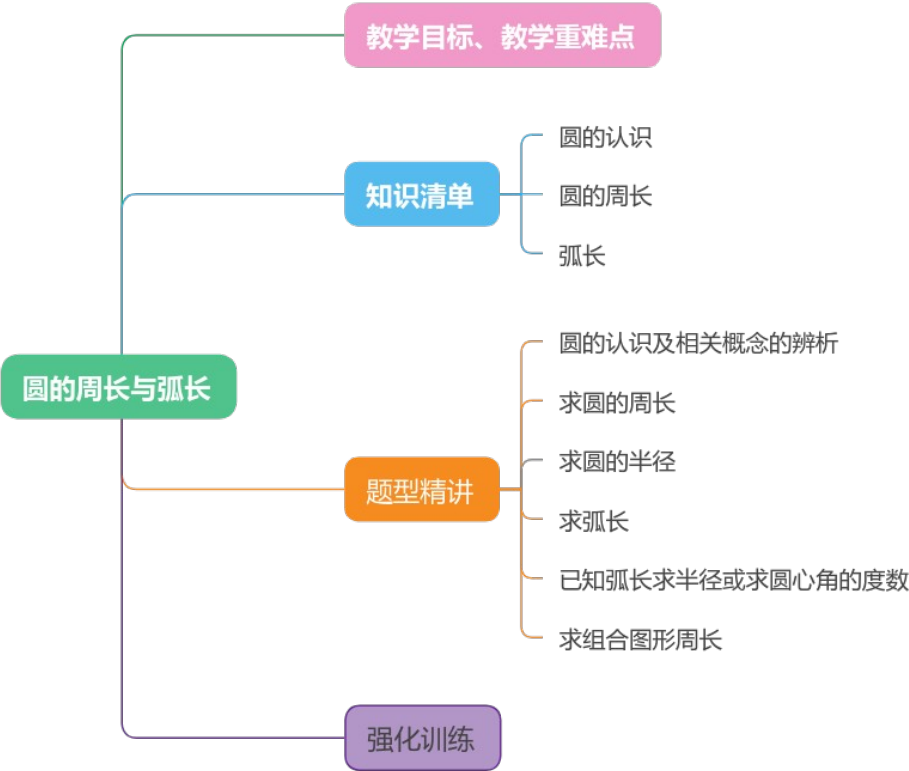


专题 6.1 圆的周长与弧长

内容概览



教学目标、教学重难点

教学目标	1.理解圆的周长的定义，能区分圆的周长与直径、半径的概念关联；理解弧长的定义，明确弧是圆的一部分，弧长与圆心角、半径相关。 2.掌握圆周率π的含义，知道π是无限不循环小数，牢记近似值3.14。 3.熟练推导并掌握圆的周长公式 $C=2\pi r$、$C=\pi d$；能根据“弧长是圆周长的一部分”，推导并掌握弧长公式 $l=\frac{n\pi r}{180}$（l为弧长，n为弧所对的圆心角度数，r为圆的半径）。 4.能运用圆的周长公式和弧长公式解决实际问题，如计算圆形物体的周长、求指定圆心角对应的弧长，或根据周长 / 弧长反求半径、圆心角。
教学重难点	1.重点 圆的周长公式、弧长公式的推导与应用。 2.难点

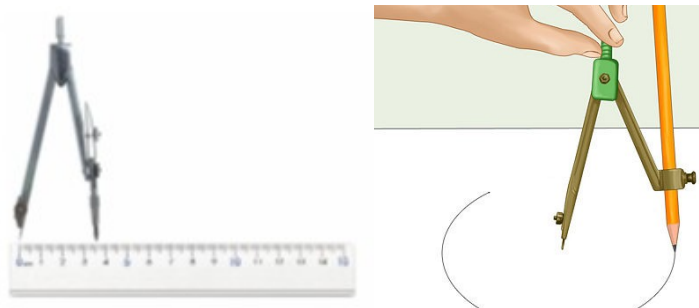
知识清单

知识点 01 圆的认识

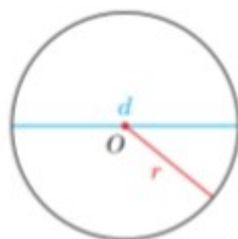
1. 画圆，认识圆心、半径和直径

(1) 画圆的方法：

- ①把圆规的两脚分开，使两脚间的距离等于圆的_____长度；
- ②把有针尖的一只脚固定在一点上，该点即为_____位置；
- ③把装有铅笔芯的旋转一周，就能在纸上画出一个圆..



