

专题 01 一元一次不等式的实际应用

题型归纳

【题型 1】 和差倍分问题

【题型 2】 分配问题

【题型 3】 销售及利润问题

【题型 4】 方案选择问题

【题型 5】 其他应用问题（工程行程问题、积分问题、分段计费问题、新定义问题）

题型专练

题型 01 和差倍分问题

题型点拨：“和差倍分问题”与“经济销售”、“方案选择”等不属于一个维度的分类。它是指一道题目里含有几个未知量且彼此之间含有“和差倍分”关系，解决此类题目时要尽可能少的设未知数，充分利用这些关系用一个量去表示其他量。和差倍分问题解决其他所有问题的基础。

【典例 1】（²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海·期末）³ 月 ¹² 日是我国的植树节，某校学生会组织七年级和八年级共 ⁶⁵

名同学参加植树活动，七年级学生平均每人植 ² 棵树，八年级学生平均每人植 ⁴ 棵树，为了保证植树总数

不少于 ²²⁰ 棵，则八年级学生参加活动的人数至少需（ ）

A . 50 名

B . 45 名

C . 40 名

D . 35 名

【变式 1】（²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海·月考）为了丰富学生的阅读资源，上外松外图书馆准备采购文学名著和

人物传记两类图书．所采购的文学名著价格都一样，所采购的人物传记价格都一样．经了解，³⁰本文学名著和²⁰本人物传记共需1150元，¹⁰本文学名著比¹⁰本人物传记多⁵⁰元．

(1)求每本文学名著和人物传记各多少元？

(2)图书馆存书不足，学校要求再次购进两种图书，购买的文学名著比人物传记多²⁰本，总费用不超过2000元，请求出人物传记至多买多少本？

【变式2】（²⁴⁻²⁵八年级上·湖南娄底·期末）2024年度“涟商大会”在国家级地质公园湄江举行，为迎接此次盛会，某初中举办了“湄江焕彩，涟商倾情”的绘画比赛，并购买 A 、 B 两种徽章作为奖品．已知购买²个 A 种徽章和³个 B 种徽章需156元；购买⁴个 A 种徽章和⁵个 B 种徽章需284元．

(1)每个 A 种徽章与每个 B 种徽章的价格分别为多少元？

(2)学校计划购进 A 、 B 两种徽章共⁶⁰个，已知购进的 A 种徽章数不少于 B 种徽章数的²倍，且总费用不超过2000元，那么购进 A 种徽章的个数是多少？

【变式3】（²⁴⁻²⁵七年级下·上海松江·期末）某校组织六年级和七年级共¹⁰⁰名学生参加垃圾分类志愿者助力活动．六年级学生每人要完成²次助力分类，七年级学生每人要完成⁵次助力分类．为了保证垃圾分类助力总次数不少于³⁶⁰次，最少需要多少名七年级学生参加活动？

【变式4】（²⁴⁻²⁵七年级下·上海奉贤·期中）学校每年的³月¹⁴日举行数学节“ π Day”，为了给本次“ π Day”做准备，小海和小华到文具店去购买 A 、 B 两种魔方，文具店里 A 、 B 两种魔方的单价分别为¹⁶元和²²

元．下面是小海与小华的对话：

小海：购买 A, B 两种魔方共 30 件；

小华：购买的 B 种魔方的数量不少于 A 种魔方的数量；

根据小海和小华的对话，完成下面的问题：

小海和小华最多购买几个 A 种魔方？

题型 02 分配问题

题型点拨：分配问题的灵魂在于：“总量不变”．东西分出去，每组数量多了，组数就少了。但核心是总量不变，常见的数量关系有：总量=每组数量 $\times$ 组数+余量；总量=每组数量 $\times$ 组数-空量．

【典例 1】（²⁴⁻²⁵ 六年级下·上海·期末）实验中学组织七年级学生赴龙岗红色基地研学旅行，报名人数超过 630 人，在安排住宿时发现，若每间住 8 人，则有 120 人无法入住；若每间宿舍住 10 人，则只有一间宿舍不空也不满，则参加研学的学生人数为_____人．

