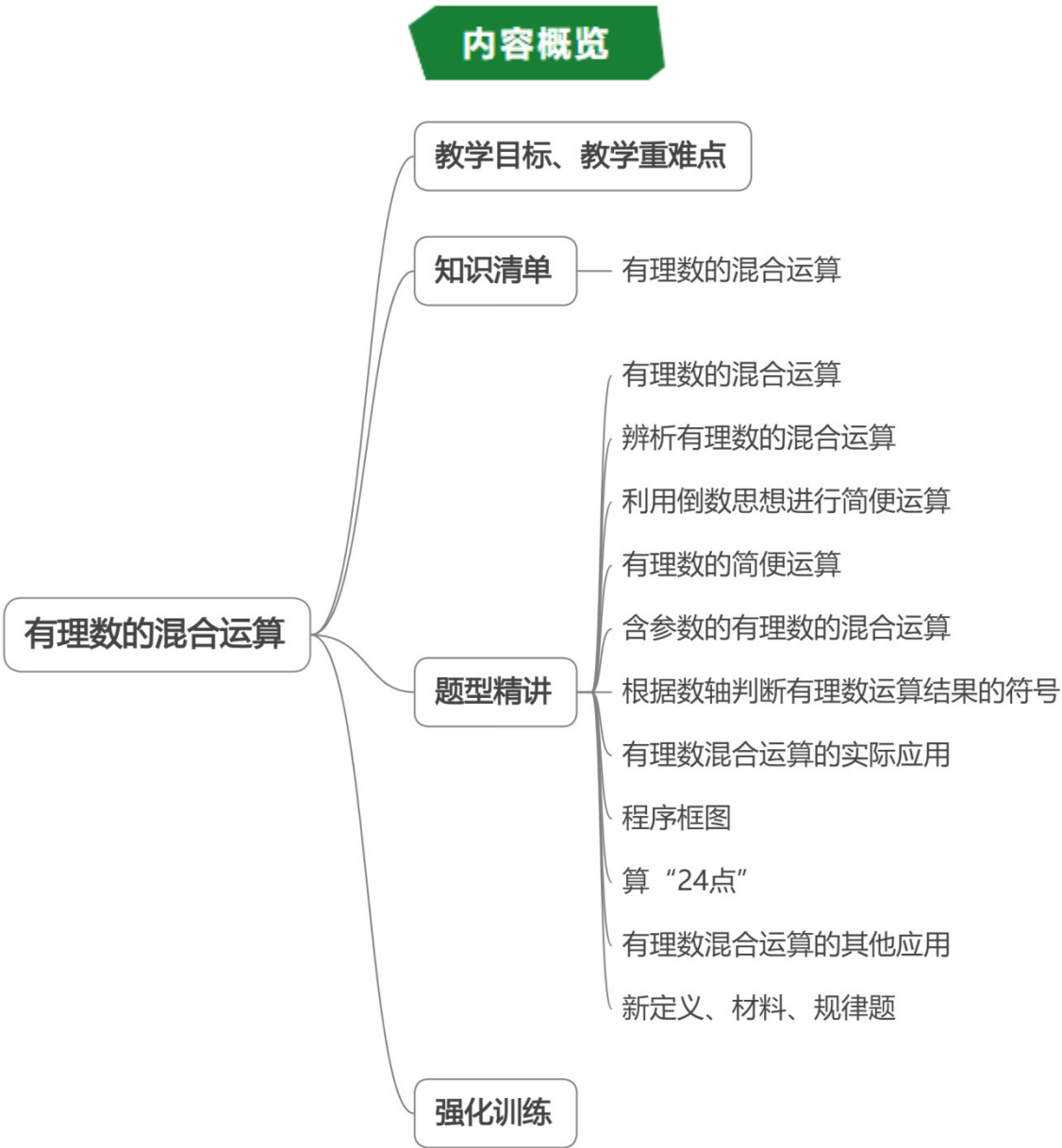


专题 1.7 有理数的混合运算



教学目标、教学重难点

教学目标	1. 了解有理数的混合运算的概念； 2. 掌握有理数的混合运算； 3. 知道有理数混合运算的应用。
教学重难点	1.重点 (1) 知道有理数混合运算顺序；

	(2) 掌握一些常用简便运算的方法； (3) 有理数的混合运算的应用。 2. 难点 (1) 含参数的有理数的混合运算；分类讨论思想； (2) 有理数混合运算有关的新定义题、材料阅读题等。
--	--