(2) 认识圆心、半径和直径



画圆时针尖固定的一点就是_____；

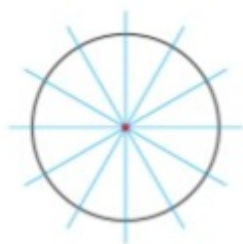
连接圆心和圆上任意给定点的线段叫作_____, 一般用字母_____半径;

经过圆心, 并且两端都在圆上的线段叫作_____, 一般用字母_____表示直径.

在同一个圆中, 直径的长度是半径长度的_____倍, 即 $d = \underline{\hspace{1cm}}$.

2. 圆的轴对称性

圆是轴对称图形_____都是圆的对称轴, 圆有_____条对称轴。



【即学即练】

1. 将一个正方形和圆如图所示放置，你能找出图中圆的圆心，并求出它的半径和直径的长吗？



2. 你能解释为什么车轮要设计成圆形的吗？轮轴应该装在什么位置？



知识点 02 圆的周长与圆周率

1. 圆的周长

圆周是条**曲线**，围成圆的曲线的长度叫做圆的_____。

2. 圆周率

圆的周长与它直径的比值是个常数，这个常数叫做_____，用字母 _____（读作 pài）表示；

特点： π 是无限不循环小数（ $\pi \approx 3.1415926535\dots$ ），教材中取近似值 $\pi \approx$ _____；

3. 圆的周长公式

由 $\pi = \frac{C}{d}$ ，变形得到圆的周长公式： C _____（ C 表示圆的周长）

结合直径与半径的关系（ $d = 2r$ ），推导得到： $C =$ _____；

【即学即练】

1. 自行车的外轮胎直径约为 60 cm,车轮滚动一周是多少厘米(π 取 3.14)?



知识点 03 圆心角与弧长

1. 认识弧

圆上两点之间的部分称为_____，它是圆的一部分。

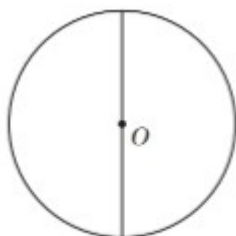


图 6-1-8

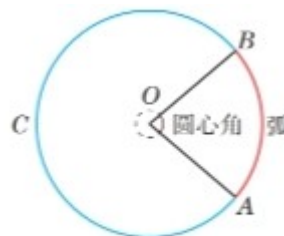


图 6-1-9

圆任意一条直径的两个端点把圆分成两条弧，每条弧都叫作_____ (图 6-1-8)；

我们把小于半圆的弧叫作_____；把大于半圆的弧叫作_____，在图 6-1-9 中，红色的弧是_____，记作_____。

蓝色的部分叫作_____，记作_____。

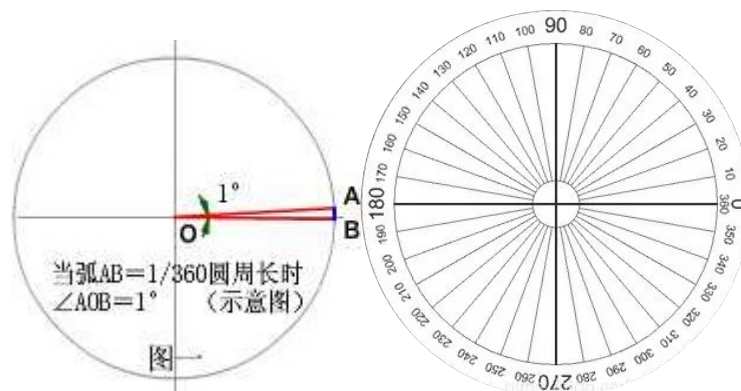
2. 圆心角

顶点在圆心的角叫作_____。

如图 6-1-9, 右侧小于平角的 $\angle AOB$ (小于 180°) 是_____所对的圆心角，也称 $\widehat{AB}$ 是圆心角 $\angle AOB$ (小于 180°) 所对的弧；

