

专题 03 三角形的有关概念及内角和

考点归纳

考点 01 三角形的有关概念

考点 02 三角形的内角和定理

考点 03 三角形的外角性质

考点 04 三角形的面积

考点 05 三角形中的倒角模型

考点专练

【考点 01】 三角形的有关概念

- (24-25 七年级下·上海金山·期末) 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle A = 92^\circ$, 则 $\triangle ABC$ 是 ()
 A. 锐角三角形 B. 直角三角形
 C. 钝角三角形 D. 以上三种情况都有可能
- (24-25 七年级下·上海长宁·期末) 下列各组长度的线段中, 能组成三角形的是 ()
 A. 2, 3, 5 B. 3, 5, 9 C. 3, 6, 9 D. 3, 7, 9
- (24-25 七年级下·上海闵行·期末) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A > \angle B$, $BC = 6$ 厘米, 那么 AC 的长度有可能是 ()
 A. 8 厘米 B. 7.2 厘米 C. 6 厘米 D. 5.4 厘米
- (24-25 七年级下·上海金山·期中) 如果 $\triangle ABC$ 的两边长分别为 5 和 7, 那么第三边 x 的取值范围是 _____.
- (22-23 七年级下·上海静安·期末) 下列说法中错误的是 ()
 A. 三角形的高、中线、角平分线都是线段 B. 三角形的三条中线交于同一点
 C. 三角形的三条角平分线交于同一点 D. 直角三角形的三条高的交点在三角形内部

【考点 02】 三角形的内角和定理

1. (25-26 八年级上·上海浦东新·期中) 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 50^\circ, \angle B = 60^\circ$, 则 $\angle C =$ _____ $^\circ$, 该三角形是 _____ 三角形 (按角分类) .

2. (25-26 八年级上·上海徐汇·期中) 定义: 若三角形的两个内角 α 和 β 满足 $\alpha + 2\beta = 90^\circ$, 则称这样的三角形为“奇异互余三角形”. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle ABC = 58^\circ$, P 是射线 CB 上一点, 若 $\triangle APB$ 是“奇异互余三角形”, 则 $\angle APC =$ _____

3. (24-25 七年级下·上海普陀·期中) 下列说法:

①任意三角形的内角和都是 180° ;

②等腰三角形是特殊的等边三角形;

③三角形的中线、角平分线和高线都是线段;

④三角形的三条高线必在三角形内,

其中正确的是 ()

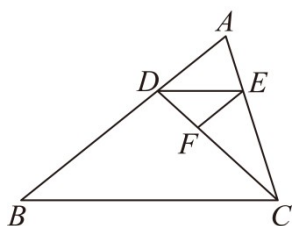
A. ①②

B. ①③

C. ②③

D. ③④

4. (24-25 七年级下·上海·期中) 定义: 在一个三角形中, 若一个内角的度数是另一个内角的度数的 3 倍, 则这样的三角形称为“优美三角形”. 例如: 三个内角分别为 $100^\circ 60^\circ 20^\circ$ 的三角形是“优美三角形”. 如图, 点 D 在 $\triangle ABC$ 的边 AB 上, 连接 DC , $\angle BDC > 90^\circ$, 作 $\angle ADC$ 的平分线, 交 AC 于点 E , 在 DC 上取一点 F , 使 $\angle EFC + \angle BDC = 180^\circ$, $\angle DEF = \angle B$. 若 $\triangle BCD$ 是“优美三角形”, 则 $\angle B$ 等于 _____ .

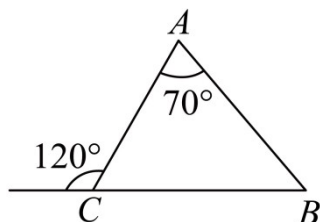


5. (24-25 七年级下·上海崇明·期中) 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 1 : 2$, $BC = 6$, 求 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的度数及 $\triangle ABC$ 的面积.

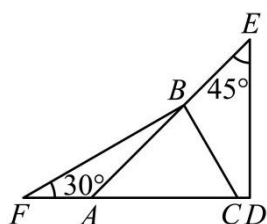
6. (24-25 七年级下·上海崇明·期中) 当三角形中一个内角 β 是另外一个内角 α 的 $\frac{1}{2}$ 时, 我们称此三角形为“友好三角形”. 如果一个“友好三角形”中有一个内角为 48° , 那么这个“友好三角形”的“友好角” α 的度数为 _____ .