知识清单

知识点 1 有理数的混合运算

观察

下面的算式中有哪几种运算？

$$4 + 30 \div 3^3 \times \left(-\frac{1}{2}\right) - 2$$

上面这个算式中含有有理数的加、减、乘、除、乘方运算，这是有理数的混合运算。

有理数的混合运算，可以按照以下顺序进行：

先算乘方，再算乘除，最后算加减。同级运算，从左到右进行。如果有括号，先进行括号内的运算。

【即学即练】

1. 计算：

$$(1) (-8) + 10 - (-4)$$

$$(2) \left(-\frac{7}{18}\right) \times \frac{3}{7} \div \left(-\frac{5}{12}\right)$$

$$(3) -2^2 + 9 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^3$$

$$(4) \left(\frac{3}{5} + \frac{7}{10} - \frac{1}{20}\right) \div \frac{1}{20}$$

$$(5) -3^3 \times \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{3}\right) - (-4) \div (-2)^2$$

$$(6) [2 + (-5)^2] \div 3 \times (-1)^{11} - |-4| + 2^3$$

2. 计算 $(-8) + 4 \div (-2)$ 的结果等于 ()

A . 6

B . 2

C . -6

D . -10

3 . 下列计算中正确的是 ()

A . $-6 - 2 + 3 = -1$

B . $-1 \div \frac{1}{3} \times 3 = -1$

C . $\left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right) \times (-12) = -1$

D . $-24 + 2^2 \div 20 = -1$

4 . 请你利用加减乘除将数字 3 , 3 , 8 , 8 连接起来使得运算的结果为 24 : _____ (数字的顺序由你自己来定)

5 . “*”表示一种新运算，它的意义是 $a*b = -ab - (a+b)$, 则 $(-3)*4 =$ ____ .

题型精讲

题型 01 有理数的混合运算

【典例 1】 . 计算

(1) $\left(-\frac{7}{9} + \frac{5}{6} - \frac{3}{4}\right) \times (-36)$;

(2) $-1^4 - (1 - 0.5) \times \frac{1}{3} \times |1 - (-5)^2|$.

(3) $(-1)^{2024} - |-3| \times 2 + |4| - 5^2$;

(4) $24 \div \left(-\frac{6}{5}\right) + (-25) \times \left(-3\frac{1}{5}\right)$.

【变式 1】 . 计算 :

(1) $-2\frac{2}{3} + \left(-1\frac{3}{8}\right) - \left(-\frac{1}{3}\right) + \left(+5\frac{3}{8}\right)$

(2) $\left(\frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{6}\right) \times (-36)$

(3) $-10 + 8 \div (-2)^2 - (-4) \times (-3)$

(4) $-1^4 - \frac{1}{6} \times [2 - (-3)^2] + -2$

【变式 2】 . 计算

$$(1) 2 + (-6) \div 2 \times \frac{1}{2} ;$$

$$(2) 5 \times 2^2 - 3 \div (-\frac{1}{3}) ;$$

$$(3) -4^2 + (-9) \times \left[(-2)^3 + \frac{5}{3} \right]$$

$$(4) \left(-\frac{1}{30} \right) \div \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{10} + \frac{1}{6} - \frac{2}{5} \right)$$

$$(5) (-2)^2 - (-5^2) \times (-1)^5 + 87 \div (-3) \times |1-2|$$

$$(6) \left[-2^4 \div \left(-2\frac{2}{3} \right)^2 + 5\frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{6} \right) - \frac{1}{4} \right] \div \frac{1}{12}$$

题型 02 辨析有理数的混合运算

【典例 1】 . 计算： $(-3)^2 \div \left(-\frac{1}{2}\right) \times (-2)$ 的结果是 ()

A . 9

B . -9

C . -36

D . 36

【变式 1】 . 在数学课上，老师让 A、B、C、D 四位同学分别做了一道有理数运算题，你认为做对的是 ()

A . $9 - 3^2 \div 8 = 0 \div 8 = 0$

B . $24 - (4 \times 3^2) = 24 - 4 \times 6 = 0$

C . $(36 - 12) \div \frac{3}{2} = 36 \times \frac{2}{3} - 12 \times \frac{2}{3} = 16$

D . $(-3)^2 \div \frac{1}{3} \times 3 = 9 \div 1 = 9$

【变式 2】 . 下列式子计算正确的是 ()

A . $(-5) \div \left(-\frac{1}{5}\right) \times 5 = -5 \div \left(-\frac{1}{5} \times 5\right) = -5 \div (-1) = 5$

B . $(33 - 99) \div 11 = 33 \div 11 - 99 \div 11 = 3 - 9 = -6$

C . $(-2)^{100} + (-2)^{101} = 2^{100}$

D . $\frac{2^2}{3} - (-2) \times \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right) = \frac{4}{9} - \left(\frac{1}{2} - 1\right) = \frac{4}{9} + \frac{1}{2} = \frac{17}{18}$