【变式 1】（²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海·期中）某校七年级春游，现有 36 座和 42 座两种客车供选择租用，若只租用 36 座客车若干辆，则正好坐满；若只租用 42 座客车，则能少租一辆，且有一辆车没有坐满，但超过 30 人．已知 36 座客车每辆租金 400 元，42 座客车每辆租金 440 元．

该校七年级共有多少人参加春游？

【变式 2】（²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海金山·期中）把一些奖品分给若干名学生．如果每人分 3 个，那么多出 7

个奖品；如果每人分⁵个，那么有一名同学分到的奖品就少于³个。问：学生最少有几名？奖品至少有多少个？

【变式3】（²⁴⁻²⁵七年级下·上海·月考）某山区学校为部分离家远的学生安排住宿。如果每间宿舍住⁵人，那么有¹²人安排不下；如果每间宿舍住⁸人，那么最后一间宿舍不空也不满，问共有宿舍_____间。

【变式4】（²⁴⁻²⁵七年级下·上海崇明·期中）社会实践活动中，辅导员组织一批进行游戏，若每组⁶人，还剩余⁵人，若每组⁸人，则有一组不满³人，问参加游戏的同学的组数和人数。

题型 03 销售及利润问题

题型点拨：销售及利润问题在初中数学应用题中属于“核心必考，综合度高，应用性强”的关键板块。重

点是要搞清楚成本、售价、利润、利润率之间的基本关系。核心关系式有：

利润=售价-成本，总利润=单件利润×销售量；

利润率= $\frac{\text{利润}}{\text{成本}} \times 100\%$ ，利润=成本×利润率；

实际售价=标价×折扣。

【典例1】（²⁴⁻²⁵七年级下·上海青浦·期末）一件商品的成本是⁵⁰元。

(1)如果售价是⁵⁸元，那么盈利率是多少？

(2)如果按原价的八五折销售，至少可获得^{10%}的利润；如果按原价的九折销售，能获得不足^{20%}的利润，

那么商品的原价（正整数）是多少元？

【变式1】（²⁰²⁵·上海闵行·模拟预测）某商店用¹⁰⁰⁰⁰元人民币购进某款服装进行销售，过了一段时间，

由于热销，又用 24000 元人民币购进同款服装，所购服装的数量是第一次购进数量的 2 倍，但每件的价格比第一次购进的货贵了 20 元。

- (1)求该商店第一次购进该款服装的数量；
- (2)假设该商店两次购进的服装按相同的标价销售，最后剩下的 20 件按标价的五折优惠销售，如果两次购进的服装全部售完，利润不低于 9500 元，求每件服装的标价至少是多少元。

【变式 2】（²³⁻²⁴ 六年级下·上海·期中）一件商品售价为 120 元，如果按售价的九折出售，获利不超过百分之二十；如果按售价的七折出售，那么出现亏本。求商品成本价的范围。

答：商品成本价的范围为大于等于 90 元且小于等于 120 元。

【变式 3】（²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海静安·期中）静安购物节期间甲乙两家商店各自推出优惠活动

商 店	优惠方式
甲	所购商品按原价打八五折
乙	所购商品按原价每满 $\overset{\cdot}{\underset{\cdot}{300}}$ 元减 60 元

设顾客在甲乙两家商店购买商品的原价都为 x 元，请根据条件回答下列问题：

- (1)如果顾客在甲商店购买商品选择优惠活动后实际付款——元（用含有 x 的代数式表示）
- (2)顾客购买原价在 600 元（包括 600 元）以上，900 元（不包括 900 元）以下的商品时，如果选择乙商店

的优惠活动比选择甲商店的优惠活动更合算，求 x 的取值范围．

【变式 4】（²²⁻²³ 七年级下·全国·课后作业）甲、乙两厂家生产的课桌和座椅的质量、价格一致，每张课桌 200 元，每把椅子 50 元，甲、乙两个厂家推出各自销售的优惠方案，甲：买一张课桌送 1 把椅子；乙：课桌和椅子全部按原价的 9 折优惠．现某学校要购买 60 张课桌和 $x(x \geq 60)$ 把椅子，则什么情况下该学校到甲工厂购买更合算？