【考点 03】 三角形的外角性质

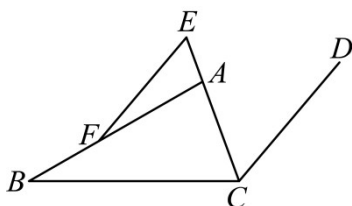
1. (24-25 七年级下·上海宝山·期中) 根据图中的数据, 可得 $\angle B$ 的度数为_____.



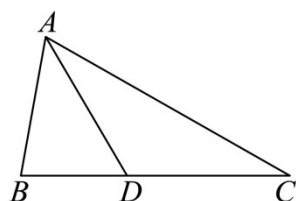
2. (24-25 七年级下·上海崇明·期中) 将一副三角板按照如图方式摆放, 则 $\angle FBA$ 的度数为_____.



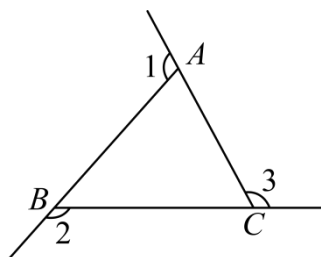
3. (24-25 七年级下·上海金山·期中) 如图, 已知 $\angle BCD = 130^\circ$, $EF \parallel DC$, $\angle EAF = 100^\circ$, $\angle EFA = 20^\circ$, 求 $\angle B$ 的度数.



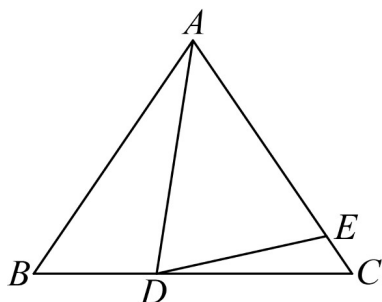
4. (24-25 七年级下·上海崇明·期中) 如图, 已知 $\angle BAC = 70^\circ$, D 为 $\triangle ABC$ 的边 BC 上的一点, 且 $\angle CAD = \angle C$, $\angle ADB = 60^\circ$. 那么 $\angle B =$ _____ $^\circ$.



5. (24-25 七年级下·上海松江·期中) 如图所示, 已知: $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 是 $\triangle ABC$ 的外角, 求证:
 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^\circ$.

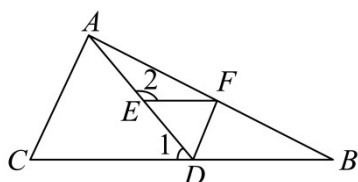


6. (24-25 七年级下·上海杨浦·期中) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = \angle C$, 点 D 在 BC 上, 点 E 在 AC 上, 且 $\angle ADE = \angle AED$, $\angle BAC = 80^\circ$



- (1) 如果 AD 平分 $\angle BAC$, 求 $\angle EDC$ 的大小;
 (2) 如果 $\angle EDC$ 与 $\angle BAD$ 互余, 求 $\angle CAD$ 的大小.

7. (24-25 七年级下·上海闵行·期中) 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在 BC 上, 连接 AD , 点 E 、 F 分别在 AD 、 AB 上, 连接 DF 、 EF , $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$.



- (1) 求证: $\angle DFE = \angle FDB$. 把以下证明过程补充完整: 证明:

$$\because \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ \text{ (已知)},$$

$$\text{又} \because \angle DEF + \angle 2 = 180^\circ \text{ ()},$$

$$\therefore \angle DEF = \angle 1 \text{ ()}.$$

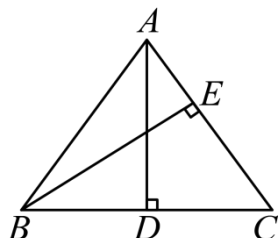
$$\therefore EF \parallel CD \text{ ()}.$$

$$\therefore \angle DFE = \angle FDB \text{ ()}$$

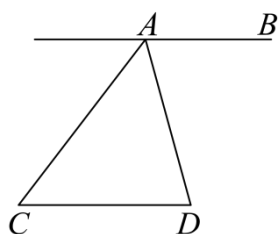
- (2) 如果 $\angle CAD = \angle C$, DF 平分 $\angle ADB$, 求证: $\angle DFE = \angle C$.