题型 03 利用倒数思想进行简便运算

【典例1】 . 阅读下列材料：

$$\text{计算：} \frac{1}{24} \div \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{12} \right)$$

$$\text{解法一：原式} = \frac{1}{24} \div \frac{1}{3} - \frac{1}{24} \div \frac{1}{4} + \frac{1}{24} \div \frac{1}{12} = \frac{11}{24} ;$$

$$\text{解法二：原式} = \frac{1}{24} \div \left(\frac{4}{12} - \frac{3}{12} + \frac{1}{12} \right) = \frac{1}{24} \div \frac{2}{12} = \frac{1}{4} ;$$

$$\text{解法三：原式的倒数为} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{12} \right) \div \frac{1}{24} = \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{12} \right) \times 24 = \frac{1}{3} \times 24 - \frac{1}{4} \times 24 + \frac{1}{12} \times 24 = 8 - 6 + 2 = 4, \text{ 所以原式} \\ = \frac{1}{4}$$

(1) 上面三种解法得出的结果不同，肯定有错误的解法，其中解法——是错误的；

$$(2) \text{ 请你运用合适的方法计算：} \left(-\frac{1}{48} \right) \div \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{3} + \frac{5}{12} \right) .$$

【变式1】 . 若 $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{7} - \frac{1}{5} \right) \div 163 = \frac{1}{210}$ ，则计算 $80 - 163 \div \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{7} - \frac{1}{5} \right)$ 的结果是 ()

A . -130

B . 130

C . -290

D . 290

题型 04 有理数的简便运算

$$\text{【典例1】} . \text{ 计算：} \left(210 \frac{101}{102} \times 1.55 - 210 \frac{101}{102} + \frac{9}{20} \times 210 \frac{101}{102} \right) \times 5.1 \times 0.4 \times 2.5 \div \frac{1}{2}$$

$$\text{【变式1】} . \text{ 计算：} 41 \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} + 51 \frac{1}{4} \times \frac{4}{5} + 61 \frac{1}{5} \times \frac{5}{6} + 71 \frac{1}{6} \times \frac{6}{7}$$

$$\text{【变式2】} . \text{ 计算：} \frac{3}{1^2 \times 2^2} + \frac{5}{2^2 \times 3^2} + \frac{7}{3^2 \times 4^2} + \cdots + \frac{15}{7^2 \times 8^2}$$

$$\text{【变式3】} . \text{ 已知} \frac{1}{1 \times 2} = 1 - \frac{1}{2} ; \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} ; \frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} ; \frac{1}{4 \times 5} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5} \cdots \text{ 则}$$

$$\frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \frac{1}{7 \times 10} + \cdots + \frac{1}{2020 \times 2023} = \underline{\hspace{2cm}} .$$

$$\text{【变式4】} . \text{ 已知：} 2 + 4 + 6 + 2n = n(n+1) \text{ 则} \frac{1}{2} + \frac{1}{2+4} + \frac{1}{2+4+6} + \cdots + \frac{1}{2+4+6+\cdots+4046} = (\quad)$$

A . $\frac{2023}{2024}$

B . $\frac{2022}{2023}$

C . $\frac{2024}{2023}$

D . $\frac{2023}{2022}$

题型 05 含参数的有理数的混合运算

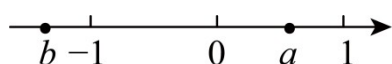
【典例 1】. 已知 a 、 b 互为相反数， c 、 d 互为倒数， m 是绝对值等于 4 的数，则

$m^2 + (a + b + cd)m + (cd)^{2024}$ 的值为_____.

【变式 1】. 若 x 、 y 互为相反数， a 、 b 互为倒数， c 的绝对值等于 2，则 $\left(\frac{x+y}{2}\right)^{2020} - (-ab)^{2019} + c^2 =$ _____.

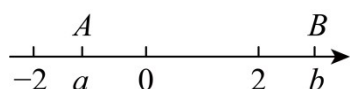
题型 06 根据数轴判断有理数运算结果的符号

【典例 1】. 有理数 a, b 在数轴上对应的位置如图所示，则下列结论成立的是 ()



- A. $a + b < 0$ B. $a - b < 0$ C. $ab > 0$ D. $\frac{a}{b} > 0$

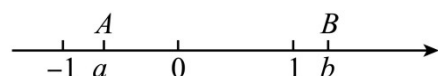
【变式 1】. 如图， A 、 B 两点在数轴上表示的数为 a 、 b ，下列式子成立的是 ()



- A. $a + b < 0$ B. $ab > 0$
C. $(b-2)(a+2) > 0$ D. $(b-2)(a-2) > 0$

【变式 2】. 如图， A 、 B 两点在数轴上表示的数分别为 a ， b ，有下列结论：① $a - b < 0$ ；② $a + b > 0$ ；

③ $(a-1)(a+1) > 0$ ；④ $\frac{b-1}{|a-1|} > 0$ ，其中正确的有 () 个



- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

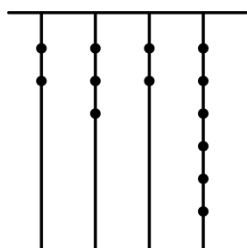
题型 07 有理数的混合运算的实际应用

【典例 1】. 一列火车通过 440 米的桥需要 40 秒，以同样的速度穿过 310 米的隧道需要 30 秒。这列火车的速度和车身长各是多少？ ()