题型 04 方案选择问题

题型点拨：一元一次不等式中的方案选择问题是初中数学从基础计算迈向实际应用与优化思维的重要转折点。此类问题有益于培养学生的建模能力与逻辑分析能力。解题策略是：先建模、再比较、最后做选择。

【典例 1】（²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海闵行·期中）随着科技的发展，新能源汽车正逐渐成为人们喜欢的交通工具，其需求量快速增长．为满足客户需求，现某汽车销售公司计划购进一批新能源汽车尝试进行销售，据了解 1 辆 A 型汽车、1 辆 B 型汽车的进价共计 37 万元；若单次购买 A 型汽车超过 15 辆每辆车进价打九五折，单次购买 B 型汽车超过 15 辆每辆车进价优惠 5 千元，当购买 A 型和 B 型车各 20 辆时，共需 715 万元．

(1) 求该汽车销售公司单独购进 A, B 型号汽车各一辆时，进价分别为多少万元？

(2) 因资金紧张，该公司计划以不超过 260 万元购进以上两种型号的新能源汽车共 15 辆，每辆 A 型汽车在进价的基础上提高 6000 元销售，每辆 B 型汽车在进价的基础上提高 5% 销售．假如这些新能源汽车全部售出，至少要获利 10.5 万元，该公司有哪几种购进方案？哪种方案获得的利润最多，最多利润是多少？

【变式 1】（²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海·月考）²⁰²⁵ 年春节凸显了我国在机器人领域的强大实力，随着人工智能

与物联网等技术的快速发展，人形机器人的应用场景不断拓展，某快递企业为提高工作效率，拟购买 A 、

B 两种型号智能机器人进行快递分拣，相关信息如下：

信息一

A 型机器人台数	B 型机器人台数	总费用（单位：万元）
1	3	260
3	2	360

信息二

A 型机器人每台每天可分拣快递 ²² 万件； B 型机器人每台每天可分拣快递 ¹⁸ 万件。

- (1)求 A 、 B 两种型号智能机器人的单价；
- (2)现该企业准备购买 A 、 B 两种型号智能机器人共 ¹⁰ 台，若要求总价不超过 ⁷²⁰ 万元，并且每天分拣快递不少于 ²⁰⁰ 万件，则该企业购买方案有哪几种？

【变式 2】（²³⁻²⁴ 六年级下·上海青浦·期末）某工厂只生产甲、乙两种型号的机器，已知生产一台甲机器

和一台乙机器所需 A 、 B 两种材料的数量和售后利润如下表所示：

机器型	A 种材料（千克）	B 种材料（千克）	售后利润（万元）

号			
甲	55	20	5
乙	40	36	6

- (1)若生产甲、乙两种机器⁹台，共获利润⁵⁰万元，问甲：乙两种机器各生产了多少台？
- (2)若库存了 A 种材料⁹²¹⁰千克， B 种材料⁵⁹⁷⁰千克，计划生产甲、乙两种机器共²⁰⁰台，要使工厂所获利润最大，请你帮忙规划一下，如何安排生产？最大利润是多少？

【变式3】（²⁰²⁴六年级下·上海·专题练习）为支援四川雅安地震灾区，某市民政局组织募捐了²⁴⁰吨救灾物资，现准备租用甲、乙两种货车，将这批救灾物资一次性全部运往灾区，它们的载货量和租金如下表所示．如果计划租用⁶辆货车，且租车的总费用不超过²³⁰⁰元，则该公司选择哪种方案运费最少？最少运费是多少？

	甲种货车	乙种货车
载货量（吨/辆）	45	30
租金（元/辆）	400	300

【变式 4】（²⁴⁻²⁵ 九年级下·江西赣州·月考）为了丰富同学们的业余生活和培养同学们学习数学的兴趣，学校将举行一年一度的数学文化节，在数学文化节倒计时³⁰天之际，学校计划购买 A 、 B 两种文化节的奖品作为纪念品．已知购买¹件 A 种奖品与²件 B 种奖品共需要⁷⁰元，购买²件 A 种奖品与³件 B 种奖品共需要¹²⁰元．

