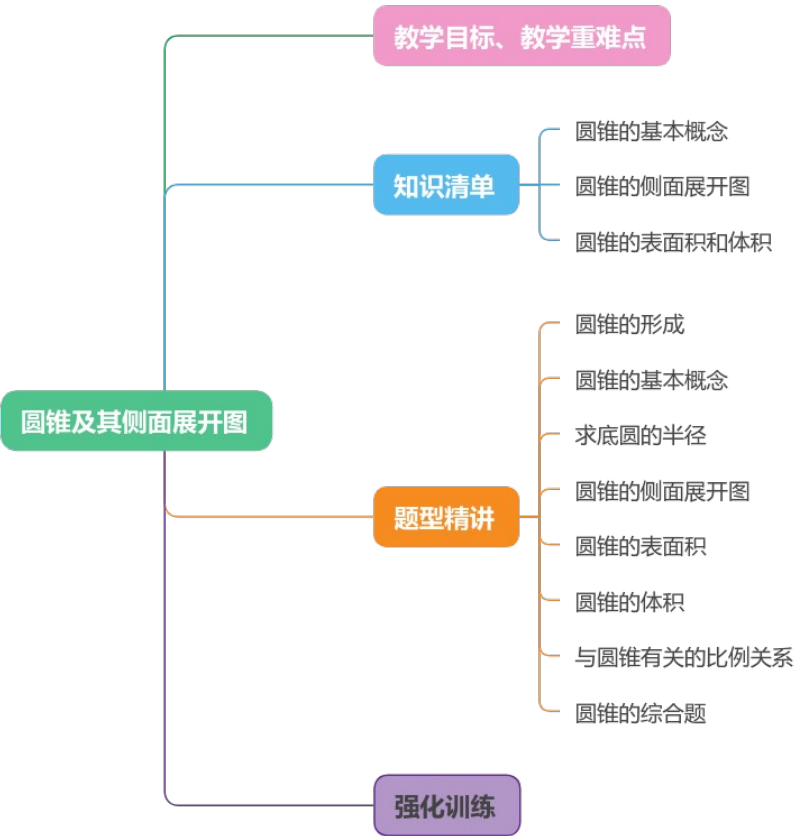


专题 8.2 圆锥及其侧面展开图

内容概览



教学目标、教学重难点

教学目标	1.理解圆锥是由直角三角形旋转形成的立体图形； 2.掌握圆锥是由 1 个底面、1 个侧面组成的，理解底面、侧面、高、母线等相关概念； 3.理解圆锥侧面沿母线展开后的图形是“扇形”，会进行相关的计算； 4.掌握圆锥表面积的组成（1 个底面积 + 1 个侧面积），计算有底、无底圆锥的表面积；理解圆锥体积公式，能计算圆锥的体积.
教学重难点	1.重点 圆锥侧面展开图形及表面积、体积的计算；

2.难点

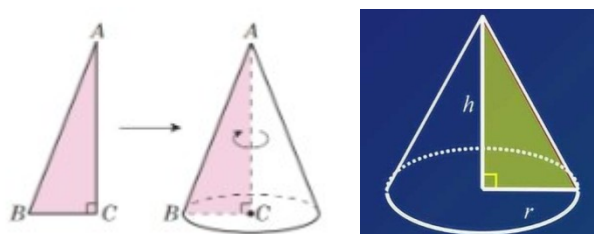
理解圆锥圆锥底面圆的半径与侧面展开图的弧长、圆心角大小以及母线的关系.

知识清单

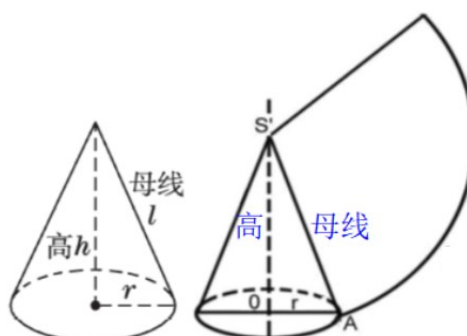
知识点 01 圆锥的基本概念

1. 面动成体，认识 “圆锥的形成”

如图，将直角三角形 ACB 以它的一条边 CA 所在的直线为轴顺时针(或逆时针)方向旋转一周，形成的立体图形叫作_____.