同理，左侧大于平角的 $\angle AOB$ (大于 180°) 是_____所对的圆心角，也称 $\widehat{ACB}$ 是圆心角 $\angle AOB$ (大于 180°) 所对的弧，

3. 弧长公式



① 1°的弧

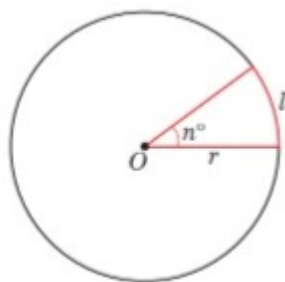
把圆心角平分分成 360 份，其中 1°的圆心角所对的弧叫做_____，它的长度是圆周的_____；

② n°的弧

n°的圆心角所对的弧叫做_____，它的长度是圆周的_____；

③ 半径一定时，弧长与所对的圆心角的大小成_____比例

弧长与圆的周长之比等于_____与_____之比.



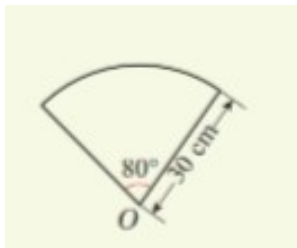
④ 弧长公式

如果用 l 表示弧长， r 表示半径，那么 n° 的圆心角所对的弧长的计算公式是:_____

小结：弧是圆上的一部分，**弧的长度时不包含两条半径的长度。**

【即学即练】

例：求图中弧的长度



题型精讲

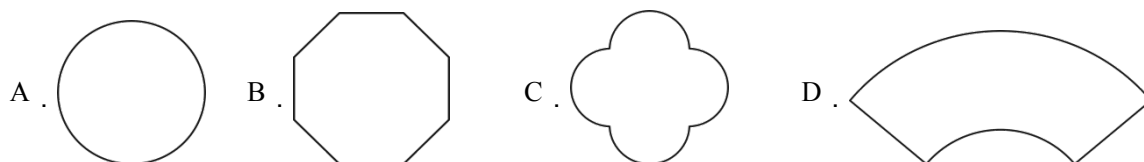
题型 01 圆的认识及相关概念辨析

【典例 1】下列四个结论：

- ① 圆周率 π 就是 3.14；
- ② 圆有无数条对称轴；
- ③ 车轮平面轮廓采用圆形，是利用同一圆的半径都相等的性质；
- ④ 一张圆形的纸，至少对折 4 次，才能看到圆心．其中结论正确的有（ ）

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

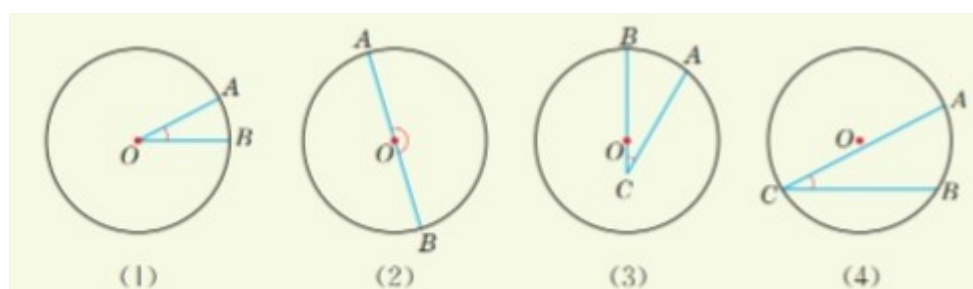
【变式 1】下面四扇花窗的轮廓形成的图形中，对称轴条数最多的是（ ）



【变式 2】在一个长 8 分米，宽 6 分米的长方形中画一个最大的圆，圆的半径是（ ）分米．

A. 8 B. 6 C. 4 D. 3

【变式 3】下面有几个角是该圆的圆心角．（ ）



A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【变式 4】圆周率 π 是（ ）

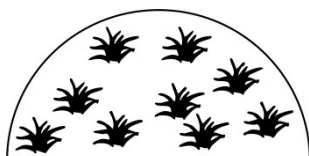
- A. 3.14
- B. 是圆的周长与半径的比值
- C. 一个无限不循环小数
- D. 一个无限循环小数

