

考点 05 幂的运算的综合应用

考点 06 乘法公式求值问题

考点 07 新定义、材料题

考点 08 整式的乘法、乘法公式的几何应用

考点专练

考点 01 求代数式的值

1. 若 $2x^2 - 4x = 10$ ，则 $x^2 - 2x + 3$ 的值是 ()

A. 7 B. 8 C. 10 D. 13

2. 如果 $3x^2 - 2y = -1$ ，那么代数式 $6x^2 - 4y - 1$ 的值是 ()

A. -1 B. 1 C. 3 D. -3

3. 已知代数式 $2x^2 - 3x + 9$ 的值为 7，则 $-x^2 + \frac{3}{2}x + 9$ 的值为 _____.

4. 当 $x = 3$ 时，代数式 $px^3 + qx + 1 = 2023$ ；当 $x = -3$ 时，代数式 $px^3 + qx + 1$ 的值是 ()

A. -2023 B. -2020 C. -2021 D. -2022

5. 若 $x^2 - 3x + 2 = 0$ ，则 $x^3 - x^2 - 4x + 2023 =$ _____.

考点 02 不含某项；与某字母无关题型

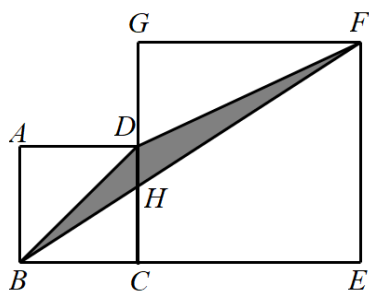
6. 要使整式 $x^2 - \frac{1}{2}mxy + 7y + xy - x + 1$ 中不含 xy 项, 那么 m 的值为 ()
- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1
7. 要使整式 $2x^2 - 2(7 + 3x - 2x^2) + mx^2$ 化简后不含 x 的二次项, 则 m 的值是 ()
- A. 2 B. 0 C. -2 D. -6
8. 若代数式 $x^2 + mx + 8y - (nx^2 - 2x + 4y + 3)$ 的值与 x 的取值无关, 则 $m + n$ 的值为 ()
- A. -3 B. 1 C. -1 D. 3
9. 若整式 $2x^3 - 8x^2 - 1$ 与整式 $3x^3 + 2mx^2 - 5x + 3$ 的和不含二次项, 则 m 等于_____.
10. 若整式 $x^2 + 2kxy + y^2$ 与 $2y^2 - 4xy$ 的差不含 xy 项, 则 $k =$ _____.
11. 若 $(x^2 + 2x - 1)(ax - b)$ 的乘积中不含二次项, 且一次项的系数为 1, 则 $a - b =$ _____.
12. 已知 $A = 3a^2 - 2b$, $B = -4a^2 + 4b$, 若代数式 $5A - mB$ 的结果与 b 无关, 则 $m =$ _____.
13. 已知 $P = 3ax - 8x + 1$, $Q = x - 2ax - 3$, 无论 x 取何值, $3P - 2Q = 9$ 恒成立, 则 $a =$ _____.

考点 03 比较大小

14. 若 $M = (x - 2)(x - 3)$, $N = (x - 1)(x - 4)$, 则 M 与 N 的大小关系为 ()
- A. $M < N$ B. $M = N$ C. $M > N$ D. 由 x 的取值而定
15. 若 $A = (x - 3)(x - 7)$, $B = (x - 2)(x - 8)$, 则 A 、 B 的大小关系为 ()
- A. $A > B$ B. $A < B$ C. $A = B$ D. $A \leq B$
16. 若 $A = \frac{55^5}{5^{55}}$, $B = \frac{11^5}{5^{50}}$, 比较 A , B 大小 ()
- A. $A > B$ B. $A < B$ C. $A = B$ D. A 、 B 大小不能正确比较
17. 已知 $a = 81^{31}$, $b = 27^{41}$, $c = 9^{61}$, 则 a , b , c 的大小关系是 ()
- A. $a > b > c$ B. $a > c > b$ C. $a < b < c$ D. $b > c > a$