(1)求 A 种奖品和 B 种奖品的单价分别为多少元？

(2)学校计划购买 A 种奖品和 B 种奖品共²⁰⁰件，总费用不超过⁵⁰⁰⁰元，那么最多能购买 A 种奖品多少件？

题型 05 其他问题

题型点拨：一元一次不等式应用的其他问题有行程问题、工程问题、比赛积分问题、新定义等等问题。解题的策略关键就是要注意关键词句，如“不足”，“至少”等等。

【典例 1】（²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海·月考）“垃圾分类知多少”知识竞赛共有²⁰道题，每一题答对得¹⁰分，答错扣⁵分，不答不扣分．小明得分要超过⁹⁰分，且有²道未答．他至少要答对多少道题？若设小明答对了 x 道题，则由题意可列不等式为_____．

【变式 1】某市一种出租车起步价是⁵元（路程在³km 以内均付⁵元），达到或超过³km，每增加^{0.5}km 加价^{0.7}元（不足^{0.5}km 按^{0.5}km 计）．某乘客坐这种出租车从甲地到乙地，下车时付车费^{14.8}元，那么甲地到乙地的路程是多少？

【变式2】（²³⁻²⁴七年级下·上海青浦·阶段练习）阅读材料，回答问题：

已知 $x > 0$ ，符号 $[x]$ 表示大于或等于 x 的最小正整数，例如 $[0.6] = 1$ ， $[2.1] = 3$ ， $[4] = 4$ ，...

(1) 填空： $\left[\frac{1}{2}\right] =$ _____；

(2) 若 $[x] = 3$ ，则 x 的取值范围是_____；

(3) 某市的出租车收费标准规定如下：3km 以内（包括3km）收费 9 元，超过3km 的，每超过1km 加收 2 元

（不足1km 的按1km 计算），用 x 表示所行的公里数， y 表示行 x 公里应付车费，则乘车费可按如下的公式

计算：

当 $0 < x \leq 3$ （单位：km）时， $y = 9$ （元）

当 $x > 3$ （单位：km）时， $y = 9 + 2 \times [x - 3]$ （元）

某乘客乘车后付车费 33 元，求该乘客所行的路程 x (km) 的取值范围。

【变式3】（²⁴⁻²⁵七年级下·上海杨浦·期末）如图，这是某电影院的价目表。某社团 16 人去此电影院看电影，打算以比赛奖金 1600 元购买电影票、爆米花与饮料。如果要让每人拿到一张电影票和一杯饮料，那

么最多可买多少盒爆米花？

价目表		
电影票	爆米花	饮料
80元/张	25元/盒	20元/杯
*每张电影票能使用下列其中一种优惠.		
优惠一：饮料一杯16元；		
优惠二：爆米花一盒+饮料一杯30元.		

【变式4】 (24-25 七年级下·上海·期中) 已知：数 a 、 b ($a < b$) 都是关于 x 的不等式 $x > 25$ 的解。

(1) $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$ 是该不等式的解吗？为什么？

(2) $\frac{1}{3}a + \frac{2}{3}b$ 是该不等式的解吗？为什么？

(3) $ka + (1-k)b$ 是该不等式的解吗？为什么？其中 $0 < k < 1$ 。

(4) 设数 a 、 b 、 $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$ 在数轴上对应的点分别为 A 、 B 、 C ，通过计算发现 $AC = \frac{b-a}{2} = \frac{1}{2}AB$ ，由此可知 C

为线段 AB 的二等分点。设 $\frac{1}{3}a + \frac{2}{3}b$ 在数轴上对应的点分别为 D ，仿照上面的过程，说明 D 为线段 AB 的三

等分点。

(5) 根据 (4) 的提示，试着从几何意义的角度解释 (1) 和 (2) 中的结论。

题型强练

1. 一辆匀速行驶的汽车在上午 11:20 距离 A 地 60km，要在中午 12:00 之前驶过 A 地，车速应满足什么条件？

设车速是 x km/h，根据题意可列不等式 ()