2. “拆解”圆锥，认识 “圆锥的组成”



核心概念：

底面：底面是 1 个_____；

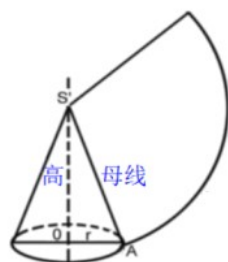
侧面：侧面是 1 个_____，围成圆锥的“侧面部分”；

高：连接底面_____和_____之间的距离；

母线：圆锥的_____和底圆_____之间的距离；

知识点 02 圆锥的侧面展开图

1. 侧面展开图:侧面展开是个_____,它的弧长是底面圆的_____,它的半径是圆锥的_____.



核心关系
扇形的弧长=底圆的周长
扇形的半径=圆锥的母线长

2. 圆锥的侧面积公式:

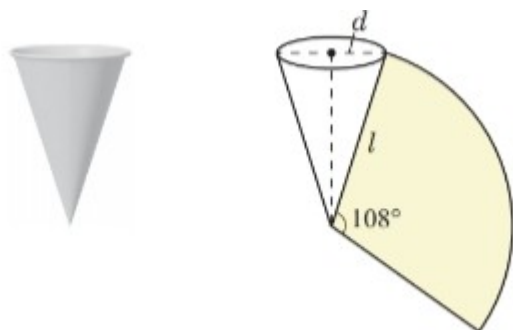
$$S = \frac{1}{2} C l$$

其中, S 侧表示圆锥的侧面积, r 、 C 、 l 和 h 分别表示它的底面半径、底面周长、母线长和高.

【即学即练】

例 1 如图,已知一个圆锥形环保纸杯的侧面展开图是圆心角为 108° 的扇形, 母线长 $l=10\text{cm}$.

- (1)求该圆锥形环保纸杯的底面直径 d ;
- (2)求该圆锥形环保纸杯的侧面积(结果保留 π).



分析: (1)侧面扇形的弧长是底圆的周长

所以 弧长 $l = 2\pi r$

即 $\pi d =$ _____

所以 $d =$ _____ (cm)

(2)侧面积 $S_{\text{侧}} =$ _____ (cm^2)

知识点 03 圆锥的表面积和体积

1. 圆锥的表面积

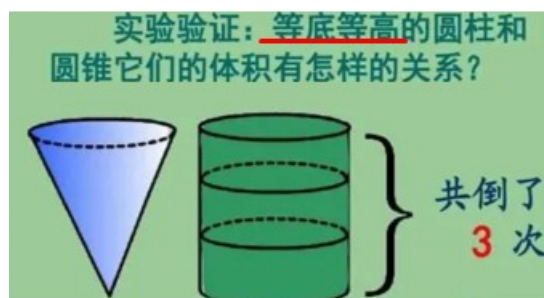
圆锥的表面由它的侧面和 1 个底面组成.因此，圆锥的表面积等于它的侧面积与 1 个底面积的和，即

$$S_{\text{表}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

2. 圆锥的体积

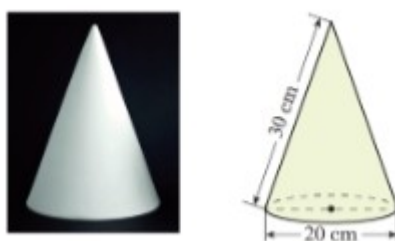
推导圆锥体积公式

$$V_{\text{圆锥}} = \underline{\hspace{2cm}}$$



【即学即练】

例 2 如图，已知圆锥形石膏像的底面直径 $d=20\text{cm}$, 母线长 $l=30\text{cm}$. 求它的表面积和侧面展开图的圆心角(π 取 3.14).