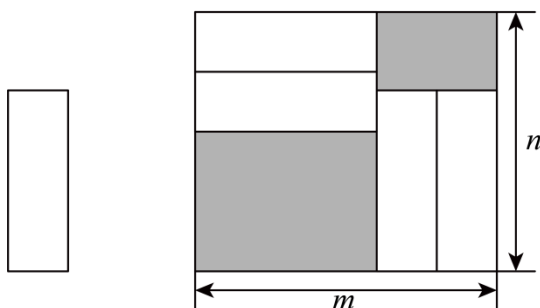
考点 04 整式的加减的几何应用

18. 两个正方形如图放置, 其中 B 、 C 、 E 在同一条直线上, 小正方形 $ABCD$ 的边长为 6, 连 BD 、 DF 、 BF , 则图中阴影部分的面积为 ()



- A . 3 B . 6 C . 12 D . 18

19 . 把四张形状完全相同的小长方形卡片 (如图①) 不重叠地放在一个底面为长方形 (长为 m cm , 宽为 n cm) 的盒子底部 (如图②) , 盒子底面未被卡片覆盖的部分用阴影表示 , 则图②中两块阴影部分的周长和是 () .

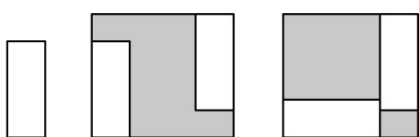


图①

图②

- A . $4m$ cm B . $4n$ cm C . $2(m+n)$ cm D . $4(m+n)$ cm

20 . 把如图①的两张大小相同的长方形卡片放置在图②与图③中的两个相同大长方形中 , 已知这两个大长方形的长比宽长10cm , 若记图②中阴影部分的周长为 C_1 , 图③中阴影部分的周长为 C_2 , 那么 $C_1 - C_2 =$ ()



图①

图②

图③

- A . 10cm B . 20cm C . 30cm D . 40cm

21 . 将 11 个长为 a , 宽为 b 的小长方形 (如图 1) 不重叠无空隙地摆放在大长方形 $ABFE$ 中 (如图 2) , 当 AB 的长度变化时 , 若空余部分的面积 S_1 与 S_2 的差不改变 , 则 a, b 之间的数量关系为 ()

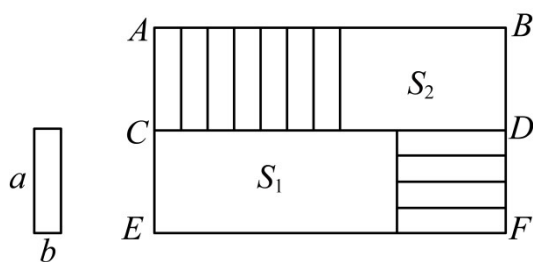


图1

图2

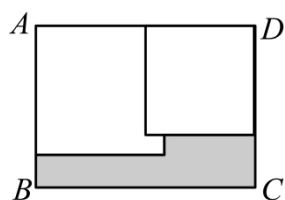
A . $5b = 2a$

B . $4b = a$

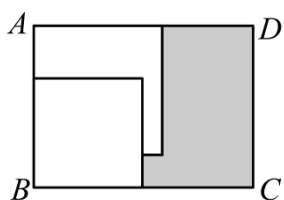
C . $3b = a$

D . $5b = 3a$

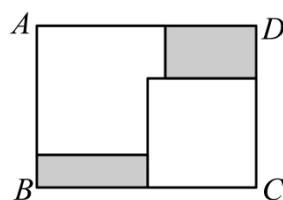
22. 长方形 $ABCD$ 内放入两张边长分别为 a 和 b ($a > b$) 的正方形纸片，按照图①放置，长方形纸片没有被两个正方形覆盖的部分（黑色阴影部分）的面积为 S_1 ；按照图②放置，长方形纸片没有被两个正方形覆盖的部分的面积为 S_2 。按图③放置，长方形纸片没有被两个正方形覆盖的部分的面积为 S_3 ，已知 $S_1 - S_3 = 4$ ， $S_2 - S_3 = 16$ 。设 $AD - AB = m$ 。下列值确定的是（ ）。