题型 02 求圆的周长

【典例 1】在一座直径为 40m 的圆形假山周围铺一条 4m 宽的小路，沿这条小路的外边缘每隔 3.14m 装一盏路灯，一共要装_____盏路灯。（ π 取 3.14）

【变式 1】一只挂钟分针长 10cm，经过 30 分钟后，分针尖端所走的路程是_____cm。

【变式 2】如图，半圆形花坛的半径是 2 米，这个花坛的周长是_____米。（ π 值取 3.14）



【变式 3】如图，一台压路机的前轮直径是 1.5m，如果前轮每分钟转动 6 周，压路机每分钟前进（ ）m



A . 28.26

B . 56.52

C . 9

【变式 4】如果一个圆的半径由 2 厘米增加到 4 厘米，它的周长就要增加_____厘米(保留 π)。

题型 03 已知圆的周长求半径

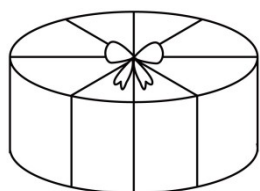
【典例 1】用圆规画一个周长为 31.4 厘米的圆，圆规两脚尖张开的距离是_____厘米。

【变式 1】一根 10 分米长的礼品盒包装绳，围一个大圆月饼一圈还剩余 3.72 分米，这个月饼的横截面直径是（ ）分米（ π 取 3.14）。

【变式 2】一个圆形纸片周长 15.7 厘米，沿一条直径将其剪成两个半圆，每个半圆的周长是_____。（ π 取 3.14）

【变式 3】剪一个周长是 25.7cm 的半圆，则选择一张面积至少是（ ） cm^2 的长方形纸片。

【变式 4】下图是一个蛋糕盒，盒子上扎了一根漂亮的丝带，已知蛋糕底面周长是 94.2cm，高是 18cm，接头处用去了 30cm，这根丝带长_____cm。

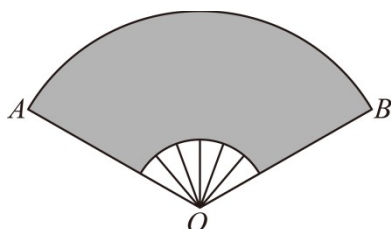


题型 04 求弧长

【典例 1】一个扇形的圆心角是 36° ，半径是 6cm ，则此扇形的弧长是_____ cm 。

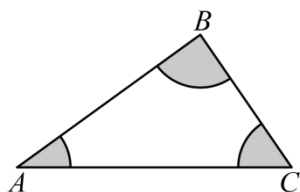
【变式 1】若一个扇形的圆心角是 50° ，半径为 1 ，则它的弧长是_____。

【变式 2】如图，在扇形纸扇中，若 $\angle AOB = 120^\circ$ ， $OA = 12$ ，则 $\overline{AB}$ 的长为_____。



【变式 3】在半径为 R 的圆中， 60° 的圆心角所对的弧长为_____（用含 R 的式子表示）。

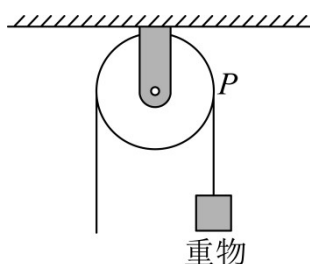
【变式 4】如图，以三角形三顶点为圆心， 10 厘米为半径在三角形内画弧，得到三段弧，则这三段弧长之和为_____。



题型 05 已知弧长求半径或求圆心角

【典例 1】已知弧长为 3π ，半径为 6 ，则弧的度数为_____。

【变式 1】如图，一个半径为 10cm 的定滑轮带动重物上升了 $2\pi\text{cm}$ ，假设绳索与滑轮之间没有滑动，则滑轮上某一点 P 旋转了_____度。



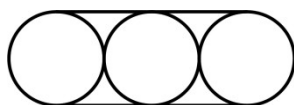
【变式2】若长度为 π 的圆弧所在圆的半径为3，则该圆弧所对的圆心角的度数为_____°。