【考点 04】 三角形的面积

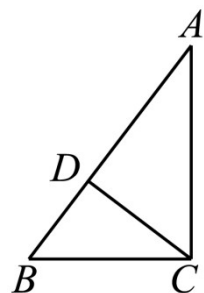
1. (24-25 七年级下·上海崇明·期中) 如图, AD , BE 分别是 $\triangle ABC$ 的边 BC , AC 的高线, $AD=3$, $BC=5$, $AC=4$, 则 BE 的长为_____.



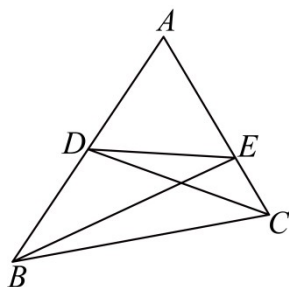
2. (23-24 七年级下·上海静安·期中) 如图, $AB \parallel CD$, $\triangle ACD$ 的面积为 18cm^2 , $CD=6\text{cm}$, 则点 D 到直线 AB 的距离为_____ cm .



3. (22-23 七年级下·上海徐汇·期中) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $CD \perp AD$, $BC=3$, $AC=4$, $AB=5$, 则线段 $CD=$ _____.



4. (20-21 八年级下·上海黄浦·期中) 已知 $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分别是边 AB 、 AC 上的点, 连接 DE 、 BE 、 DC , 下列各式中正确的是 () .



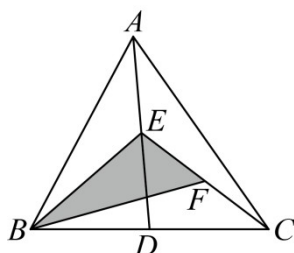
A. $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{AD}{AB}$

B. $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{AE}{AC}$

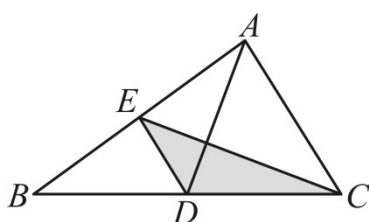
C. $\frac{S_{\triangle ADC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{AD}{AB}$

D. $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle EDC}} = \frac{AE}{AC}$

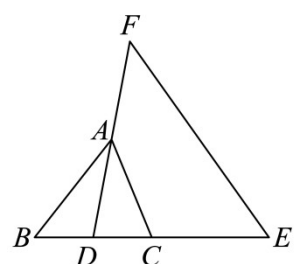
5. (23-24 八年级上·内蒙古乌兰察布·期中) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D, E, F 分别为 BC, AD, CE 的中点, 且 $S_{\triangle ABC} = 4\text{cm}^2$, 则阴影部分的面积为 $\underline{\hspace{2cm}}\text{cm}^2$.



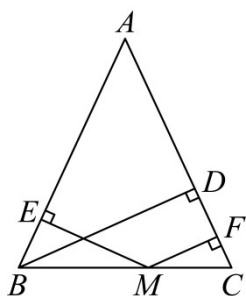
6. (24-25 七年级下·上海·期末) 如图, AD, CE 是 $\triangle ABC$ 的中线, 连接 ED , $\triangle ABC$ 的面积是 10, 则 $\triangle EDC$ 的面积是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



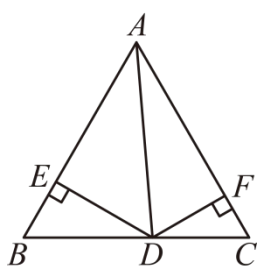
7. (24-25 七年级下·上海闵行·期中) 如图, 已知 AD 是 $\triangle ABC$ 中 BC 边上的中线, 点 E, F 分别在 BC, DA 的延长线上, $CE = BC, AF = AD$, 如果 $\triangle ABC$ 的面积是 8, 那么 $\triangle DEF$ 的面积等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.



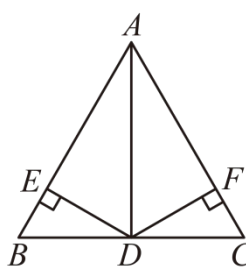
8. (24-25 七年级下·上海·月考) 如图, 在等腰 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 其一腰上的高为 h , M 是底边 BC 上的任意一点, M 到腰 AB, AC 的距离分别为 h_1, h_2 , 则 $BD = \underline{\hspace{2cm}}$