①



②



③

A . m

B . mb

C . ma

D . $a + b$

考点 05 幂的运算的综合应用

23. 若 $2^2 = 4^{y-1}$ ， $27^y = 3^{x+1}$ ，则 $x - y$ 等于（ ）

A . -5

B . 3

C . -1

D . 1

24. 已知 n 是正整数，且 $x^{3n} = 2$ ，则 $(3x^{3n})^3 + (-2x^{2n})^3 =$ _____。

25. 若 $a^m = a^n$ ($a > 0$ ， $a \neq 1$ ， m, n 都是正整数)，则 $m = n$ ，利用上面结论解决问题：

(1) 如果 $2^x \times 2^3 = 32$ ，求 x 的值；

(2) 如果 $2 \times 8^x \times 16^x = 2^8$ ，求 x 的值；

(3) 若 $x = 5^m - 2$ ， $y = 3 - 25^m$ ，用含 x 的代数式表示 y 。

26. 实数 a, b, c 满足等式 $2a + b + c = -1$ ， $a + 2b - c = 4$ ，则 $10^{2a} \cdot 100^b =$ ()

A . 20

B . 100

C . 200

D . 1000

27. 下图是小刘同学完成的一道作业题，请你参考小刘的方法解答下列问题：

作业

计算： $4^5 \times (-0.25)^5$.

解：原式 $= (-4 \times 0.25)^5 = (-1)^5 = -1$.

(1) 计算： $8^{2023} \times (-0.125)^{2023}$;

(2) 若 $3 \times 9^n \times 81^n = 3^{19}$, 请求出 n 的值 .

考点 06 乘法公式求值问题

28 . 已知 $a^2 + \frac{1}{4}b^2 = 2a - b - 2$, 则 $3a + \frac{1}{2}b$ 的值为 ()

- A . 4 B . 2 C . -2 D . -4

29 . 设 $a = 2022 - x$, $b = 2024 - x$, $c = 2023 - x$, 若 $a^2 + b^2 = 2024$, 则 $c^2 =$ ()

- A . 1014 B . 1013 C . 1012 D . 1011

30 . 计算： $2(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1) - 3^{16}$ _____ .

31 . 计算： $2\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3^2}\right)\left(1+\frac{1}{3^4}\right)\left(1+\frac{1}{3^8}\right)\left(1+\frac{1}{3^{16}}\right) + \frac{1}{3^{31}}$.

32 . 观察规律： $\left(1-\frac{1}{2^2}\right) = \left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{4}$

$\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right) = \left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$,

若 $\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right) \cdots \left(1-\frac{1}{n^2}\right) = \frac{2025}{4048}$ (n 为正整数) , 则 n 的值为 ()

- A . 2012 B . 2013 C . 2024 D . 2025

考点 07 新定义、材料题

33 . 一个正整数如果能表示为两个正整数的平方差，则称这个正整数为“创新数”，例如

$27 = 6^2 - 3^2$, $63 = 8^2 - 1^2$, 故 27 , 63 都是“创新数”，下列各数中，一定是“创新数”的有 _____ (填序号)

① 1 ; ② 54 ; ③ 16

34 . 南宋数学家杨辉在其著作《详解九章算法》中揭示了为非负整数 n 展开式的项数及各项系数的有关规律如下，后人也将下表称为“杨辉三角” . 则 $(a+b)^{10}$ 展开式中所有项的系数和是 ()

$$\begin{array}{l}
 (a+b)^1 = a+b \\
 (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \\
 (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\
 (a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4 \\
 (a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5 \\
 \dots\dots
 \end{array}
 \begin{array}{ccccccc}
 & & & & 1 & & \\
 & & & & 1 & & 1 \\
 & & & 1 & & 2 & & 1 \\
 & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 \\
 & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 \\
 1 & & 5 & & 10 & & 10 & & 5 & & 1 \\
 & & & & \dots\dots & & & & & &
 \end{array}$$

A . 512 B . 1024 C . 2048 D . 4096

35 . 阅读材料一： $(a+b)^n$ 可以展开成一个有规律的整式：

$$\begin{aligned}
 (a+b)^1 &= a+b ; \\
 (a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 ; \\
 (a+b)^3 &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 ; \\
 (a+b)^4 &= a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4 ;
 \end{aligned}$$