【变式3】一个扇形的弧长是 $\frac{7}{6}\pi\text{cm}$ ，半径是3cm，则此扇形的圆心角是_____。

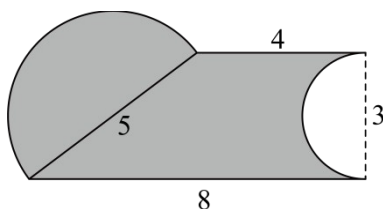
【变式4】一个扇形的弧长是 $2\pi\text{cm}$ ，半径是3cm，则此扇形的圆心角是_____度。

题型 06 求组合图形的周长

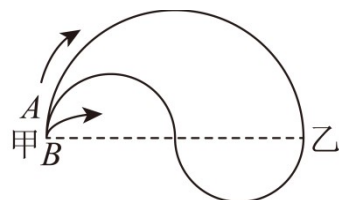
【典例1】为了方便销售，售货员把易拉罐饮料捆成如图所示的形状（如图），如果每个易拉罐底面半径5厘米，那么捆一圈至少需要_____厘米的绳子。（接头处忽略不计）



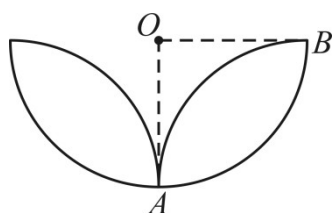
【变式1】如图，阴影部分的周长为_____。（ π 取3.14）



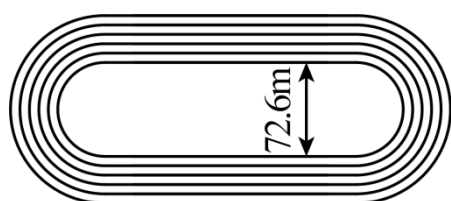
【变式2】如图，从甲地到乙地有两条路可走，这两条路的长度相比， A () B 。（填“>”“<”或“=”）



【变式3】南南用圆规画出了一个双叶花的标记，如图，标记由四段相等的圆弧组成，每段圆弧都是四分之一圆周，若 $OA = OB = 2$ ，则每一段弧的长度为_____。

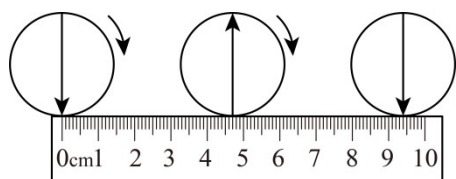


【变式4】如图，某运动场田径跑道共有6条，每条跑道均由两条直的跑道和两个半圆形跑道（最内圈直径72.6米）围成，其中最内圈跑道总长度400米，每条跑道宽1.22米，则进行400米赛跑时第二条跑道的起跑线要比第一条跑道起跑线提前_____米。（ π 取3）



强化训练

- 圆中最长的线段是圆的（ ）。
A. 周长 B. 直径 C. 半径 D. 无法确定
- 一条弧所对的圆心角是 72° ，那么这条弧长与这条弧所在圆的周长之比为（ ）。
A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{2}{5}$
- 以 $\frac{1}{4}$ 圆周为弧的扇形的圆心角是（ ）度。
A. 45 B. 60 C. 90 D. 120
- 一个时钟的分针长4cm，当它正好走一圈时，它的尖端走了_____cm。（ π 取3.14）
- 小明测量圆的周长时，将一个圆形硬纸片沿直尺的边滚动了一周（如图），这种测量圆的周长的方法是利用了化曲为直的思想，这个圆的直径大约是_____cm。（结果保留整厘米数， $\pi=3.14$ ）

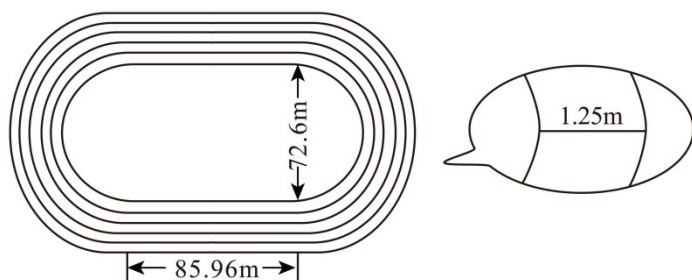


- 一个圆的周长为25.12cm，在这个圆里面画一个最大的正方形，这个正方形的面积是（ ）。
- 在一个长10cm，宽8cm的长方形内画一个最大的圆，这个圆的周长是_____cm。（ π 取3.14）