解 根据题意，圆锥的底面半径， $r=10\text{cm}$ ，母线长 $l=30\text{ cm}$, 所以圆锥形石膏像的表面积

$$S_{\text{表}} = S_{\text{侧}} + S_{\text{底}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} (\text{cm}^2).$$

圆锥的侧面展开图的圆心角为：

$$n = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

题型精讲

题型 01 圆锥的形成和概念辨析

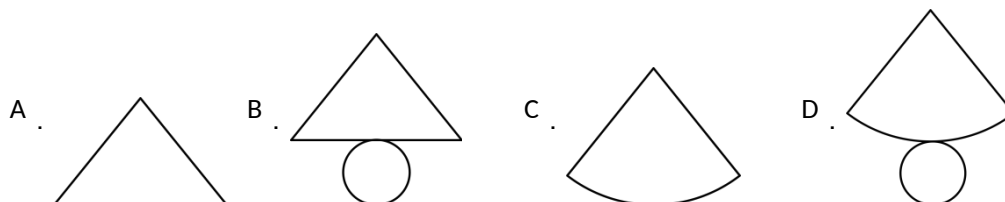
【典例 1】¹ 下面的平面图形运动后，能形成圆锥的是 ()

- A . 以直角三角形的一条直角边为轴旋转一周
- B . 以直角三角形的斜边为轴旋转一周
- C . 以长方形的一条边为轴旋转一周
- D . 以平行四边形的一条边为轴旋转一周

【变式 2】 下面关于圆锥的描述，错误的是 ()

- A . 圆锥有一个圆形底面
- B . 圆锥的侧面是一个曲面
- C . 从圆锥顶点到底面任意一点的距离是圆锥的高
- D . 圆锥只有一个顶点

【变式 3】 下列图形中，是圆锥的平面展开图的是 ()



【变式 4】 圆锥有 () 条高

- A . 一
- B . 三
- C . 无数
- D . 无法判断

题型 02 求圆锥底圆的半径

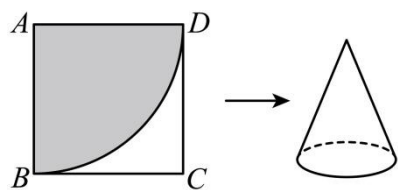
【典例 1】 已知圆锥的侧面展开图的面积是 15π ，母线长是 5 ，则圆锥的底面半径为 ()

- A . $\frac{3}{2}$
- B . 3
- C . 4
- D . 6

【变式 1】 用一个圆心角为 90° ，半径为 8 的扇形做一个圆锥的侧面，则这个圆锥的底面半径是 ()

- A . 3
- B . $\frac{5}{2}$
- C . 2
- D . $\frac{3}{2}$

【变式2】元旦来临，小海在一张边长为4dm的正方形纸板上，按如图方法裁出一个扇形（阴影部分），并用它围成圆锥形礼帽（粘贴部分忽略不计），则该圆锥形礼帽的底面半径为（ ）



A. $2\sqrt{2}$ dm

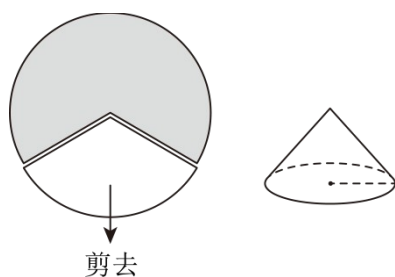
B. 2dm

C. $\sqrt{2}$ dm

D. 1dm

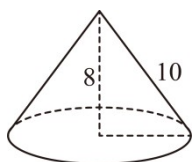
【变式3】劳动课上，某同学制作了一个母线长为20厘米的圆锥形工艺品，其侧面展开图是一个圆心角为 90° 的扇形，则该圆锥的底面圆的半径为_____厘米。

【变式4】如图，如果将半径为12cm的圆形纸片剪去一个圆心角 120° 的扇形，用剩下的扇形围成一个圆锥（接缝处不重叠），那么这个圆锥的底面圆半径为_____cm。