A. $\frac{2}{3}x > 60$

B. $\frac{2}{3}x < 60$

C. $60x > \frac{2}{3}$

D. $40x < 60$

2. “守护长江生态、传承长江文化”，引导青少年感恩长江、热爱长江、保护长江的意识，通过自身的行动

和努力，让长江文化在新的时代焕发新的活力与魅力。我市蓝天实验学校七年级积极开展青少年主题读书

活动，现有一批图书分发给若干班级，若每个班级发放⁴名本图书，则剩余²⁰本；若每个班级发放⁸本图

书，就有一个班级发放的图书多于¹本且不足⁸本。则学校七年级共有（ ）个班级。

- A . 8 B . 7 C . 6 D . 5

3. 第十四届冬运会期间，某商店购进了一批服装，每件进价为²⁰⁰元，并以每件³⁰⁰元的价格出售，冬运

会结束后，商店准备将这批服装降价处理，打^x折出售，使得每件衣服的利润率不低于^{5%}，根据题意可

列出来的不等式为（ ）

- A . $300x - 200 \geq 200 \times 5\%$ B . $300 \cdot \frac{x}{10} - 200 \geq 200 \times 5\%$
C . $300 \cdot \frac{x}{11} - 200 \geq 300 \times 5\%$ D . $300x - 200 \geq 300 \times 5\%$

4. 我区某初中举行“针圣故里，康养衢江”知识抢答赛，总共³⁰道抢答题，对于每一道题，答对得⁵分，答

错或不答扣²分，选手小华想使得分不低于⁹⁴分，则他至少答对多少道题（ ）

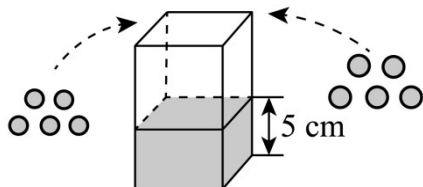
- A . 15 B . 18 C . 20 D . 22

5. 如图，有一容积为^{400ml}的容器，在容器中倒入^{100ml}的水，此时刻度显示为^{5cm}，现将大小规格不同的

的两种玻璃球放入容器内，观察容器的体积变化测量玻璃球的体积。一个大玻璃球的体积为^{10cm³}，放入

27 个大玻璃球后，开始放入小玻璃球，若放入 5 颗，水面没有溢出，再放入一颗，水面会溢出容器，求一个

个小玻璃球体积的范围．设一个小玻璃球的体积为 $x\text{cm}^3$ ，根据题意可以列不等式组为 ()



A.
$$\begin{cases} 100 + 10 \times 27 + 5x > 400, \\ 100 + 10 \times 27 + 6x \leq 400. \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} 100 + 10 \times 27 + 5x \leq 400, \\ 100 + 10 \times 27 + 6x > 400. \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} 100 + 10 \times 27 + 5x < 400, \\ 100 + 10 \times 27 + 6x < 400. \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} 100 + 10 \times 27 + 5x < 400, \\ 100 + 10 \times 27 + 6x < 400. \end{cases}$$

6. 一种荔枝的进价是每千克 12.6 元，销售中估计有 10% 的荔枝正常损耗（包含剪枝），商家把售价至少定为每千克_____元，才能避免亏本．

7. 有十名花匠，每人可种郁金香 30 盆或玫瑰 20 盆，已知郁金香每盆获利 5 元，玫瑰每盆获利 8 元，要使总获利不低于 1560 元，则最多安排_____人种郁金香．

8. 某品牌自行车进价为每辆 800 元，标价为每辆 1200 元，店庆期间商场为了答谢顾客，进行打折促销活动，但要保证利润率不低于 20%，则最多可打_____折．

9. 我校学生会计划组织初一学生给某边远山区小学生捐赠书籍，已经筹到图书若干．若每位小学生 2 本书，则余 7 本；若前面每人分 5 本，则除了有 3 个小学生分不到书籍，还有一个小学生得到的书不足 4 本． 则共有小学生_____人．

10. 4月26日我校将迎来一年一度的科技节，科技节是我校为学生搭建科技创新平台，展现实中师生科技创新形象及科学素养的重大节日。数学组将组织开展“数学知识”竞赛，各班选派一名同学参加，其中某一环节共有²⁵道题，答对一题得⁴分，答错或不答每题扣²分，得分不低于⁸⁰分将有奖品赠送。如果皓皓想在本环节中获得奖品，则他至少需要答对多少道题？