- A. 13 米/秒，76 米 B. 12 米/秒，80 米 C. 13 米/秒，78 米 D. 13 米/秒，80 米

【变式 1】. 我国古代《易经》一书中记载，远古时期，人们通过在绳子上打结来记录数量，即“结绳计

数”，如图，一位母亲在从右到左依次排列的绳子上打结，满七进一，用来记录孩子自出生后的天数．由图可知，孩子自出生后的天数是（ ）



- A . 91 B . 336 C . 510 D . 853

【变式 2】 . 食堂有 200 千克大米，第一天用去 20% ，第二天用去剩下的 20% ，两天一共用去大米（ ）千克．

- A . 72 B . 80 C . 125 D . 120

【变式 3】 . 随着人们生活水平的提高，家用轿车越来越多地进入家庭．小明家买了一辆小轿车，他记录了连续 7 天中每天行驶的路程（如下表，单位：km），以 50km 为标准，多于 50km 的记为“+”，不足 50km 的记为“-”，刚好 50km 的记为“0”．

第一天	第二天	第三天	第四天	第五天	第六天	第七天
-8	-11	-14	0	-16	+38	+18

(1)这七天中，行程最多的一天比行程最少的一天多行驶了多少千米？

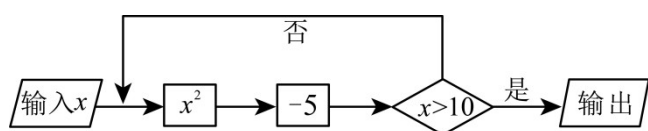
(2)请求出这七天中平均每天行驶多少千米；

(3)若行驶 100km 需用汽油 6L ，汽油价为 8元/L ，请估计小明家一个月（按 30 天计算）的汽油费用是多少元？

【变式 4】 . 甲、乙、丙三名搬运工同时分别在三个工作量完全相同的仓库工作．搬完货物甲用 10 小时，乙用 12 小时，丙用 15 小时．第二天三人又到两个较大仓库搬运货物，这两个仓库的工作量也相同，三人搬运效率不变；甲在 A 仓库，乙在 B 仓库，丙先帮甲后帮乙，结果干了 12 小时后同时搬运完毕，问：丙在 A 仓库做了多长时间？

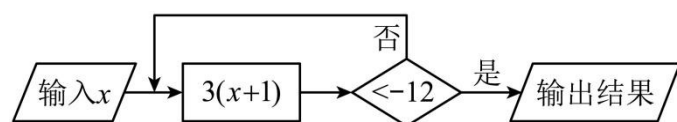
题型 08 程序框图

【典例 1】 . 按如图所示的运算程序运算，若开始输入 x 的值为 -2 ，则最终输出的结果是（ ）



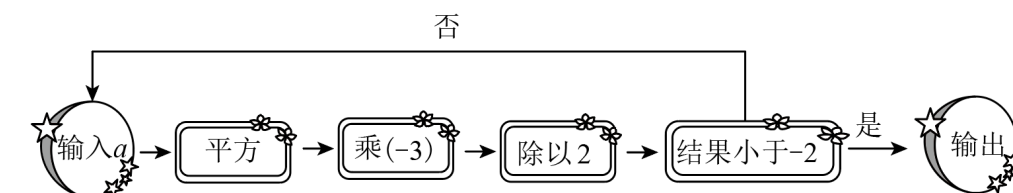
- A . 11 B . 20 C . 31 D . 44

【变式 1】 . 按照如图所示的程序计算，若开始输入的值为 -3 ，则最后输出的结果可能是（ ）



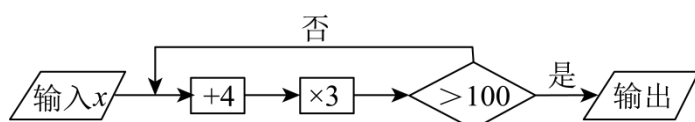
- A . -6 B . -15 C . -42 D . 12

【变式 2】 . 如图是小宇用计算机设计的一个有理数运算的程序框图，若输入的数 a 为 1 ，则输出的结果是（ ）



- A . $-\frac{27}{8}$ B . $\frac{27}{8}$ C . $-\frac{3}{2}$ D . $\frac{3}{2}$

【变式 3】 . 一台计算机按如图所示的程序工作，若开始输入 x 的值是 -2 ，则最终输出的结果是（ ）



- A . 132 B . 108 C . 117 D . 102

题型 09 算“24 点”

【典例 1】 . “24 点”游戏规则如下：将四个数用“加、减、乘、除”进行混合运算，（每个数必须且只用一次，可以添加括号），使其运算结果等于 24 . 如 3，8，8，9 进行“24 点”游戏的算式是 $(9-8) \times 8 \times 3$ 或 $(9-8 \div 8) \times 3$. 现有 -6 ，3，4，10，则列出一个求“24 点”的算式是_____（写出一种即可） .