题型 03 圆锥的侧面展开图

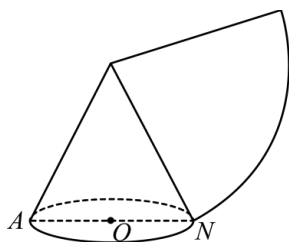
【典例1】如图，圆锥的母线长为10cm，高为8cm，则该圆锥的侧面展开图（扇形）的弧长为多少cm。（结果用 π 表示）



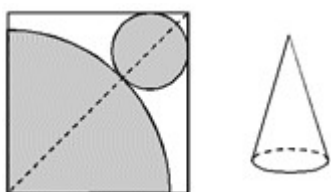
【变式1】一个直角三角形的两条直角边分别长3cm和4cm，以3cm的直角边为轴旋转一周，形成的圆锥的底面半径是_____cm，高是_____cm。

【变式2】圆锥的母线长 $l = 1.5$ dm，沿一条母线将圆锥侧面剪开并展平，得到一个圆心角为 $\theta = 120^\circ$ 的扇形，则该圆锥的底面圆的周长 $C =$ _____dm。（ π 取3.14）

【变式3】 如图，要用一个扇形纸片围成一个无底盖的圆锥（接缝处忽略不计），若该圆锥的底面圆周长为 $8\pi\text{cm}$ ，侧面积为 $72\pi\text{cm}^2$ ，则这个扇形的圆心角的度数是



【变式4】 在正方形铁皮上剪下一个圆形和扇形，恰好围成一个圆锥模型（如图）。如果圆的半径为 r ，扇形半径为 R ，那么 $r:R = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

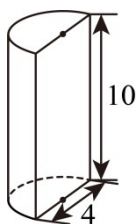


题型 04 圆锥的表面积

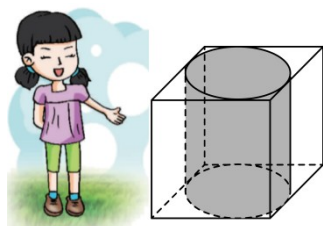
【典例1】 一个圆锥的底面直径是 8dm ，母线长是 5dm ，它的侧面积是 $\underline{\hspace{2cm}} \text{dm}^2$ ，表面积是 $\underline{\hspace{2cm}} \text{dm}^2$ （ π 取 3.14 ）。

【变式1】 长为 4 ，宽为 2 的长方形绕其中一边旋转所构成几何体的表面积为多少？（结果保留 π ）

【变式2】 下面是一个圆锥沿着底面直径竖直对半切开后的图形，求它的表面积。（单位： cm ）

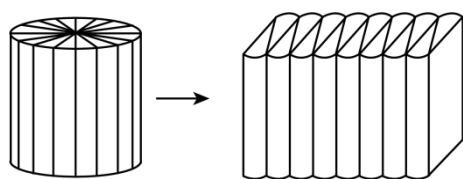


【变式3】 把一个棱长 8 厘米的正方体削成一个最大的圆锥，这个圆锥的表面积是多少？



【变式4】 如图，把一个底面半径是 8cm 的圆锥，切拼成一个近似的长方体，长方体的表面积比原来增加

了 80cm^2 ，原来圆锥的高是 () cm 。



A . 10π

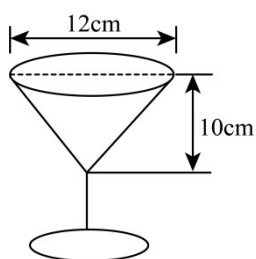
B . 10

C . 5

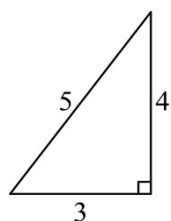
D . 5π

题型 05 圆锥的体积

【典例 1】 母亲节到了，冰冰准备了一个漂亮的水晶杯送给妈妈。如图，这个水晶杯一次最多可以装____毫升水。



【变式 1】 下图是一个直角三角形。(单位：厘米) 这个三角形的面积是()平方厘米；如果以 4 厘米的这条边为轴旋转一周，形成的立体图形是()，这个立体图形的体积是()立方厘米 (结果保留 π)。