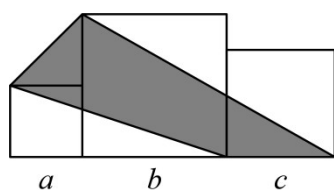
阅读材料二：杨辉三角是中国古代数学的杰出研究成果之一，它把二项式系数图形化．下面我们依次对 $(a+b)^n$ 展开式的各项系数进一步研究发现，当 n 取正整数时可以单独列成表中的形式，表中每个数等于它上方两数之和．例如，在三角形中第二行的三个数1，2，1，恰好对应 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 展开式中的系数．

$$\begin{array}{l}
 (a+b)^0 = \begin{array}{ccccccc} & & & & 1 & & & & \end{array} \\
 (a+b)^1 = \begin{array}{ccccccc} & & & & a+b & & & & 1 & 1 & \end{array} \\
 (a+b)^2 = \begin{array}{ccccccc} & & & & a^2+2ab+b^2 & & & & 1 & 2 & 1 & \end{array} \\
 (a+b)^3 = \begin{array}{ccccccc} & & & & a^3+3a^2b+3ab^2+b^3 & & & & 1 & 3 & 3 & 1 & \end{array} \\
 (a+b)^4 = \begin{array}{ccccccc} & & & & a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4 & & & & 1 & 4 & 6 & 4 & 1 & \end{array} \\
 (a+b)^5 = \begin{array}{ccccccc} & & & & a^5+5a^4b+10a^3b^2+10a^2b^3+5ab^4+b^5 & & & & 1 & 5 & 10 & 10 & 5 & 1 & \end{array}
 \end{array}$$

- (1) 整式 $(a+b)^5$ 的展开式是一个_次_项式，各项系数和是_；
- (2) 写出 $(a+b)^6$ 的展开式： $(a+b)^6 =$ _；观察 $(a+b)^6$ 的展开式，各项系数和是_；
- (3) 利用材料中的规律计算： $2^5 - 5 \times 2^4 + 10 \times 2^3 - 10 \times 2^2 + 5 \times 2 - 1$.

考点 08 整式的乘法、乘法公式的几何应用

36 . 如图，三个边长分别为 a ， b ， c 的正方形并排放置，记阴影部分的面积为 S ，则下列关于 S 的说法正确的是 ()



- A. S 的值与 a 的取值无关
- B. S 的值与 b 的取值无关
- C. S 的值与 c 的取值无关
- D. S 的值与 a, b, c 的取值均有关

37. 如图，将边长为 a 的正方形剪去一个边长为 b 的小正方形后，剩余部分拼成梯形，验证的公式是 ()

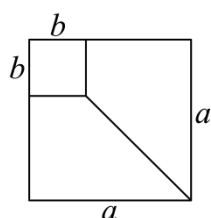


图1

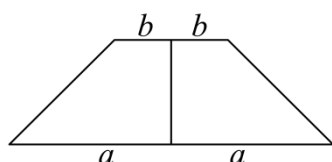
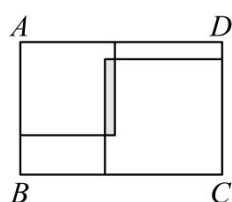


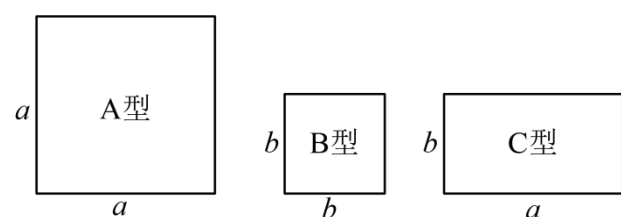
图2

- A. $a^2 + b^2 = (a + b)^2$
- B. $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
- C. $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
- D. $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

38. 如图，把两个边长不等的正方形放置在周长为 48 的长方形 $ABCD$ 内，两个正方形中均有一组邻边分别落在长方形 $ABCD$ 的一组邻边上。如果两个正方形的周长和为 60，那么这两个正方形的重叠部分（图中阴影部分所示）的周长为_____。



39. 现有如图所示的卡片若干张，其中 A 型、B 型为正方形卡片，C 型为长方形卡片，若要用这三种类型卡片拼成一个长为 $3a + b$ ，宽为 $a + 2b$ 的大长方形，则需要 C 型卡片的张数为 ()