【变式 1】 . 24 点游戏是一种使用扑克牌来进行的益智类游戏，游戏内容是：从一副扑克牌（去掉大王、小王剩下 52 张）中任意抽取 4 张牌，把牌面上的数字进行混合运算，使得运算结果为 24 . 每张牌必须用一次且只能用一次，可以加括号 . 其中♥，♦表示正，♣，♠表示负，A，J，Q，K 分别代表 1，11，12，

13 .

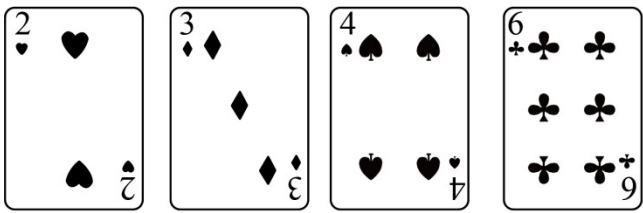


图 1

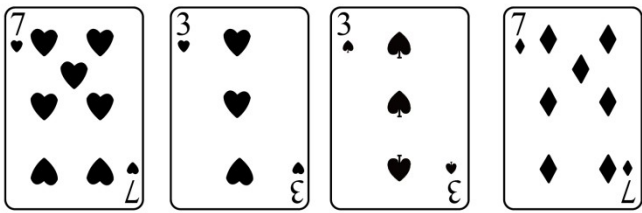


图 2

(1) 在玩“²⁴ 点”游戏时，小明抽到图 1 的 4 张牌，请你帮他写出 2 个运算结果为 ²⁴ 的算式：_____，
_____；

(2) 在玩“²⁴ 点”游戏时，小刚抽到图 2 的 4 张牌，请你帮他写出 1 个运算结果为 ²⁴ 的算式：_____。

【变式 2】 . 小明有 5 张写着不同的数字的卡片，请你按要求抽出卡片，完成下列各问题：

-3 -5 0 +3 +4

- (1)从中取出 2 张卡片，使这 2 张卡片上数字乘积最大，最大值是_____；
- (2)从中取出 2 张卡片，使这 2 张卡片上数字相除的商最小，最小值是_____；
- (3)算 ²⁴ 点游戏：从中取出 4 张卡片，每张卡片只能用一次，用学过的“+，-，×，÷”运算，使结果为 ²⁴ . 请写出 1 个运算式并进行计算：_____。

【变式 3】 . 小明同学有 5 张写着以下数字的卡片，请你按要求抽出卡片，完成下列各题：

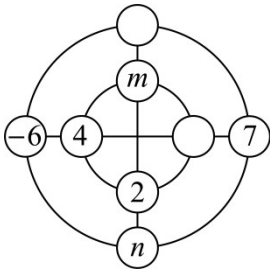
+3	+2	+1	0	-2
----	----	----	---	----

- (1)从中取出 2 张卡片，使这 2 张卡片上数字的乘积最小，最小值是_；
- (2)从中取出 2 张卡片，使这 2 张卡片上数字的商最小，最小值是_；
- (3)从中取出 2 张卡片，使这 2 张卡片上数字的差最大，最大值是_；
- (4)从中取出除 0 以外的 4 张卡片，将卡片上的这 4 个数字进行加、减、乘、除或乘方等混合运算，每个数

字只能用一次，可以有括号，使结果为 2^4 ，请写出一种符合要求的运算式子：_.

题型 10 有理数混合运算的其他应用

【典例 1】. 如图，将 -3 ， -2 ， -1 ， 3 分别填入没有数字的圈内，使横、竖以及内、外两圈上的 4 个数之和都相等，则 m 、 n 所在位置的数字之和是 ()



- A. -5 或 2 B. -3 或 2 C. -4 或 1 D. -4 或 -1

【变式 1】. 《周易》历来被人们视作儒家群经之首，它表现了古代中华民族对万事万物深刻朴素的认识，是中华人文文化的基础，它反映出中国古代的二进制计数的思想方法，我们用近代术语解释为：把阳爻“——”当作数字“1”，把阴爻“--”当作数字“0”，则八卦所代表的数表示如下：

卦名	符号	表示的二进制数	表示的十进制数
坤		000	0
艮		001	1
坎		010	2
巽		011	3

例如：“艮”卦所表示二进制数为 001，转化为十进制数是 $0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 1$ ，“巽”卦所表示二进制数为 011，转化为十进制数是 $0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 3$ 。（规定 $2^0 = 1$ ）依次类推，则六十四卦中的“屯”卦，符号