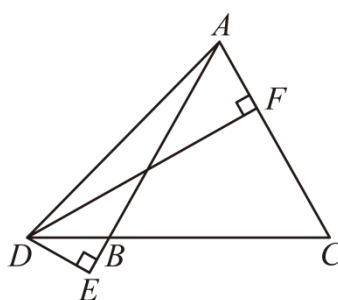
9. (24-25 七年级下·上海青浦·月考) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, D 为直线 BC 上任意一点, 连结 AD , $DE \perp AB$ 于点 E , $DF \perp AC$ 于点 F . BG 为 AC 边上的高; (第一小问 7 分, 第二小问 2 分, 第三小问 2 分)



①



②



③

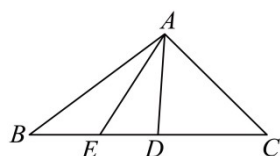
【画图探究】(1) 如图①, 当点 D 在边 BC 上时, 请画出 BG , 猜想 DE , DF , BG 之间的数量关系并证明.

【运用】(2) 如图②, 当点 D 为 BC 中点时, BG 与 DE 的数量关系为_____

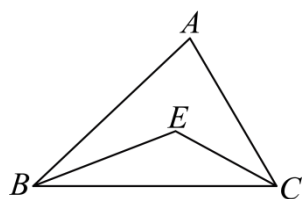
【拓展】(3) 如图③, 当点 D 在 CB 的延长线上时, DE 、 DF 、 BG 之间的数量关系为_____;

【考点 05】 三角形中的倒角模型

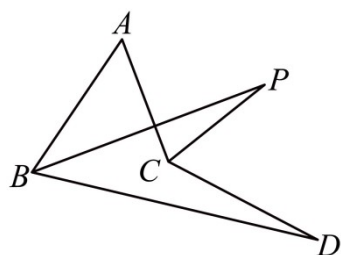
1. (24-25 七年级下·上海崇明·期中) 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, AE 是 $\triangle ABD$ 的角平分线, 若 $\angle BAC = 120^\circ$, 则 $\angle EAD$ 的度数是_____.



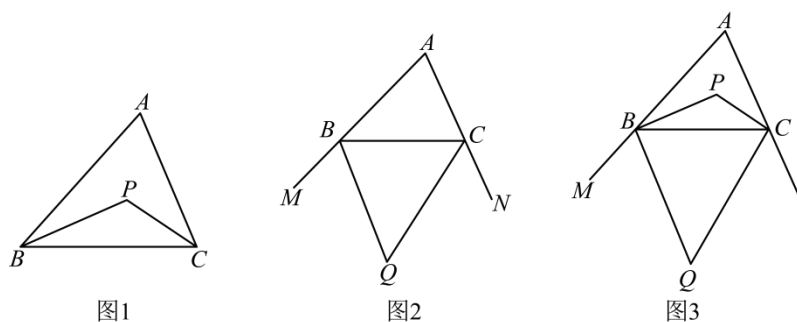
2. (24-25 七年级下·上海青浦·期中) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, BE 平分 $\angle ABC$, CE 平分 $\angle ACB$, 如果 $\angle A = 82^\circ$, 那么 $\angle BEC =$ _____ $^\circ$.



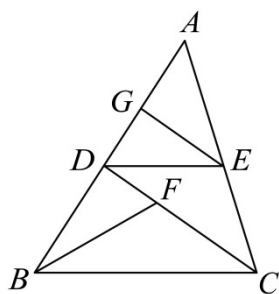
3. (24-25 七年级下·全国·单元测试) 如图, $\angle ABD$ 、 $\angle ACD$ 的平分线交于点 P , 若 $\angle A = 48^\circ$, $\angle D = 10^\circ$, 则 $\angle P$ 的度数为_____.



4. (24-25 七年级下·上海奉贤·期中) 综合与实践



- (1) 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC$ 与 $\angle ACB$ 的平分线交于点 P , 如果 $\angle A = 50^\circ$, 那么 $\angle BPC =$ _.
- (2) 如图 2, 作 $\triangle ABC$ 外角 $\angle MBC$ 、 $\angle NCB$ 的平分线交于点 Q , 试求出 $\angle Q$ 、 $\angle A$ 之间的数量关系.
- (3) 如图 3, 延长 BP 、 CQ 交于点 E , 在 $\triangle BQE$ 中, 存在一个内角等于另一个内角的 4 倍, 请直接写出 $\angle A$ 的度数.
5. (24-25 七年级下·上海·期中) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D , E 分别在 AB , AC 上. 已知 $DE \parallel BC$, CD 平分 $\angle ACB$, 过点 E 作 $\angle AED$ 的平分线交 AB 于点 G .