11. (²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海·期中) 学校为开展课外活动，计划购买一批乒乓球拍和羽毛球拍，已知购买³副乒乓球拍和²副羽毛球拍共需²⁷⁰元；购买⁵副乒乓球拍和⁴副羽毛球拍共需⁴⁸⁰元。

(1) 求乒乓球拍和羽毛球拍的单价；

(2) 学校准备购买乒乓球拍和羽毛球拍共⁵⁰副，且乒乓球拍的数量不少于羽毛球拍数量的 $\frac{1}{2}$ ，购买费用不超过²⁵³⁵，有几种购买方案？并写出方案。

12. (²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海嘉定·期末) 母亲节前夕，某店主从厂家购进 A 、 B 两种礼盒，已知 A 、 B 两种礼盒的单价比为 $4:3$ ，单价和为²¹⁰元。

(1) 求 A 、 B 两种礼盒的单价分别是多少元？

(2) 该店主购进这两种礼盒恰好用去⁴⁸⁰⁰元，且购进 B 种礼盒最多³⁶个， A 种礼盒数量的²倍不超过 B 种礼盒的数量，共有几种进货方案？请说明理由。

13. (24-25 七年级下·上海·期中) 2025 年春晚舞台上，宇树科技的人形机器人以一身喜庆的大红棉袄亮相，随着秧歌舞步灵活扭动，手中的红手绢在空中划出流畅弧线。这场表演不仅让观众惊叹于机器人动作的精准协调，更因“机器人舞团”在舞蹈时队形变化整齐无误，成为社交媒体热议的焦点。某公司计划采购 A 、 B 两种机器人进行销售，已知每个 B 种机器人比 A 种机器人贵 5 万元，用 1200 万元可以采购 7 台 A 种机器人和 12 台 B 种机器人。

(1) 求采购一个 A 种机器人、一个 B 种机器人各需多少万元？

(2) 一段时间后，该公司准备用不超过 6200 万元再采购第二批 A 、 B 两种机器人共 100 个，且 A 种机器人数量不超过 B 种机器人数量的 3 倍。求该公司可以采购 A 种机器人数量的范围。

14. (24-25 七年级下·上海·月考) 综合与实践：猜数游戏在日常生活中有着广泛应用，与数学有着密切的关联。

小丽在 4 张同样的纸片上各写了一个正整数，从中随机抽取 2 张，并将它们上面的数相加，重复这样做，每次所得的和都是 5, 6, 7, 8 中的一个数，并且这 4 个数都能取到。猜猜看，小丽在 4 张纸片上各写了什么数。

游戏分析：设小丽在 4 张纸片上写的正整数依次为 a 、 b 、 c 、 d ，其中 $a \leq b \leq c \leq d$ 。

∵ 最小的两个数的和为 5，最大的两个数的和为 8， $\therefore a+b=5$ ， $c+d=8$ ，

$$\therefore \begin{cases} a + a \leq 5 \\ d + d \leq 8 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} a \leq 2.5 \\ d \leq 4 \end{cases}, \therefore \text{正整数 } a = 1, 2.$$

当 $a = 1$ 时, $b = 4$, 则 $c = d = 4$, 但它们的和出现的数是_, 不符合题意;

当 $a = 2$ 时, $b = 3$, 若 $c = d = 4$, 它们的和出现的数是_;

当 $a = 2$ 时, $b = 3$, 若 $c = 3$, $d = 5$, 它们的和出现的数 $5, 6, 7, 8$;

给出结论: 综上所述可得, 纸片上的数可能是_;

游戏拓展: 小丽在 4 张同样的纸片上各写了一个正整数, 从中随机抽取 2 张, 并将它们上面的数相加, 重

复这样做, 每次所得的和都是 $6, 7, 8, 9$ 中的一个数, 并且这 4 个数都能取到. 模仿上述求解过程, 求出

小丽在 4 张纸片上各写了什么正整数.