为“

- A. 33 B. 34 C. 35 D. 36

题型 11 新定义、材料、规律题

【典例1】 . 规定一种新运算： $a \times b = a^2 - 2ab + b$ ，如 $2 \times 3 = 2^2 - 2 \times 2 \times 3 + 3 = -5$ ，则 $(-1) \times 4 =$ ()

- A . 11 B . 13 C . -3 D . -5

【变式1】 . 已知 x, y 为有理数，规定一种新运算 $x \oplus y = \begin{cases} x & (x \leq y) \\ x^2 - y & (x > y) \end{cases}$ 则 $3 \oplus (2 \oplus 4) =$ ()

- A . 5 B . 7 C . 33 D . 45

【变式2】 . 已知有理数 $a \neq 1$ ，我们规定 $\frac{1}{1-a}$ 是 a 的“福倒数”，如： 3 的福倒数是 $\frac{1}{1-3} = -\frac{1}{2}$ ， -3 的福倒数是 $\frac{1}{1-(-3)} = \frac{1}{4}$. 如果 $a_1 = -2$ ， a_2 是 a_1 的福倒数， a_3 是 a_2 的福倒数， a_4 是 a_3 的福倒数， $\dots$ ，依此类推，解答下列问题：

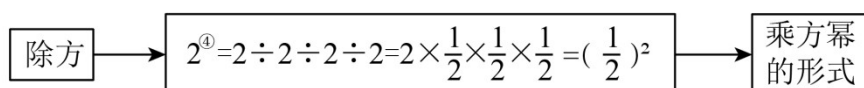
(1) 计算： $a_2 =$ _____， $a_3 =$ _____， $a_4 =$ _____；

(2) 求 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{2024}$ 的值 .

【变式3】 . **【概念学习】** 规定：求若干个相同的有理数（均不等于0）的商的运算叫做除方，比如 $2 \div 2 \div 2$ ， $(-3) \div (-3) \div (-3) \div (-3)$ 等，类比有理数的乘方，我们把 $2 \div 2 \div 2$ 写作 $2^{\textcircled{3}}$ ，读作“2 的圈3次方”， $(-3) \div (-3) \div (-3) \div (-3)$ 写作 $(-3)^{\textcircled{4}}$ ，读作“(-3) 的圈4次方”，一般地，把 $\underbrace{a \div a \div a \div \dots \div a}_{n \uparrow a} (a \neq 0)$ 写作 $a^{\textcircled{n}}$ ，读作“a 的圈n次方” .

【初步探究】 (1) 直接写出计算结果： $2^{\textcircled{2}} =$ _ ；

【深入思考】 我们知道，有理数的减法运算可以转化为加法运算，除法运算可以转化为乘法运算，有理数的除方运算如何转化为乘方运算呢？



(2) 试一试：仿照上面的算式，把除方运算写成幂的形式： $(-3)^{\textcircled{5}}$ ， $a^{\textcircled{n}}$ ($a \neq 0, n \geq 3$) .

(3) 算一算： $12^2 \div (-\frac{1}{3})^{\textcircled{4}} \times (-2)^{\textcircled{6}} - (-\frac{1}{3})^{\textcircled{6}} \div 3^3$.

强化训练

一、单选题

1. 下列运算正确的是 ()

A. $-7-2 \times 5 = -9 \times 5 = -45$

B. $3 \div \frac{5}{4} \times \frac{4}{5} = 3 \div 1 = 3$

C. $-(-2)^3 = -(-6) = 6$

D. $12 \div (2-5) = 12 \div (-3) = -4$

2. 小明做了下列 3 道计算题：

① $\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times 2 = 0 \times 2 = 0$ ，② $-2^3 - (-3)^2 = -8 - 9 = -17$ ，③ $6 \div \left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3}\right) = 6 \div \frac{3}{2} - 6 \div \frac{2}{3} = 9 - 6 = 3$ 。其中正确的有

()

A. 0 道

B. 1 道

C. 2 道

D. 3 道

3. 下列计算正确的是 ()

A. $74 - 2^2 \div 70 = 70 \div 70 = 1$

B. $\frac{2^2}{3} - (-2) \times \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right) = \frac{4}{9} - \left(\frac{1}{2} - 1\right) = \frac{4}{9} + \frac{1}{2} = \frac{17}{18}$

C. $2\frac{2}{3} \div 4 \div 4 = 2\frac{2}{3} \div 1 = 2\frac{2}{3}$

D. $\left(\frac{7}{9} - \frac{5}{6} + \frac{3}{4}\right) \times 36 = 28 - 30 + 27 = 25$

4. 已知 $|m| = 5, |n-3| = -(p-2)^2$ ，则 $\frac{mn}{p}$ 的值为 ()