【变式 2】 一个圆锥高 9cm ，如果沿高切成两半，表面积比原来增加了 36cm^2 ，则这个圆锥的体积是() cm^3 。(π 取 3.14)

【变式 3】 国庆节快到了，爸爸送给小明一个圆锥形玩具，底面半径是 6cm ，高是 10cm ，这个玩具的体积是____ cm^3 ，如果要为它制作一个长方体包装盒，这个包装盒的容积至少是____ cm^3

【变式 4】 沙漏又称为沙钟，是我国古代的一种计时仪器，如图所示，该沙漏由两个大小一样的圆锥组成。圆锥形沙漏的底面周长是 31.4 分米，高是 6 分米，这个沙漏的体积是多少？



题型 06 与圆锥有关的比例关系

【典例 1】圆柱体的底面半径扩大到原来的³倍，高扩大原来的²倍，体积扩大到原来的（ ）

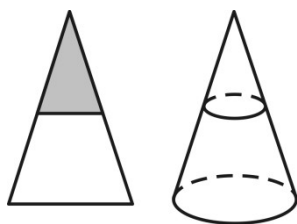
- A . 6 倍 B . 9 倍 C . 18 倍 D . 12 倍

【变式 1】一个圆锥的高不变，底面半径扩大²倍，它的体积扩大（ ）

- A . 2 倍 B . 3 倍 C . 4 倍 D . 8 倍

【点睛】解答此题的关键是明确：在平面图形中，当圆的周长、正方形的周长、长方形的周长相等时，圆的面积最大。

【变式 2】一个三角形剪成一个小三角形和一个梯形，且使它们的高相等，小三角形和原三角形的面积比是（ ）：（ ）；从一个圆锥顶部切下一个小圆锥，如果小圆锥的高是原来圆锥高的 $\frac{1}{2}$ ，小圆锥与剩余部分的体积比是（ ）：（ ）。



【变式 3】判断：一个圆锥，底面直径和高都扩大到原来的²倍后，体积要扩大到原来的⁴倍。（ ）

【变式 4】下列说法错误的有（ ）

- ①两个圆柱的侧面积相等，它们的底面周长和高也一定相等。
- ②把一个圆柱的侧面剪开只能得到一个长方形。
- ③圆锥的体积等于圆柱体积的 $\frac{1}{3}$ 。

④如果圆锥的高扩大到原来的³倍，底面半径缩小到原来的 $\frac{1}{3}$ ，圆锥的体积不变。

A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

题型 07 圆锥的综合题

【典例 1】如图¹是某景区建造的粮仓模型，图²是从图¹中抽象出的立体图形，已知粮仓底面直径为 8m，粮仓顶部顶点到地面的垂直距离为 9m，粮仓下半部分高为 6m，观察并回答下列问题：



图1

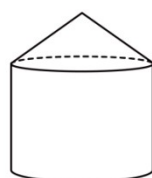
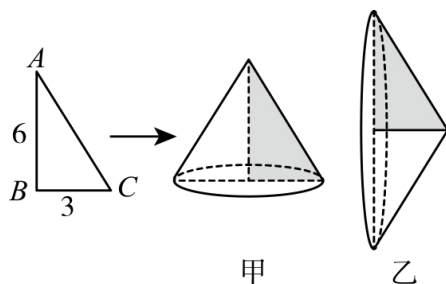


图2

(1)粮仓是由两个几何体组成的，他们分别是_____；

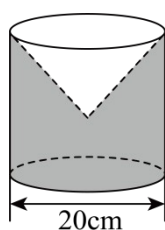
(2)求出该粮仓的容积（结果保留 π ）。（ $V_{\text{圆柱}} = \pi r^2 h$ ， $V_{\text{圆锥}} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$ ）