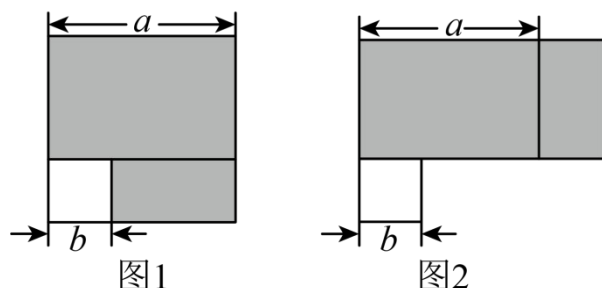
A . 4

B . 5

C . 6

D . 7

40. 如图 1, 边长为 a 的大正方形有一个边长为 b 的小正方形, 把图 1 中的阴影部分拼成一个长方形 (如图 2 所示)



(1) 比较左、右两图的阴影部分面积, 可以得到公式_.

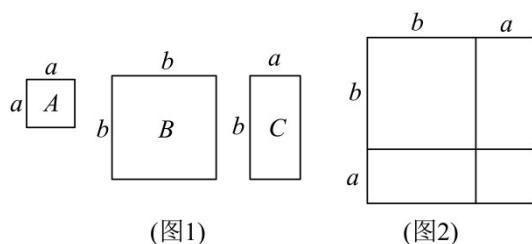
(2) 请应用这个公式完成下列各题:

① 已知 $4m^2 - n^2 = 12$, $2m + n = 4$, 则 $2m - n =$ _.

② 计算: $2020^2 - 2018 \times 2022$.

③ 计算: $\left(1 - \frac{1}{2^2}\right)\left(1 - \frac{1}{3^2}\right)\left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{2019^2}\right)\left(1 - \frac{1}{2020^2}\right)$

41. 数学活动课上, 老师准备了若干个如图 1 的三种纸片, A 种纸片是边长为 a 的正方形, B 种纸片是边长为 b 的正方形, C 种纸片是长为 b , 宽为 a 的长方形. 并用 A 种纸片一张, B 种纸片一张, C 种纸片两张拼成如图 2 的大正方形. 利用图 2 正方形面积的不同表示方法, 可以验证公式: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.



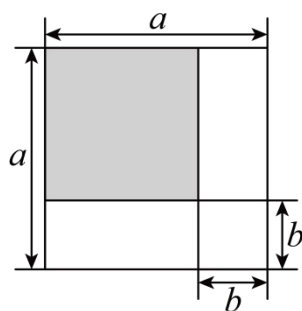
(1) 类似的, 请你用图 1 中的三种纸片拼一个图形验证: $(a+b)(a+2b) = a^2 + 3ab + 2b^2$, 请画出图形;

(2) 已知 $a+b=5$, $a^2+b^2=13$, 求 ab 的值;

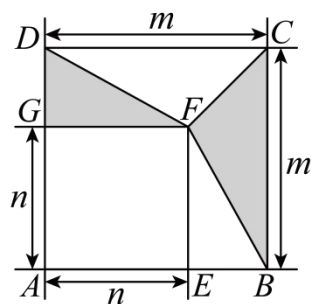
(3) 已知 $(2025-a)^2 + (a-2024)^2 = 4053$, 求 $(2025-a)(a-2024)$ 的值;

(4) 已知 $(a-2024)^2 + (a-2026)^2 = 64$, 求 $(a-2025)^2$ 的值.

42. 观察图形, 解决问题:



图①



图②

(1) 【观察分析】如图①所示，请用两种不同的方法表示阴影部分的面积：

方法一：_____，方法二：_____；结合以上两种方法可以得到数学公式_____；

(2) 【阅读理解】若 $(x-1)^2 + (x-3)^2 = 6$ ，求 $(x-1)(x-3)$ 的值。

解：令 $x-1=c$, $x-3=d$ ，则 $c^2 + d^2 = 6$, $c-d = (x-1) - (x-3) = 2$ 。

因为 $(c-d)^2 = c^2 + d^2 - 2cd$ ，

所以 $4 = 6 - 2cd$ 。

则 $cd = 1$ ，

所以 $(x-1)(x-3) = 1$ 。

当 $(y-2024)^2 + (y-2025)^2 = 5$ 时，求 $(y-2024)(y-2025)$ 的值；

(3) 【问题解决】如图②所示，两个正方形 $ABCD$, $AEFG$ 的边长分别为 m, n 。若 $m^2 + n^2 = 52$, $BE = 2$ ，求图中阴影部分的面积。