A. $-\frac{15}{2}$

B. $\frac{15}{2}$

C. $-\frac{15}{2}$ 或 $\frac{15}{2}$

D. -4 或 4

5. 计算 $\left(-1\frac{1}{2} + 1\frac{1}{3} \div 1\frac{1}{6}\right) \div \left[1 - 3\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{5} + \left(-4\frac{1}{2}\right) \div 2\frac{1}{4}\right]$ 的值为 ()

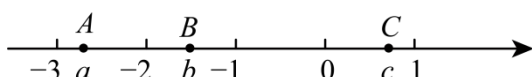
A. $\frac{25}{14}$

B. $-\frac{25}{14}$

C. $\frac{1}{14}$

D. $-\frac{1}{14}$

6. 如图，数轴上点 A, B, C 对应的有理数分别为 a, b, c，则下列结论中，正确的有 ()



① $a+b+c > 0$ ② $a \cdot b \cdot c > 0$ ③ $a+b-c < 0$ ④ $0 < \frac{b}{a} < 1$

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

二、填空题

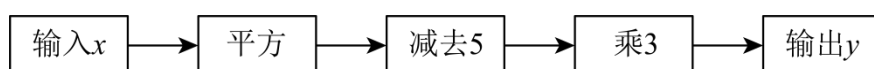
7. 计算： $-1^{2003} + (-3)^2 + \frac{1}{2} - |-2| = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 如果 n 为奇数，那么计算 $-2024 \times [3^n + (-3)^n] = \underline{\hspace{2cm}}$.

9. 小莹在计算 $\left(\frac{3}{5} + \frac{1}{2} - \frac{7}{10}\right) \times *$ 时，由于粗心将墨水滴在了算式上，* 是被墨水污染的地方，小莹查了一下

答案是 12 ，那么 * 代表的数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

10. 按照下图所示的操作步骤，若输入 x 的值为 2 ，则 y 为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



11. 一个容器装有 1 升水，按照如下要求把水倒出：第 1 次倒出 $\frac{1}{2}$ 升水，第 2 次倒出的水量是 $\frac{1}{2}$ 升的 $\frac{1}{3}$ ，

第 3 次倒出的水量是 $\frac{1}{3}$ 升的 $\frac{1}{4}$ ，第 4 次倒出的水量是 $\frac{1}{4}$ 升的 $\frac{1}{5}$ ，... 按照这种倒水的方法，倒了 n 次后容器内

剩余的水量是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

12. 对于任意有理数 m ， n ，定义新运算“ $\mathbf{W}$ ”： $m \mathbf{W} n = (2+m)^2 - n$ ，例如 $3 \mathbf{W} 4 = (2+3)^2 - 4 = 21$ ，则

$(-3) \mathbf{W} (-2)$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. 某商场对顾客实行这样的优惠规定：若一次购物不超过 200 元，则不予折扣；若一次购物超过 200 元，不超过 500 元，则按标价给予九折优惠；若一次购物超过 500 元，其中 500 元按上述九折优惠外，超过 500 元的部分给予八折优惠. 某人两次购物分别付款 198 元和 423 元，如果他合起来一次购买同样的商品，那么他可节约 $\underline{\hspace{2cm}}$ 元.

14. 干支纪年法是中国历法上自古以来就一直使用的纪年方法，干支是天干和地支的总称. 干支纪年法的组合方式是天干在前，地支在后，以十天干和十二地支循环配合，每个组合代表一年， 60 年为一个循环. 我们把天干、地支按顺序排列，且给它们编上序号. 天干的计算方法是：年份减 3 ，除以 10 所得的余数；地支的计算方法是：年份减 3 ，除以 12 所得的余数. 以 2022 年为例：

天干为： $(2022-3) \div 10 = 201 \cdots 9$ ；地支为： $(2022-3) \div 12 = 168 \cdots 3$ ；

对照天干地支表得出， 2022 年为农历壬寅年.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
天干	甲	乙	丙	丁	戊	己	庚	辛	壬	癸		
地支	子	丑	寅	卯	辰	巳	午	未	申	酉	戌	亥

请你依据上述规律推断 2055 年为农历_____年 .