【变式 1】一个直角三角形 ABC ， $AB = 6\text{cm}$ ， $BC = 3\text{cm}$ ，分别以 AB 、 BC 边为轴旋转一周，得到甲、乙两个圆锥（如图），这两个圆锥的体积相等吗？是多少 cm^3 ？



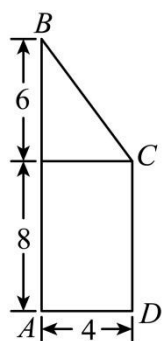
答：甲、乙两个圆锥的体积不相等，得到的甲圆锥的体积为 $18\pi\text{cm}^3$ ，乙圆锥的体积为 $36\pi\text{cm}^3$

【变式 2】如图，一个立体图形是从高为 20cm，底面直径为 20cm 的圆柱中挖掉一个圆锥得到的，圆锥的底面积就是圆柱的上底面，圆锥的母线为 15cm，求该立体图形的表面积。（结果保留 π ）

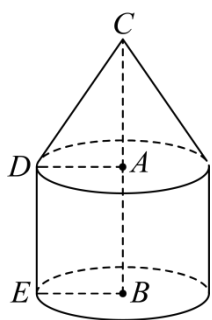


【变式 3】将图中的平面图形绕 CD 旋转一周，请你算一算平面图形所扫过的空间大小。（ π 取 3.14 单位：

厘米)



【变式 4】 如图，一种太空设备的上半部是圆锥形，下半部是圆柱形．已知下半部的圆柱的半径，
 $BE = 2\text{m}$ ，母线 $DE = 3\text{m}$ ，上半部的圆锥的高 $AC = 3\text{m}$ ，母线 $CD = 3.2\text{m}$ ，该太空设备在重返地球大气层时，
 需承受与空气摩擦产生的高热，故其外表面需做特别处理．

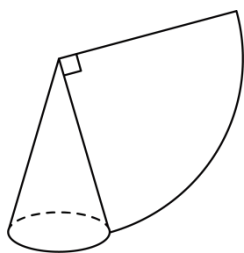


- (1) 该太空设备要接受防高热处理的面积大约是多少？(保留 π)
- (2) 该太空设备的容积大约是多少？(保留 π)

强化训练

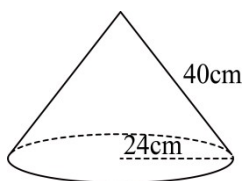
一、单选题

1. 圆锥的侧面展开图是一个 ()
 A. 长方形 B. 正方形 C. 扇形
2. 用一个高 36 厘米的圆锥形容器盛满水，倒入和它等底等高的圆柱形容器中，水的高度是 () 厘米．
 A. 36 B. 18 C. 12 D. 108
3. 如图，圆锥的侧面展开图是一个圆心角为 90° 的扇形，若圆锥的母线长为 5 ，则该圆锥的底面圆的半径为 ()



- A. $\frac{5}{4}$ B. $\frac{5}{3}$ C. $\frac{5}{2}$ D. 5

4. 广西斗笠是当地传统手工编织的实用雨具，其形状常可抽象成圆锥．如图，已知一广西斗笠的底面半径为 24cm，母线长 40cm，则该斗笠的侧面面积为（ ）

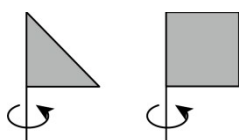


- A. $480\pi\text{cm}^2$ B. $768\pi\text{cm}^2$ C. $960\pi\text{cm}^2$ D. $1920\pi\text{cm}^2$

5. 一个圆柱和圆锥体积比是 $3:2$ ，底面半径的比是 $2:1$ ，圆锥高是 12 厘米，圆柱高是（ ）厘米

- A. 1.5 B. 3 C. 36 D. 18

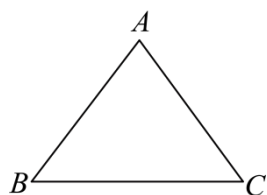
6. 如图中等腰直角三角形的面积是正方形面积的一半．如果以正方形的一边为轴旋转一周得到一个圆柱，以三角形的一条直角边为轴旋转一周得到一个圆锥．这个圆柱的体积是圆锥体积的（ ）．