(1) 求证： $GE \parallel CD$ ；

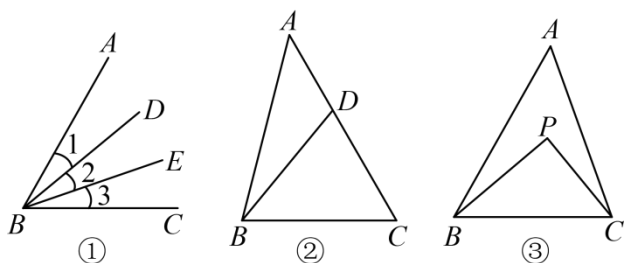
对于这道题，小明的证明过程如下：

证明： $\because DE \parallel BC$ ，
 $\therefore \angle AED = \angle ACB$ （两直线平行，同位角相等）. ①
 $\because CD$ 平分 $\angle ACB$ ， GE 平分 $\angle AED$ ，
 $\therefore \angle GED = \frac{1}{2} \angle AED$ ， $\angle DCB = \frac{1}{2} \angle ACB$. ②
 $\therefore \angle GED = \angle DCB$. ③
 $\therefore GE \parallel CD$ （同位角相等，两直线平行）. ④

老师认为小明的证明过程出现了问题，请指出哪一步有问题———。（填写①，②，③或④），说出错误原因并将其改正。

(2) 过点 B 作 $\angle ABC$ 的平分线 BF 交 CD 于点 F ，若 $\angle A = 52^\circ$ ， $\angle AED = 80^\circ$ ，求 $\angle BFC$ 的度数。

6.（²³⁻²⁴ 七年级下‘江苏徐州’期中）如图①所示，在 $\angle ABC$ 中，若 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$ ，则称 BD ， BE 分别为 $\angle ABC$ 的“三分线”。其中， BD 是“邻 AB 三分线”， BE 是“邻 BC 三分线”。



(1) 如图②，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 45^\circ$ ， $\angle ABC = 75^\circ$ ，若 $\angle ABC$ 的邻 AB 三分线 BD 交 AC 于点 D ，则 $\angle BDC = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ ；

(2) 如图③，在 $\triangle ABC$ 中， BP 是 $\angle ABC$ 的邻 AB 三分线， CP 是 $\angle ACB$ 的邻 AC 三分线，若 $\angle A = 45^\circ$ ，求

$\angle BPC$ 的度数；

- (3) 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACD$ 是 $\triangle ABC$ 的外角， $\angle ABC$ 的三分线与 $\angle ACD$ 的邻 AC 三分线交于点 P 。若 $\angle A = m$ ， $\angle ABC = n$ ，直接写出 $\angle BPC$ 的度数。（用含 m 、 n 的代数式表示）

7. (24-25 七年级下·上海崇明·期末) 综合与实践

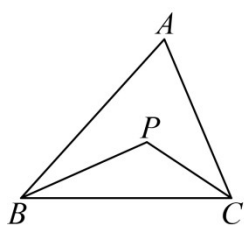


图 1

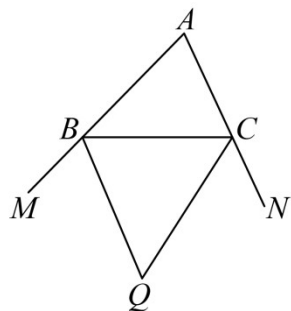


图 2

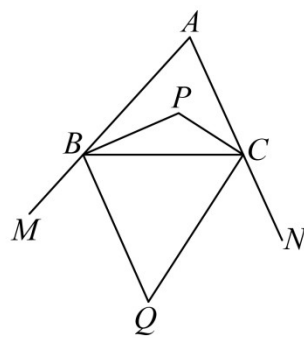


图 3

- (1) 如图 1，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC$ 与 $\angle ACB$ 的平分线交于点 P ，如果 $\angle A = 70^\circ$ ，那么 $\angle BPC =$ _。
- (2) 如图 2，作 $\triangle ABC$ 外角 $\angle MBC$ 、 $\angle NCB$ 的平分线交于点 Q ，试求出 $\angle Q$ 、 $\angle A$ 之间的数量关系_。
- (3) 如图 3，延长 BP 、 QC 交于点 E ，在 $\triangle BQE$ 中，存在一个内角等于另一个内角的 4 倍，请简单写出过程，求 $\angle A$ 的度数。