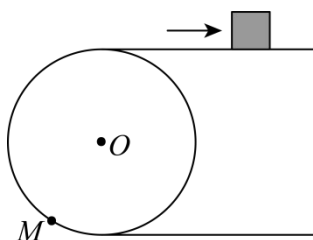
8. 已知两个圆的半径之比是 $3:4$ ，其中一个圆的周长是 12π 厘米，则另一个圆的周长是_____厘米。（结果保留 π ）

9. 自行车的轮胎直径是 60 厘米，如果平均每分钟转 100 圈，半小时能行_____米。（ π 取 3.14 ）

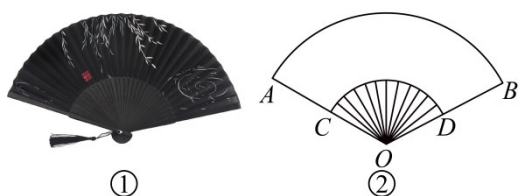
10. 如图，学校运动场的直道的长度是 85.96m ，第一条半圆形跑道的直径为 72.6m ，每条跑道宽 1.25m 。
 400m 跑时，每条起跑线相差_____米。（ π 取 3.14 ）



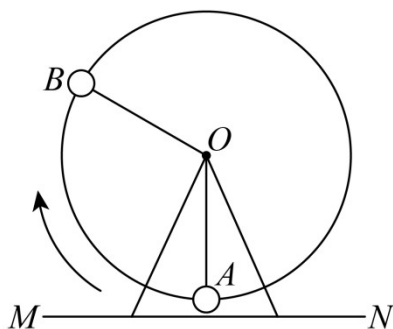
11. 如图是某传送带的部分示意图， M 是 $\odot O$ 上的一点， $\odot O$ 的半径为 15 厘米，当点 M 转动的度数为 120° 时，则传送带上的物体向右移动的距离为_____厘米。（结果保留 π ）



12. 图①是一把扇形纸扇，图②是其完全打开后的示意图，外侧两竹条 OA 和 OB 的夹角为 150° ， OA 的长为 30cm ，贴纸部分的宽 AC 为 18cm ，则 CD 的长为_____。



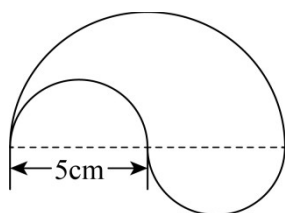
13. 一摩天轮示意图如图所示。该摩天轮高 102m （即最高点离水面平台 MN 的距离），圆心 O 到 MN 的距离为 54m ，摩天轮匀速旋转一圈用时 30min 。某轿厢从点 A 出发， 10min 后到达点 B ，此过程中，该轿厢所经过的路径（即 $\overline{AB}$ ）长度为_____m。（结果保留 π ）



14. “祈年殿”是一座三重檐圆形大殿（如图）。步行祈年殿的一周大约长_____m。



15. 如图，该图形的周长是_____cm。（ π 取3.14）



16. 如图，在扇形纸扇中，若 $\angle AOB = 150^\circ$ ， $OA = 24$ ，则 $\widehat{AB}$ 的长为_____。



17. 有一奶牛场准备用铁丝围成一个半径为120米的圆形牛栏。如果用铁丝围三圈，那么至少需要买_____米的铁丝（结果保留 π ，接头处忽略不计）。

18. 一个圆环的外圆周长为28.26cm，宽度为2cm，则它的内圆周长为_____cm

19. 冰壶场地上的营垒是四个同心圆，半径分别是0.15米、0.61米、1.22米和1.83米。其中最大圆与最小圆的周长差是多少米？（ π 取值3）

20 . 如图，三个半圆的直径在一条直线上，如果线段 $AB = 30$ 厘米，那么阴影部分的周长为_____厘米 .

(π 取 3.14)