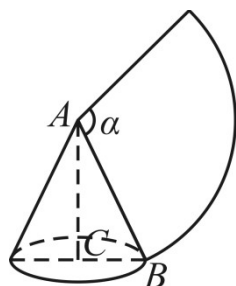
- A. 3 倍 B. 4 倍 C. 6 倍

二、填空题

7. 一个圆锥与一个圆柱的底面积相等，已知圆柱的体积是圆锥的 9 倍，圆锥的高是 8.1cm，则圆柱的高是_____．
8. 一个圆柱和一个圆锥等底等高，它们的体积相差 28 立方厘米，圆锥的体积是_____立方厘米．
9. 一个底面半径是 8cm，母线长为 9cm 的圆锥的侧面积为_____ cm^2 ．
10. 如图， $\triangle ABC$ 是一个圆锥的主视图，若 $AB = AC = 5$ ， $BC = 6$ ，则该圆锥的侧面积为_____．



11. 如图，圆锥的母线 $AB = 6$ ，则其侧面展开图扇形的圆心角 $\alpha = 110^\circ$ ，则底面半径 $CB =$ _____。

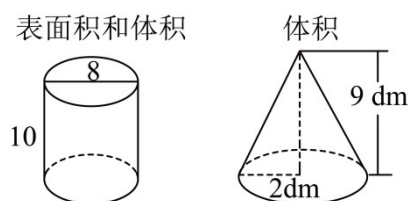


12. 一个内底面直径为 20 厘米的圆柱形玻璃杯中装有水，水中浸没着一个底面直径为 12 厘米，高 10 厘米的圆锥形铅锤，当铅锤取出后，杯里的水面下降_____厘米？

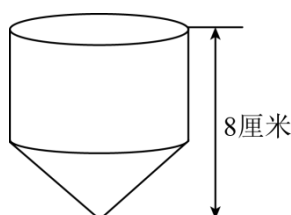
三、解答题

13. 一个圆锥形沙堆的底面直径为 8 米，高 90 厘米，这堆沙子的体积是多少立方米？
14. 一个圆锥的体积是 84.78dm^3 ，高是 9dm 。这个圆锥的底面积是多少平方分米？若底面是圆形，底面直径是多少分米？（ π 取 3.14 ）

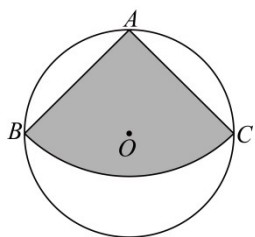
15. 计算下面图形的表面积和体积。（单位：cm）



16. 陀螺是中国民间最早的娱乐工具之一，其上方为圆柱，下方尖锐，玩耍时可用绳子缠绕，用力抽绳，使其直立旋转。爷爷准备帮乐乐制作一个陀螺，他先将木料初加工成一个底面周长是 25.12 厘米、高是 8 厘米的圆柱，然后将圆柱的下部削成锥形，这样陀螺上面的部分还是圆柱，下面的部分是圆锥（如图），这时圆锥和圆柱高度的比是 $3:5$ 。陀螺的体积是多少立方厘米？（ π 取 3.14 ）



17. 如图，从一块直径 BC 是 1m 的圆形铁皮上剪出一个圆心角为 90° 的扇形，将剪下的扇形围成一个圆锥，求圆锥的底面圆的半径。



18. 看图计算，下面是某店员制作凤梨百香果汁的过程：

第一步：在右边圆锥形的杯子中装满凤梨汁，倒入左边圆柱形杯子中；

第二步：再往圆柱形杯子中倒入百香果汁，使混合果汁的高度是杯子的 $\frac{2}{3}$ ；

问：倒入的百香果汁有多少毫升？（ $1\text{毫升} = 1\text{cm}^3$ ）