三、解答题

15 . 计算 :

$$(1) 100 - 29\frac{1}{13} + 43.46 - 14\frac{12}{13} + 36.54 ;$$

$$(2) [-3^2 \times 2 + (-3)^2 \times 4 - 5 \times (-2)^2] + \left(-\frac{1}{4}\right)^2 ;$$

$$(3) \left[2\frac{1}{2} + \left(-\frac{3}{8} - \frac{1}{6} + \frac{3}{4}\right) \times 24 \right] \div 5 \times (-1)^{2000} ;$$

$$(4) \frac{2}{5} \div \left(-2\frac{2}{5}\right) - \frac{8}{21} \times \left(-1\frac{3}{4}\right) - 0.5 \div 2 \times \frac{1}{2} .$$

$$16 . 计算 : 99 \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \cdots \times \left(1 - \frac{1}{99}\right) .$$

17 . 南部县是一座历史文化悠久、人口众多的大县，出租车是重要的交通工具，出租车的计价标准为：行程不超过 2 千米收费 5 元，超过 2 千米的部分按每千米 1.5 元收费（不足 1 千米的按 1 千米计算）一出租车公司坐落于南北方向的南铁大道边，驾驶员张师傅从公司出发，在此大道上连续接送 5 批客人，行驶记录如下：（注：一批次的客人指的是一次可坐 1 到 4 位客人，规定向北为正，向南为负，单位：千米）

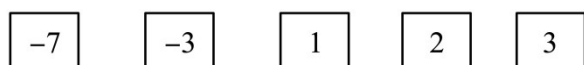
第一批	第二批	第三批	第四批	第五批
-3	+3.8	+1.7	-4.3	+1.4

(1) 送完第五批客人后，张师傅在公司的_边（填南或北）距离公司_千米的位置 .

(2) 张师傅的车平均每千米消耗压缩天然气 0.09 升，则送完第五批客人后，张师傅用了多少升压缩天然气？

(3)在整个过程中，张师傅共收到车费多少元？

18. 如图，现有 5 张写着不同数字的卡片，请按要求抽出卡片，完成下列问题：



(1)从中取出 3 张卡片，使这 3 张卡片上数字的乘积最小，则乘积的最小值为_____；

(2)从中取出 4 张卡片，将卡片上的 4 个数字进行加、减、乘、除等混合运算，使其结果等于 2^4 ，每个数字只能用一次，请写出两种不同的符合要求的运算式子。

19. 观察下列式子： $\frac{1}{1 \times 2} = 1 - \frac{1}{2}$ ； $\frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ ； $\frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$

将以上三个等式两边分别相加得：

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}.$$

(1)直接写出结果： $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} =$ _____；

(2)请用上述方法计算（写出具体过程）： $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{2021 \times 2023} =$ _____；

(3)直接写出计算结果： $\frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+19} =$ _____；

(4)直接写出计算结果： $\frac{1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \frac{1}{3 \times 4 \times 5} + \dots + \frac{1}{98 \times 99 \times 100} =$ _____；

20. 概念学习

规定：求 n 个相同的有理数（均不等于 0）的商的运算叫做除方，

比如 $2 \div 2 \div 2$ ， $(-3) \div (-3) \div (-3) \div (-3)$ 等，类比有理数的乘方，我们把 $2 \div 2 \div 2$ 写作 $2^{\textcircled{3}}$ ，读作“2 的 3 次商”；

$(-3) \div (-3) \div (-3) \div (-3)$ 写作 $(-3)^{\textcircled{4}}$ ，读作“-3 的 4 次商”，一般地，把 $a \div a \div a \div \dots \div a$ （ $a \neq 0$ ）这样 n 个 a 相

除，写作 $a^{\textcircled{n}}$ ，读作“ a 的 n 次商”。

初步探究

(1) 请直接写出计算结果： $5^{\textcircled{2}} =$ _____， $\left(-\frac{4}{3}\right)^{\textcircled{3}} =$ _____；

(2) 下列关于除方说法中，错误的是（ ）（单选）

A. 当 $m \neq 0$ 时, $m^{\textcircled{2}} = 1$

B. 当 $m \neq 0$ 时, $\left(-\frac{1}{m}\right)^{\textcircled{3}} = -m$

C. 正数的 n 次商结果是正数, 负数的 n 次商结果是负数

D. n 次商等于它本身的数是 1

深入思考

我们知道, 有理数的减法运算可以转化为加法运算, 除法运算可以转化为乘法运算, 那么有理数的除方运算如何转化为乘方运算呢?

除方 $\rightarrow 9^{\textcircled{5}} = 9 \div 9 \div 9 \div 9 \div 9 = 9 \times \frac{1}{9} \times \frac{1}{9} \times \frac{1}{9} \times \frac{1}{9} = \left(\frac{1}{9}\right)^3 \rightarrow$ 乘方 (幂) 的形式 .

(3) 归纳: 请把有理数 a 的 n 次商 ($a \neq 0$, $n \geq 3$), 写成乘方 (幂) 的形式为: $a^{\textcircled{n}} =$ _____ ;

(4) 比较: $(-2)^{\textcircled{5}}$ _____ $4^{\textcircled{5}}$ (填“>”“<”或“=”) ;

(5) 计算: $2^{\textcircled{5}} \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{\textcircled{6}} - (-48) \div \left(\frac{1}{4}\right)^{\textcircled{4}}$.